



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Ciências

Conhecimento e práticas profissionais de duas professoras quando ensinam representação gráfica estatística

Ana Cristina da Costa Leiria

Tese para obtenção do Grau de Doutor em
Didática da Matemática
(3º ciclo de estudos)

Orientadora: Prof. Doutora Maria Teresa González Astudillo

Coorientadora: Prof. Doutora Isabel Maria Romano da Cunha

Covilhã, outubro de 2013

Agradecimentos

À minha orientadora, Professora Doutora Maria Teresa González Astudillo, pela forma adequada que sempre encontrou para me ajudar na investigação, com valiosas sugestões, com disponibilidade e palavras de ânimo que se tornaram fundamentais para que continuasse a “fazer o caminho, caminhando”. Pela persistência, paciência e dedicação com que sempre me orientou nesta caminhada.

À minha coorientadora, professora Doutora Isabel Cunha, pela disponibilidade e pelas palavras de alento sempre oportunas.

Ao Professor Doutor Manuel Saraiva, pelo encorajamento constante e pela insistência na participação ativa nesta comunidade científica.

Também à minha colega de caminho neste 3.º ciclo, Guida, pelas conversas e incentivo mútuo.

Às professoras participantes no estudo, pela aceitação imediata do convite feito para nele colaborarem e pela maneira decidida e franca com que o fizeram.

Aos Diretores das Escolas onde lecionam as professoras participantes, por permitirem e facilitarem a realização do trabalho de campo, bem como aos alunos das mesmas, por se manterem iguais a eles próprios.

Um agradecimento muito especial e carinhoso à minha família, por compreenderem e aceitarem a minha instabilidade e a pouca disponibilidade que tive para com eles.

Aos meus amigos pela amizade.

Ao Sol, que nasce todos os dias.

A todos, o meu bem-haja.

Resumo

Nesta tese explora-se o conhecimento profissional de duas professoras, com experiência no ensino básico e secundário quando ensinam representação gráfica em Estatística a alunos do 7.º ano de escolaridade, no ano letivo de 2010/2011, quando foi implementado, pela primeira vez a nível nacional, o novo programa de Matemática do ensino básico. Esta exploração é feita à luz do *conhecimento de base para ensinar*, perspetiva proposta por Lee Shulman e que tem merecido um interesse especial na investigação em educação matemática.

Dado o impacto importante que os professores têm na transformação do currículo escrito para o currículo atingido, importa investigar as diferenças existentes entre o currículo escrito, a interpretação feita pelas professoras e o que de fato implementam na sala de aula. O estudo tem por objetivos descrever o conhecimento estatístico das professoras, no que respeita à representação gráfica; compreender como interpretam o tema *organização e tratamento de dados* e os materiais curriculares e como articulam o que sabem e o que interpretam na sua prática letiva.

Para a realização da investigação, foram selecionadas duas professoras do ensino básico e secundário que lecionam em escolas diferentes. A partir de uma perspetiva qualitativa, a informação recolhida teve várias origens: uma entrevista contextual, biográfica e sobre o ensino do tópico, gravações das aulas dedicadas ao tema, as entrevistas curtas realizadas no final de cada aula, para contrastar a prática com os conhecimentos das professoras. Todas as aulas e entrevistas foram transcritas integralmente e a análise dos dados recolhidos foi feita a partir do modelo Quarteto do Conhecimento, que procura estudar as situações em que esse conhecimento intervém no próprio ato de ensino.

Os resultados deste estudo permitem concluir que as professoras revelaram um conhecimento adequado do conteúdo mas, apesar da compreensão das orientações curriculares manifestada, exibiram falhas no conhecimento pedagógico do conteúdo, no que se refere ao saber necessário para ensinar representações gráficas estatísticas, nomeadamente na forma de apresentar e explorar o tópico de modo a desenvolver nos alunos capacidades fundamentais na Estatística e do programa.

A investigação sustenta a necessidade de planificar e implementar formação para os professores com foco na realização de investigações estatísticas e de tarefas que envolvam ideias chave da Estatística.

Palavras-chave: conhecimento estatístico, conhecimento profissional, currículo escrito, currículo implementado

Abstract

This thesis explores the professional knowledge of two middle school teachers, teaching graphical representations of statistical data to 7th grade students in the school year of 2010/2011, when new mathematics curricula were introduced in the Portuguese teaching system. This exploration is based on Lee Schulman's concept of *Pedagogical Content Knowledge*, which has earned special interest in mathematics education research.

Given the teachers' impact on the effective implementation of official curricula, it is important to investigate differences between the official curricula, its interpretation by the teachers and its effective practice in the classroom. This study aims at describing the teachers' knowledge on graphical representation of statistical data; trying to understand their interpretation of the new curriculum theme *data organization and treatment* and the related curricular representations; and how teachers articulate their knowledge and their interpretation of the official curricula in the teaching practice.

The two teachers chosen for this study were selected from two different schools. Following a qualitative approach, information was collected from several origins: a background interview regarding the teachers' past experience and discussing options in teaching graphical representation of data, video recordings of the lessons where the topic was taught and short interviews made right after each lesson to compare the teachers' knowledge and the effective lesson practice. The video and audio recordings of the lessons and interviews were transcribed into written text and the resulting information was analyzed based on the *Knowledge Quartet Model*, frequently used to study situations where the teachers' knowledge plays a specially significant role in teaching.

The study concludes that both teachers have appropriate subject content knowledge, but also that they display some pedagogical content knowledge deficiencies, regarding necessary knowledge for teaching statistical data graphic representations, namely in how they present and explore the topics.

This research therefore suggests the need for more teacher formative opportunities, specially focused on the clarification of statistical key concepts and based on practical research tasks.

Keywords: statistics knowledge, professional knowledge, written curricula, implemented curricula.

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	v
Capítulo 1 Problema e contextualização do estudo	1
1.1. Formulação do problema, objetivo e questões de investigação	1
1.2. Enquadramento teórico e pertinência do estudo	3
1.3. Organização da tese	4
Capítulo 2 Marco teórico do conhecimento profissional do professor	7
2.1. Perspetivas teóricas no estudo das práticas dos professores de Matemática	7
2.1.1. O conhecimento base para ensinar	8
2.1.2. Modelos do conhecimento profissional do professor	11
2.1.3. O Quarteto do Conhecimento	19
2.2. Em síntese	25
Capítulo 3 Enquadramento teórico do estudo da representação gráfica em Estatística	27
3.1. A representação gráfica em Estatística	27
3.1.1. A representação gráfica em Estatística como foco de ensino	28
3.1.2. A representação gráfica em Estatística como foco de investigação	31
3.1.3. Recomendações da investigação em educação estatística para o ensino da Estatística	34
3.1.4. A Estatística no novo programa de Matemática do ensino básico	36
3.2. Perspetivas cognitivas na representação gráfica estatística	43
3.2.1. Literacia estatística, raciocínio estatístico e pensamento estatístico	44
3.2.2. Níveis cognitivos de compreensão gráfica	51
3.2.3. Investigações sobre o estudo de conceções, erros e dificuldades dos alunos na representação gráfica estatística e implicações para o ensino	55
3.2.4. Investigações sobre dificuldades dos professores e futuros professores no ensino da representação gráfica em Estatística e implicações para o ensino	64
3.3. Enquadramentos teóricos do conhecimento do professor para ensinar Estatística	69
3.4. Em síntese	76
Capítulo 4 Metodologia	79
4.1. Caracterização da investigação	80
4.1.1. Linha de investigação: o conhecimento profissional do professor	81
4.1.2. Paradigma de investigação: qualitativo	81
4.1.3. Desenho: estudo de casos	84
4.2. Seleção das participantes para os estudos de casos	85
4.3. O contexto do novo programa de Matemática do ensino básico	88
4.4. Instrumentos de recolha de dados	88
4.5. Análise de dados	91
Capítulo 5 Análise da informação	107
5.1. O caso da Maria	107
5.1.1. Análise da informação recolhida no caso da professora Maria	107
5.1.2. Resultados obtidos no estudo de caso da professora Maria e sua discussão	202
5.2. O caso da Ana	215
5.2.1. Análise da informação recolhida	215
5.2.2. Resultados obtidos no estudo de caso da professora Ana e sua discussão	306
5.3. Em síntese	317
Capítulo 6 Discussão e Conclusões	321
6.1. Síntese do estudo	321

6.2. Conclusões	323
6.3. Interesse e relevância	331
6.4. Limitações	333
6.5. Recomendações	333
Bibliografia	337
Anexo A	345
Anexo B	385
Anexo C	387
C.1 Ao Diretor da escola	387
C.2 Ao Encarregado de Educação	389
C.3 À Professora Participante	390

Capítulo 1

Problema e contextualização do estudo

1.1. Formulação do problema, objetivo e questões de investigação

No ano letivo 2010/2011 foi implementado, a nível nacional, um novo Programa de Matemática do Ensino Básico (*Ponte, et al., 2007*). Neste programa, o tema da Estatística é denominado *organização e tratamento de dados* e consta nos três ciclos que constituem o ensino básico, com uma perspetiva de valorização da literacia estatística e do processo de investigação estatística, aspetos em que vai bastante além do programa anterior. A reforma proposta é semelhante às propostas noutros países, como Holanda e Estados Unidos, e é inspirada em resultados da investigação em educação estatística que realçam que, para tornar os alunos estatisticamente literatos não basta ensinar uma lista de receitas estatísticas, é ainda preciso mostrar a coerência entre os conceitos que aprendem e os princípios básicos subjacentes à análise de dados.

Resultados de estudos em educação estatística nacionais e internacionais mostram também dificuldades e equívocos revelados pelos alunos e evidenciam que algumas das dificuldades diagnosticadas estão relacionadas com a natureza da Estatística mas outras derivam das estratégias de ensino adotadas na prática letiva pelos professores e do tipo de experiências proporcionadas aos alunos.

Um novo programa de Matemática do ensino básico constitui uma oportunidade de mudanças a dois níveis fundamentais: nas práticas de ensino-aprendizagem na sala de aula, com especial destaque para as tarefas propostas e a comunicação que aí se desenvolve e, em consequência, nas aprendizagens matemáticas dos alunos (*Ponte & Sousa, 2010, p. 34*). Segundo os autores, a organização dos professores em cada agrupamento ou escola é fundamental para que isso aconteça.

No entanto, é amplamente reconhecida a lacuna existente entre as ideias originais e as intenções de um novo currículo e o currículo implementado nas salas de aula (*Begg, 2005; Verschut & Bakker, 2010*). Não basta alterar as orientações curriculares e metodológicas para que os alunos deixem de aprender Estatística apenas como um conjunto de técnicas e treino de cálculos e procedimentos. É necessário que as práticas dos professores tenham por base reconheçam as orientações metodológicas do programa e promovam experiências capazes de transformar a aprendizagem numa atividade gratificante e significativa, para alunos e para o próprio professor.

Eichler (2008) também explorou as ligações entre crenças dos professores expressas como intenções para implementar o currículo e a atividade curricular implementada de fato em sala de aula e encontrou fortes ligações. Por exemplo, um professor que defendia a importância de problemas com dados reais na Estatística, recorria a este tipo de problemas para desenvolver métodos estatísticos em sala de aula, já um outro que enfatizava a importância de uma base teórica para a estatística, recorria a tarefas mais rotineiras e métodos mais tradicionais.

Shaugnessy (2007, p. 957) refere que nos últimos 15 anos se verificou um crescente interesse da investigação em educação estatística, relativa ao desenvolvimento do currículo e à avaliação das aprendizagens dos alunos. Há, no entanto, segundo o autor, pouca investigação com foco nas crenças e atitudes dos professores relativas à Estatística. Eichler (2010) aponta as principais razões para a investigação com foco no professor, também identificadas por outros autores:

- os professores decidem como interpretar o currículo escrito, isto é, o currículo que os autores do currículo e o Ministério da Educação pretendem ver implementado (Stein, Remillard, & Smith, 2007),
- o que os professores pensam sobre a estatística, o seu ensino e a sua aprendizagem têm um forte impacto na sua prática de ensino (Philipp, 2007) e
- a prática letiva dos professores têm um forte impacto na aprendizagem dos alunos, isto é, no conhecimento e crenças dos alunos sobre a estatística.

Importa então conhecer como está a ser implementado, nas aulas, o novo Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) e as suas orientações curriculares e metodológica, no tema *organização e tratamento de dados*. Como a representação gráfica é um dos objetivos do ensino da Estatística, será este o tópico específico do tema visado nesta investigação.

Assim, neste estudo procura-se:

1. compreender como é interpretado o novo Programa de Matemática por duas professoras quando lecionam *organização e tratamento de dados* a alunos do 7.º ano de escolaridade;
2. descrever como cada professora implementa o tópico das representações gráficas do tema *organização e tratamento de dados*, através da preparação e condução da prática letiva das professoras;
3. explorar o conhecimento pedagógico do conteúdo manifestado pelas professoras quando articulam a interpretação do programa na sua prática letiva.

As questões de investigação prendem-se com os objetivos definidos e são estabelecidas do seguinte modo, para cada uma das professoras participantes:

- Quais os conhecimentos estatísticos mobilizados pela professora quando ensina representação gráfica em estatística a alunos do 7.º ano de escolaridade no primeiro ano de implementação, a nível nacional, do PMEB?

- Qual o conhecimento pedagógico do conteúdo que a professora revela na representação gráfica estatística?
- A prática da professora contribui para desenvolver uma cultura de aula de acordo com as finalidades e objetivos do PMEB?

Pretende-se responder às questões de estudo colocadas para melhor compreender o que as professoras conhecem, como interpretam e o que fazem com o que conhecem e interpretam enquanto implementam o PMEB na sala de aula, no tópico específico das representações gráficas estatísticas.

Pretende-se ainda promover uma reflexão conjunta com as professoras participantes sobre os conhecimentos profissionais mobilizados e a prática desenvolvida na planificação e gestão de aula, alertando para aspetos suscetíveis de discussão. Não se pretende fazer qualquer tipo de generalizações.

1.2. Enquadramento teórico e pertinência do estudo

A estatística faz hoje parte do programa de Matemática do ensino básico e secundário de muitos países e isso deve-se ao seu crescente desenvolvimento, ao seu papel noutras disciplinas e à sua presença cada vez mais visível na sociedade. As representações gráficas em Estatística são ferramentas muito utilizadas para transmitir informação em áreas muito diversas como na ciência, na medicina, na economia, na indústria, no comércio, nas instituições governamentais, e, por isso, todo o aluno deve receber preparação para lidar com gráficos. Um cidadão que não sabe ler um gráfico é um membro da sociedade que vive em desvantagem (Espinell, González, Bruno, & Pinto, 2009), tornando, assim, cada vez mais importante desenvolver em futuros cidadãos a capacidade de ler, analisar criticamente e tomar decisões baseadas na informação obtida através de gráficos.

Segundo Batanero (2009), os professores ainda não se libertaram da ideia da estatística como um conjunto de técnicas e o treino de cálculos e de procedimentos continua a assumir um lugar demasiado destacado na aula. No entanto, realça que os professores reconhecem a importância prática da Estatística, estão dispostos a aprender mais e a dedicar mais tempo ao seu ensino mas que se sentem pouco preparados para ajudar os alunos nas suas dificuldades no tema.

O atual contexto educativo e as orientações curriculares para o ensino da Matemática apontam para mudanças importantes na atuação por parte do professor, o que também implica mudanças nas perspetivas do seu conhecimento profissional (Ponte & Sousa, 2010).

Segundo Shulman (1986, p. 14), “o teste definitivo para confirmar a compreensão de um conteúdo é a capacidade para o ensinar, transformando o conhecimento em ensino”.

O conhecimento do professor para ensinar constitui uma corrente de investigação iniciada por Shulman (1986) cuja finalidade básica é a análise do conhecimento profissional do professor.

São muitos os investigadores que basearam o desenvolvimento de modelos teóricos e estruturas para o conhecimento profissional dos professores nos seus trabalhos. Entre eles, destacam-se aqui Rowland, Huckstep e Thwaites (2011), por estabelecerem, com base nas categorias do conhecimento do professor para ensinar definidas por Shulman, um quadro teórico para observação, análise e desenvolvimento do ensino da Matemática com foco na contribuição do conhecimento do conteúdo matemático do professor e com o objetivo de averiguar o que o professor sabe, em que se fundamenta e como identifica e aproveita as oportunidades para melhorar o ensino e a aprendizagem.

A introdução de novas temáticas e o aprofundamento de outras e as orientações curriculares e metodológicas para o ensino da Estatística e as consequentes mudanças na atuação por parte do professor justificam a necessidade da realização de estudos que contribuam para um melhor conhecimento acerca da aprendizagem e do ensino dessas temáticas (Batanero, 2009; Pinto, 2010; Fernandes, 2009).

O tema desta investigação surgiu da vontade de contribuir para a investigação em educação estatística, procurando reconhecer o desenvolvimento profissional do professor que se coaduna com as novas perspetivas orientadoras para a bordagem do tema da Estatística e de averiguar a implementação do programa em sala de aula porque não é fácil para um professor mudar o seu modo habitual de ensinar. Mudar significa “sair da zona de conforto” e suportar o período de vulnerabilidade até retomar segurança e conforto no novo e amplo conjunto de hábitos e expectativas.

1.3. Organização da tese

O texto está organizado em seis capítulos.

No capítulo 1 é apresentada a formulação do problema de investigação, a sua pertinência e relevância, abordado o enquadramento teórico e exposta a sua organização.

O capítulo 2 recai sobre um dos três princípios teóricos que orientaram a elaboração da investigação: o conhecimento profissional do professor. São abordadas perspetivas teóricas do estudo do conhecimento profissional do professor. O conhecimento base do professor para ensinar, cujo precursor foi Lee Shulman, tem como finalidade básica a análise do conhecimento do professor e serviu de base a modelos teóricos estabelecidos por outros investigadores. O Quarteto do Conhecimento é um desses modelos e consiste num quadro teórico de observação de aulas com foco na contribuição do conhecimento do conteúdo matemático do professor, que foi adotado e devidamente ajustado para melhor responder às questões formuladas nesta investigação.

No capítulo 3 apresenta-se outro marco teórico que emoldura esta investigação: a literacia estatística. Esta é uma área que representa aprendizagens importantes a desenvolver como metas do ensino em Estatística e são aqui apresentados estudos que contribuíram para ampliar o conhecimento sobre resultados de aprendizagem e níveis cognitivos da

compreensão gráfica, as concepções, erros e dificuldades dos alunos, dos professores e futuros professores na representação gráfica estatística e as implicações para o seu ensino.

O capítulo 4 centra-se no terceiro princípio teórico orientador desta tese: o paradigma qualitativo. São aqui apresentadas as perspetivas teóricas e metodológicas que sustentam o trabalho; uma descrição do contexto em que se desenrolou; os critérios que justificam a seleção das duas professoras participantes como estudo de casos; são expostos os detalhes dos instrumentos de recolha de informação assim como os materiais que permitiram a análise do conhecimento profissional das professoras quando ensinam *organização e tratamento de dados* a alunos do 7.º ano de escolaridade no ano letivo de 2010/2011.

No capítulo 5 é apresentada a análise que se realizou para validar a informação recolhida de cada um dos estudos de caso e para gerar os resultados do estudo. É também neste capítulo que se sintetizam os resultados e a análise de informação para cada um dos estudos de caso.

No capítulo 6 são examinados e discutidos os resultados à luz do enquadramento teórico que resultou da revisão da literatura; condensadas as principais conclusões; referidas algumas limitações do estudo e realçadas algumas implicações para o ensino da representação gráfica e futuras investigações.

Capítulo 2

Marco teórico do conhecimento profissional do professor

Os princípios teóricos que sustentam esta investigação são três: o conhecimento profissional do professor, o estudo da representação gráfica em educação estatística e o modelo qualitativo da investigação em educação. Em cada um dos três capítulos que se seguem, são apresentados resultados da investigação didática relativos a cada uma das três vertentes referidas. Neste capítulo, apresentam-se alguns estudos que caracterizam o conhecimento necessário para ensinar estatística dos professores e dos futuros professores.

2.1. Perspetivas teóricas no estudo das práticas dos professores de Matemática

O conhecimento profissional do professor é um conhecimento muito específico que não se limita ao saber académico, essencialmente teórico, declarativo e formal, e ao senso comum. É uma conjugação de saberes e de experiências, que se vão construindo e consolidando ao longo da sua carreira, desde o início da sua formação, apoiada em conhecimentos de natureza teórica, sobre a matemática e o ensino da disciplina, em conhecimentos de natureza social e experimental, sobre os alunos, a gestão e a dinâmica da sala de aula, a comunidade escolar, o grupo disciplinar e em conhecimentos que resultam das suas vivências e da reflexão sobre as mesmas.

O conhecimento profissional tem, como base fundamental, a experiência e a reflexão sobre a experiência, não só a individual mas também a de todo corpo profissional, e traduz-se pela eficácia na resolução de problemas práticos e pela adequação das soluções aos recursos existentes. “O valor deste conhecimento resulta de se apoiar na experiência reflectida, sistematizada e validada por um grupo profissional específico, reconhecido pela sociedade” (Ponte, 2012, p. 4).

A investigação sobre o conhecimento dos professores, neste caso, no ensino da Matemática, tem procurado elementos e características que podem ser tomados como referência no trabalho dos professores, quando se procura descrever o conhecimento mobilizado por estes na sua prática letiva. Para além do que o professor sabe, interessa o modo como atua na sala de aula e as razões porque o faz.

Ponte e Chapman (2006), numa conferência no *Psychology of Mathematics Education*, analisam estudos sobre conhecimentos e práticas profissionais, realizados, ao longo de 30 anos, numa variedade de perspetivas que incluem: psicologia cognitiva, interação em sala de aula, estudos socioculturais, estudos biográficos e colaborativos e estudo baseados nas orientações curriculares.

Alertam para o facto do conceito de prática profissional do professor, apesar de muito utilizado na literatura em educação matemática, carecer, muitas vezes, de definição e/ou caracterização. Ponte e Chapman (2006), identificam a prática do professor com as suas atividades regulares, atendendo ao contexto de trabalho e os seus significados e intenções, ou seja, são atividades realizadas com frequência, socialmente organizadas e que respeitam o significado que o professor atribui ao que faz.

2.1.1. O conhecimento base para ensinar

Um dos tópicos da revisão da literatura visou o modelo teórico com que se pretende enquadrar o trabalho de investigação, o modelo de Shulman. Este modelo tem sido bastante aplicado na investigação em educação matemática mas pouco explorado na educação estatística (Pinto, 2010).

O *conhecimento base para o ensino* é uma perspetiva teórica que teve origem em dois artigos de Lee Shulman (1986) e (1987).

Da revisão da literatura sobre o ensino, Shulman concluiu que, dos finais dos anos 70 até meados dos anos 80, privilegiavam os processos de avaliação e seleção de professores com base no cariz *pedagógico*, assumindo que o conteúdo a lecionar teria de ser conhecido devido à licenciatura que se tinha na disciplina correspondente, o que levou à escassez de investigação sobre como transformar o conteúdo científico em conhecimento do professor numa situação de ensino. A este vazio, Shulman (1986) chamou o “paradigma perdido” (*missing paradigm*). Sem diminuir a importância do conteúdo pedagógico e os métodos ou técnicas de ensino, Shulman e os seus colaboradores procuraram recuperar e atribuir ao conhecimento do conteúdo o justo lugar e criar um modelo teórico que integrasse o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico.

Propõem, então, que o foco da investigação sobre o ensino seja o estudo do pensamento do professor sobre o ensino do conteúdo a lecionar. Para isso, deve considerar-se que toda a atividade educativa tem como suporte uma série de crenças e de teorias implícitas que fazem parte do pensamento do professor e que orientam as suas opções sobre o conhecimento e sobre a construção do processo de ensino e de aprendizagem.

No artigo de 1986, Shulman divide o conhecimento profissional em três categorias:

- o conhecimento do conteúdo (*subject matter content knowledge*)

Define esta categoria do conhecimento como “o conteúdo e organização de conhecimento *per se* na mente do professor” e realça que “o professor não necessita só de compreender que algo é assim; o professor deve perceber bem porque é assim, sobre que pressupostos as

justificações podem ser afirmadas e sob que circunstâncias a nossa crença, nessas justificações, pode ser enfraquecida ou até negada” (Shulman, 1986, p. 9).

- o conhecimento pedagógico do conteúdo (pedagogical content knowledge)

Esta categoria vai do conhecimento do conteúdo *per se* para a dimensão do conhecimento do conteúdo para ensinar e inclui as formas mais úteis de representação destas ideias e as analogias mais poderosas, ilustrações, explicações e demonstrações - ou seja, “o modo de representar e formular o tema de modo a torná-lo compreensível para os outros” (Shulman, 1986, p. 9).

- o conhecimento do currículo (curriculum knowledge)

Nesta categoria engloba a compreensão das orientações curriculares e inclui a capacidade de articular e fazer conexões entre os diferentes temas e tópicos.

O artigo de Shulman (1986) é um clássico para os investigadores que estudam o conhecimento profissional do professor e, mais especificamente, o conhecimento pedagógico do conteúdo, que o autor definiu como sendo “a interpretação e a transformação do conhecimento do tópico a lecionar num contexto facilitador às aprendizagens dos alunos”.

A categoria pedagogical content knowledge foi traduzida, na literatura em português, por “conhecimento pedagógico do conteúdo” (Caseiro, 2010; Ponte, Branco, Quaresma, Velez e Mata-Pereira, 2012) ou “conhecimento didático do conteúdo” (Oliveira e Ponte, 1997; Nunes e Ponte, 2010; Guerreiro e Ribeiro, 2008; Pimenta, 2009).

O conhecimento pedagógico do conteúdo foi objeto de discussão entre investigadores por dois motivos: pela distinção de apenas duas componentes básicas - o conhecimento que o professor tem dos alunos e do ensino de temas concretos - e pela ausência de falta de referência à operacionalização.

No artigo de 1987, Shulman reconhece outras categorias no conhecimento profissional e estabelece um corpo de conhecimentos indispensáveis para ensinar que deve ser comum a todos os professores:

- conhecimento do conteúdo;
- conhecimentos gerais de pedagogia, atendendo especialmente aos princípios e estratégias de gestão e organização da sala de aula que parecem transcender o conteúdo a ensinar;
- conhecimento curricular, em particular, com a compreensão dos materiais e programas que se traduzem em “ferramentas de trabalho” para o professor;
- conhecimento pedagógico do conteúdo;
- conhecimento dos alunos e das suas características;
- conhecimento de contextos educativos, que abarca o grupo de trabalho, a sala de aula, o sistema educativo e o perfil das comunidades e cultura em que está inserido;
- conhecimento de fins educacionais, propósitos e valores e seus fundamentos filosóficos e históricos.

De entre estas categorias, o conhecimento pedagógico do conteúdo reveste-se de um interesse especial porque envolve diferentes origens do conhecimento para ensinar, envolvendo uma mistura entre conteúdo e pedagogia de modo a compreender como organizar, representar e adaptar determinados temas aos diversos interesses e capacidades dos alunos e como os apresentar numa situação de ensino.

Segundo (Pinto, 2010), esta categoria interseja o conhecimento da matéria *per se* e os princípios gerais da pedagogia. Este autor apresenta, na sua tese de doutoramento, uma síntese do trabalho de Lee Shulman e uma vasta revisão da literatura que engloba investigações realizadas com base no trabalho deste investigador e especialmente no conhecimento pedagógico do conteúdo. Refere Tamir, 1988; Smith e Neale, 1989; Marks, 1990b; Even, 1990 e 1993; Rovegno, 1992; Llinares, 1993 e 1998; Marcelo, 1993; Fernández-Balboa e Stiehl, 1995; Blanco, Mellado e Ruiz, 1995; Mellado, Blanco, e Ruiz, 1999; García, 1997; Cooney, 1999; Graeber, 1999; Barnett e Hodson, 2001; Val Driel, De Jong e Verloop, 2002; Appleton, 2003; Badillo, 2003; An, Kulm e Wu, 2004; Bolivar, 2005; Md, Hamzah, Ismail, Husain e Ismail, 2006; Ponte e Chapman, 2006; Attorps, 2006; Sorto, 2007 e Burgess, 2008.

Pinto (2010, p. 12) resume as diferentes conceitualizações ou características do conhecimento pedagógico do conteúdo que os investigadores referidos propuseram e vai agrupá-las segundo quatro aspetos: o CPC é contextualizado, quer no que respeita à natureza do conteúdo quer no que respeita à situação de ensino; consiste na transformação, transferência ou transposição didática do conteúdo para o ensino; distingue-se do conhecimento do conteúdo, não apenas pela simples combinação ou mistura de pedagogia e conteúdo e não é modelo único de desenvolvimento, mas requer características especiais para formação e estudo com os professores. Na formação de professores, pretende-se uma reflexão e aplicação sobre a ação, a integração da psicologia e conteúdo, a investigação em didática da disciplina e o estudo dos diferentes modos de representar o conteúdo a lecionar. No entender de Jesus Pinto, estas características explicam com maior profundidade e ampliam a compreensão do significado do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Também Figueiredo (2010) compara as conceitualizações do conhecimento pedagógico do conteúdo usadas por diferentes investigadores e conclui que não existe um modelo universalmente aceite. No entanto, todos os investigadores incluídos na comparação coincidem em dois aspetos essenciais: o conhecimento que o professor tem das conceções, dificuldades, interesses e crenças dos alunos e do conhecimento que o professor tem do conteúdo a lecionar.

Figueiredo (2010) evidencia que o conhecimento profissional do professor tem sido objeto de um estudo aprofundado nos últimos 20 anos, com foco no conhecimento pedagógico do conteúdo ou na sua ligação com outras categorias do conhecimento dos professores e realça que “as investigações, os estudos e os trabalhos produzidos sobre o tema assumem perspetivas muito diferentes, no entanto podemos encontrar um aspeto que é comum: o conhecimento pedagógico do conteúdo ancora-se na prática docente e na reflexão que o próprio professor faz sobre essa prática” (p.82).

2.1.2. Modelos do conhecimento profissional do professor

O livro de Donald Schön (*The reflective practitioner: How Professionals Think in Action*, 1983), que desencadeia uma onda de interesse pela reflexão, e a noção de “pedagogical content knowledge” de Lee Shulman (1986) tornam-se “extremamente apelativos para todos aqueles que, dentro da educação matemática, pretendem valorizar tanto os aspectos ligados ao conteúdo (matemático) como ao seu ensino (pedagogia)” (Ponte, 2012, p. 2).

Ponte e Oliveira (2002) reconhecem, no conhecimento profissional do professor de Matemática, quatro vertentes fundamentais: o conhecimento da matemática, o conhecimento do currículo, o conhecimento do aluno e dos seus processos de aprendizagem e o conhecimento dos processos de trabalho na sala de aula.

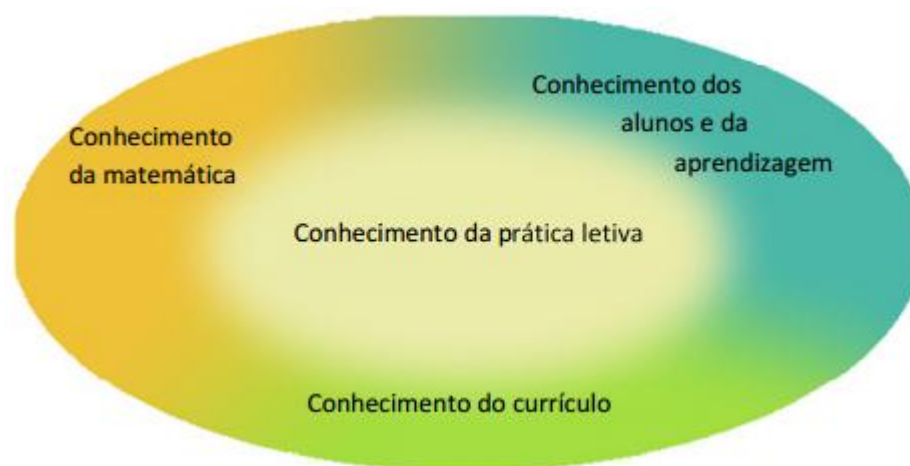


Figura 2.1: Vertentes do conhecimento didático (Ponte, 2012, p. 4)

O conhecimento da matemática é a vertente que distingue os professores de Matemática dos professores das outras disciplinas, recai sobre a interpretação que o professor de Matemática faz enquanto disciplina escolar e é onde se incluem os conceitos e procedimentos fundamentais, as suas formas de representação e as conexões internas e externas à disciplina. A vertente do conhecimento do aluno e dos seus processos de aprendizagem envolve o conhecimento dos alunos enquanto pessoas, os seus interesses, os seus valores e o modo como aprendem e é fundamental no desempenho do papel profissional do professor.

A terceira vertente do conhecimento didático diz respeito ao currículo e à gestão curricular feita pelo professor e abrange o conhecimento das finalidades e objetivos do ensino da Matemática bem como a organização dos conteúdos, o conhecimento dos materiais de ensino e das formas de avaliação a utilizar.

A vertente do conhecimento da prática letiva constitui, no entender de Ponte (2012), o núcleo fundamental do conhecimento didático; inclui as planificações, a longo, curto prazo e os planos diários e o que diz respeito à condução das aulas de Matemática, nomeadamente as formas de organização do trabalho dos alunos, a criação de uma cultura de aprendizagem na

sala de aula, o desenvolvimento e a regulação da comunicação e a avaliação das aprendizagens dos alunos e do ensino do próprio professor.

Ponte (2012) realça dois aspetos que distinguem este modelo de outros semelhantes: um dos aspetos traduz-se em assumir claramente um núcleo fundamental, o conhecimento da prática letiva, onde o professor faz as opções que orientam a sua prática letiva e regula todo o processo de ensino e o outro aspeto, por considerar que as vertentes não são disjuntas, que estão sempre presentes na atividade de um professor quando ensina Matemática, os objetivos e prioridades curriculares, a visão do aluno e do modo como aprende e um conhecimento de modos de trabalho, recursos e formas de atuação prática do professor.

Ponte e Nunes (2010) referem que, para além dos quatro domínios definidos, é fundamental que o professor se conheça a si mesmo como profissional e que conheça o seu contexto de trabalho, que inclui a escola e o sistema educativo. O conhecimento que o professor tem de si mesmo está relacionado com o modo como se vê, com o reconhecimento das suas capacidades e do papel que guarda para si e para os alunos, na sala de aula e na escola.

Para ensinar bem, não basta possuir um conjunto alargado de saberes e capacidades (Ponte, 1998; Shulman, 1986), é necessário saber pensar bem e saber ser professor, o que envolve dimensões emocionais, sociais e éticas.

Num artigo de Ponte, Branco, Quaresma, Velez, & Mata-Pereira (2012), é discutida a noção de prática profissional, analisando duas abordagens, a cognitiva e a sociocultural. Apesar da abordagem sociocultural se centrar na atividade e a cognitiva focar as decisões e ações, os autores consideram que são ambas necessárias para compreender a prática letiva dada a necessidade de compreender o que o professor faz num sentido global. Para isso, deve atender-se aos seus planos de ação e procurar caracterizar a sua atividade, e identificar o modo específico como esses planos são postos em prática através de decisões tomadas e ações apoiadas em operações e técnicas mais ou menos apropriadas.

Da revisão da literatura feita através de estudos internacionais, os autores identificam as tarefas e a comunicação em sala de aula como elementos chave das práticas letivas. Apresentam estudos em educação matemática que ilustram uma variedade de abordagens no estudo das práticas profissionais no ensino da Matemática e concluem que, apesar dos artigos apresentados abordarem de forma diversa as práticas letivas do professor de Matemática na sala de aula, todos focalizam as tarefas propostas e o tipo de comunicação desenvolvida. Ponte, Branco, Quaresma, Velez e Mata-Pereira apresentam um modelo para o estudo da prática profissional do professor de Matemática na sala de aula que combina as duas perspetivas referidas e foca especialmente as tarefas e a comunicação, como dois aspetos fundamentais da didática da Matemática, identificados a partir de estudos internacionais.

Tabela 2.1: Modelo para o estudo da prática profissional do professor de Matemática na sala de aula (Ponte, Branco, Quaresma, Velez, & Mata-Pereira, 2012, p. 274)

Tarefas	Natureza e estrutura da prática	Comunicação
- Nível cognitivo, estrutura, contexto	Atividade ---Ações---Operações	- Unívoca/Dialógica
- Representações envolvidas	Motivos ---Objetivos---Condições	- Questionamento
- Materiais	Planos de ação---Decisões---Técnicas	- Negociação de significados
Recursos e Ferramentas		
Modos de trabalho dos alunos		

Outra teoria, a Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) (Hill, Ball, & Schilling, 2008), provou ser especialmente poderosa na descrição de conhecimento requerido pelos professores na sua prática letiva, reforçando os seus laços com a matemática e considerando, ao mesmo tempo, outros elementos envolvidos no processo de ensino, como, por exemplo, os alunos e a sua aprendizagem e o currículo e as conexões entre eles (Carrillo J. , Climent, Contreras, & Munoz-Catalán, 2013).

A representação visual do modelo MKT é o quadro seguinte, onde se podem vislumbrar as categorias de Shulman (1986) e as subdivisões propostas no modelo.

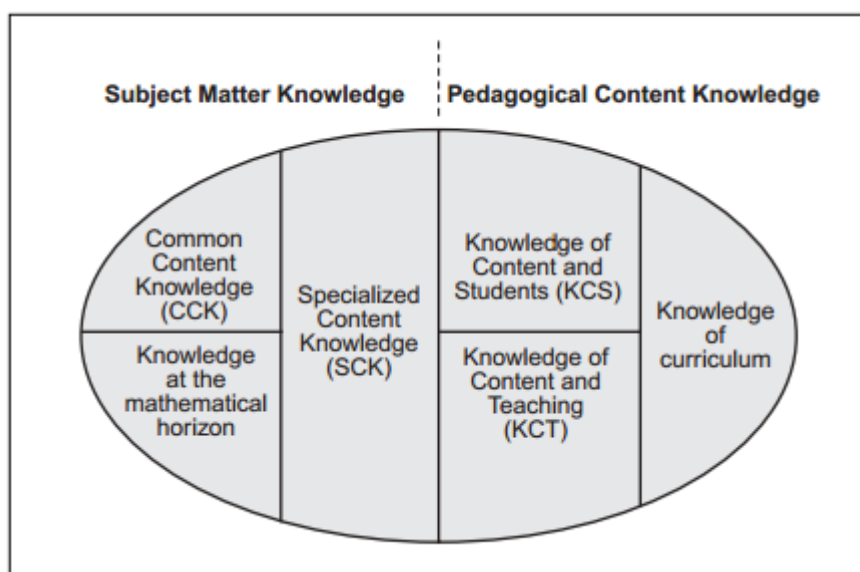


Figura 2.2: Modelo dos domínios do conhecimento matemático para ensinar (Hill, Ball, & Schilling, 2008, p. 377)

Hill, Ball e Schiling (2008) dividem o conhecimento do professor em duas categorias:

- o conhecimento do conteúdo (subject matter knowledge), subdividido em conhecimento comum do conteúdo (*common content knowledge*, CCK), conhecimento especializado do

conteúdo (*specialized content knowledge*, SCK) e conhecimento do horizonte matemático (*horizon content knowledge*);

- o conhecimento pedagógico do conteúdo (*pedagogical content knowledge*, PCK) que engloba o conhecimento do conteúdo e dos alunos (*knowledge of content and students*, KCS), o conhecimento do conteúdo e do ensino (*Knowledge of content and teaching*, KGT) e o conhecimento do currículo (*knowledge of curriculum*).

O conhecimento comum do conteúdo está relacionado com a categoria conhecimento do conteúdo do modelo de Shulman (1986) e inclui a quantidade e organização do conhecimento do conteúdo na mente do professor mas referindo-se ao conhecimento utilizado na prática letiva como em qualquer outra profissão ou ocupação que utilize a matemática, como por exemplo, a capacidade de reconhecer as respostas erradas e as definições imprecisas nos manuais escolares; o conhecimento especializado do conteúdo é um conhecimento próprio e único para conduzir o ensino de determinado conteúdo, que permite ao professor envolver-se em determinadas tarefas docentes como detetar erros cometidos por alunos e avaliar as suas conceções alternativas, dar explicações matemáticas, utilizar formas rigorosas de representar ideias matemáticas ou analisar e compreender métodos de resolução de problemas; o conhecimento do horizonte matemático é o conhecimento relacionado com as conexões entre os vários tópicos do currículo, nomeadamente com temas a lecionar futuramente.

Estas três subcategorias estão relacionadas com o conhecimento do conteúdo matemático mas este mero conhecimento do conteúdo é inútil em termos pedagógicos (Shulman, 1986).

A segunda categoria do conhecimento está relacionada com o conhecimento pedagógico do conteúdo do modelo de Shulman e está também subdividida em três subcategorias. O conhecimento do conteúdo e do ensino combina o conhecimento do conteúdo matemáticos com os princípios gerais da pedagogia para ensinar. O conhecimento do conteúdo e dos alunos entrelaça o conhecimento do conteúdo matemático com o conhecimento dos alunos relativamente ao que sabem, o que pensam, como aprendem determinado conteúdo, dos equívocos e conceções alternativas que possam manifestar. O conhecimento do currículo inclui o conhecimento do programa a lecionar, dos materiais de ensino disponíveis e de quando e como usar os recursos materiais disponíveis.

O MKT representou um avanço significativo no sentido de caracterizar os diversos domínios de conhecimento dos professores de Matemática. No entanto, os próprios autores reconheceram que as subcategorias definidas não correspondem, na prática, a uma exaustiva classificação do conhecimento do professor. Outra dificuldade de aplicação do modelo prende-se com a frequente dificuldade em saber se um determinado episódio de aula é ilustrativo, sem margem de dúvida, de um dos subdomínios ou se encaixa na interseção de dois ou até de três. Carrillo, Climent, Contreras, Munoz-Catalán (2013) referem ainda que a própria diferenciação entre o conhecimento comum do conteúdo e do conhecimento especializado do conteúdo admite a possibilidade do conhecimento de todos os professores ser, em certa medida, especializado. A dificuldade na diferenciação destas duas categorias está relacionada com a dificuldade de estabelecer onde termina o conhecimento comum e onde inicia o

conhecimento especializado, como resultado da definição de CCK. Por exemplo, quando o professor explica a necessidade de reduzir as frações ao mesmo denominador, na adição de frações, não é claro onde incluir o conhecimento mobilizado. Outra dificuldade prende-se com a demarcação entre o conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento do horizonte matemático, assim como entre o conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento do conteúdo e dos alunos, resultante da definição dada ao conhecimento especializado do conteúdo.

Destacadas estas dificuldades de aplicação do modelo MKT, Carrillo, Climent, Contreras, Munoz-Catalán (2013) sugeriram uma reformulação do modelo que vai no sentido de impedir a classificação de todo o conhecimento do professor como especializado, que constitui o modelo Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK).

O foco do MKT é a aula como um todo, o que inclui questões pedagógicas, e pode ser utilizado em aulas de outra disciplina, afastando-se da matemática e da sua essência. O modelo Mathematics Teacher's Specialized Knowledge está centrado na matemática e engloba as diferentes maneiras do professor ver a matemática, partindo do que revela conhecer e utilizar. Este modelo não inclui apenas a matemática em si, mas também as reflexões que o professor estabelece, na interação com a própria matemática, na sua prática diária, a partir da qual os aspetos da pedagogia para ensinar surgem naturalmente.

O MKT diz respeito às circunstâncias educacionais restringindo o professor por reconhecer as causas do erro, usando exemplos poderosos, identificações incorretas em definições em livros didáticos, etc. Em contraste, o MTSK, em virtude de ser projetado para encapsular conhecimentos especializados de professores, concentra a sua atenção no conteúdo matemático e, com maior precisão, sobre as diferentes formas de se envolver totalmente com o conteúdo matemático enquanto ensina.

A nova proposta é apresentada de forma detalhada no seguinte quadro.

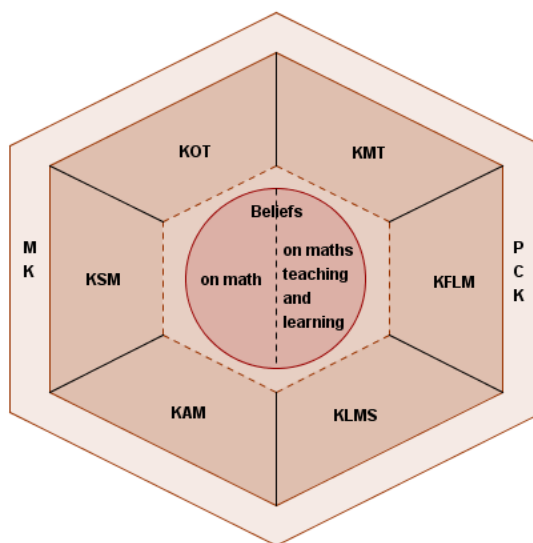


Figura 2.3: Modelo para o estudo da prática profissional do professor de Matemática (Carrillo J. , Climent, Contreras, & Munoz-Catalán, 2013)

Os elementos de MTSK contemplados no conhecimento matemático (MK) são:

- a) *conhecimento dos tópicos (Knowledge of topics, KOT)* - conhecimento de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como os fundamentos teóricos correspondentes;
- b) *conhecimento das estruturas matemáticas (Knowledge of the structure of mathematics, KSM)* - conhecimento das principais ideias e estruturas, como o conhecimento das propriedades e noções relativas a itens específicos, que podem ser abordados em qualquer momento, ou o conhecimento das conexões entre temas atuais e itens anteriores e futuros;
- c) *conhecimento sobre matemáticas (Knowledge about mathematics, KAM)*- conhecimento das formas de saber e de criar ou de produzir em matemática (conhecimento sintático), aspetos da comunicação matemática, raciocínio e testes, saber como definir e usar definições, estabelecendo relações (entre conceitos, propriedades, etc.), correspondências e equivalências, selecionando representações, argumentando, generalizando e explorando.

Os elementos de MTSK contemplados no conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) são:

- d) *conhecimento das características da aprendizagem matemática (Knowledge of Features of Learning Mathematics, KFLM)* - conhecimento que deriva da necessidade do professor compreender a forma de pensar dos alunos quando confrontados com atividades e tarefas matemáticas;
- e) *conhecimento do ensino da Matemática (Knowledge of Mathematics Teaching, KMT)* - tipo de conhecimento que permite ao professor escolher a representação específica ou determinado material de ensino para aprendizagem de conceito ou procedimento matemático, bem como a seleção de exemplos e a escolha de livros de texto;
- f) *conhecimento das normas de aprendizagem em Matemática (Knowledge of Mathematics Learning Standards, KMLS)*- inclui o conhecimento do que está estabelecido em termos curriculares, da progressão de um ano para o outro, dos materiais de apoio sugeridos, normas mínimas e formas de avaliação.

Carrillo, Climent, Contreras, Munoz-Catalán (2013) apresentam este modelo alternativo MTSK, baseado no MKT, a partir da discussão das características dos subdomínios que compõem o modelo. Sugerem ainda que os modelos, este e outros, devem ser concebidos como uma espécie de kit do investigador, que o ajude a evitar um perspetivismo, que pode impedir a compreensão do fenómeno em estudo. Estudar MTSK, através deste kit, irá permitir reforçar o conhecimento das categorias e subdomínios do modelo.

Também Rowland, Huckstep e Thwaites (2011) apresentaram um modelo teórico que estuda o conhecimento profissional do professor e que consiste num quadro teórico para observação de aulas com foco na contribuição do conhecimento do conteúdo matemático do professor, que denominaram de Quarteto do Conhecimento. Neste modelo, categorizam-se situações nas aulas de Matemática prestando particular atenção ao tópico matemático a ser ensinado e ao

conhecimento matemático relacionado que o professor traz para a aula em vez das características mais gerais da aula (Rowland, Thwaites, & Huckstep, 2005). O objetivo é compreender o que o professor sabe, aquilo em que acredita e como identificar oportunidades para melhorar o ensino.

Os investigadores identificaram aspetos da ação do professor significativos no que respeita à informação sobre o seu conhecimento do conteúdo ou sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo. Esses aspetos permitiram gerar um conjunto de categorias que os agrupam, por serem considerados da mesma natureza ou de natureza similar, em quatro dimensões: fundamentação, transformação, conexão e contingência.

A fundamentação inclui as bases teóricas e as crenças do professor e engloba o seu conhecimento, a sua compreensão e os recursos que fazem parte da sua preparação, intencional ou não, para o seu desempenho na sala de aula. É o que o professor sabe, é o seu conhecimento, independentemente se é usado ou não nas aulas.

As outras três dimensões estão relacionadas com o conhecimento mobilizado pelo professor na preparação e condução do ensino.

A transformação inclui a habilidade do professor em transformar o conhecimento do conteúdo que possui em formas que são pedagogicamente fortes e a apresentação de ideias aos alunos sob a forma de analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações.

A conexão engloba a integridade do conteúdo matemático na mente do professor e a gestão do discurso matemático na aula, a sequência dos tópicos de ensino dentro da aula e entre as aulas, incluindo a ordem das tarefas e exercícios. As escolhas pedagógicas e as estratégias adotadas refletem conhecimento de conexões dentro da própria matemática mas também consciência das exigências cognitivas dos diferentes tópicos e tarefas.

A contingência abarca a capacidade de resposta do professor em situações na sala de aula que não foram previstas nem antecipadas e a habilidade de “think on one’s foot”, isto é, a capacidade de convencer, de fundamentar e de dar respostas esclarecedoras em situações não previstas e não planeadas.

No Quarteto do Conhecimento, muitos episódios ou segmentos de ensino podem ser incluídos numa ou mais dimensões, uma vez que a qualidade das respostas dadas aos alunos (contingência) é indubitavelmente determinada, pelo menos em parte, pelo conhecimento disponível do professor (fundamentação). Ou ainda, que a aplicação do tema na sala de aula se baseia sempre “no que o professor sabe”.

Apresenta-se a tabela construída por Rowland, Huckstep e Thwaites (2011) que mostra a distribuição das categorias por cada uma das quatro dimensões.

Tabela 2.2: Categorias do Quarteto do Conhecimento (Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2011)

Dimensão	Categorias
Fundamentação	Consciência dos objetivos, recurso ao manual, concentração nos procedimentos, identificação de erros, exibição explícita do assunto, bases teóricas da pedagogia, uso de terminologia matemática
Transformação	Escolha de exemplos, escolha de representação, uso de material de ensino, demonstração do professor (para ensinar um procedimento)

Conexão	Antecipação da complexidade, decisões sobre a sequencialidade, conexões sobre procedimentos, conexões sobre conceitos, reconhecimento de adequação conceptual
Contingência	Desvio do plano de trabalho, resposta a ideias do aluno, uso de oportunidades, percepção do professor durante a aula

Em síntese, são vários os modelos teóricos sobre o conhecimento profissional do professor que podem enquadrar uma investigação em educação matemática e os próprios autores consideram ser possível refinar cada um dos modelos. Há, no entanto, consensos entre os modelos apresentados, um dos quais é que o conhecimento profissional do professor ultrapassa o domínio do conhecimento científico adquirido na formação base de um professor ou construído ao longo da sua carreira, envolvendo outros domínios de natureza teórica e prática da formação e da vivência de cada professor e da reflexão que faz sobre a mesma.

O valor da reflexão sobre a experiência como meio de estimular a aprendizagem tem sido alvo de investigações em educação matemática, na qual se destaca Schön (1983) que descreve a reflexão como “uma contínua interação entre pensamento e ação” (p. 281) e o “prático reflexivo” como a pessoa que “reflete sobre as compreensões implícitas na própria ação, que as torna explícitas, as critica, reestrutura e aplica em ações futuras” (p.50).

Schön (1983) apresenta a complexidade, a especificidade, a instabilidade, a desordem e a indeterminação como características essenciais das situações práticas com que o professor se depara na sua atividade diária. Essas características permitem realçar o papel fundamental da capacidade do professor de tomar decisões adequadas e de resolver situações práticas problemáticas e de o fazer em interação com os alunos, com outros professores e outros elementos da comunidade educativa. Esta capacidade está relacionada não só com o conhecimento académico do professor mas também com “outros recursos como a apreensão intuitiva das situações, articulando pensamento e ação, e a gestão dinâmica das relações sociais” (Ponte, 2012). A capacidade de tomar decisões na sala de aula envolve igualmente a criação de estratégias de ação para a resolução de situações não habituais, implica o desenvolvimento do sentido de improvisação e de resposta rápida a situações novas e consolida a autoconfiança.

Schön (1983) critica a racionalidade técnica por considerar que a investigação científica em educação não consegue abranger todas as complexidades da prática profissional do professor e realça a necessidade do professor desenvolver um conjunto de competências para lidar com situações não habituais.

Os estudos produzidos sobre o conhecimento profissional do professor podem assumir perspetivas diferentes. As perspetivas de Shulman (1986) baseiam-se em que o saber do professor não se limita ao domínio do conhecimento científico, envolvendo outros domínios interligados. O autor considera o conhecimento do conteúdo um aspeto importante do saber e associa-o à prática do professor.

O programa de investigação SKIMA, Subjet Knowledge in Mathematics, é o resultado de um trabalho colaborativo entre quatro Universidades: Cambridge, York, Durham e o Instituto de Educação da Universidade de Londres. Os investigadores destas universidades, envolvidos no projeto, focam especialmente a relação entre o conhecimento do conteúdo matemático de professores estagiários de Matemática e o ensino, procurando evidenciar a forma como o conhecimento do conteúdo é demonstrado na planificação e na condução da própria aula, nomeadamente as atitudes dos estagiários em relação à matemática, as suas crenças e as estratégias que adotam para lidar com as suas fraquezas. Para isso, desenvolveram um quadro concetual para discussão entre os orientadores de estágio, os estagiários e o orientador científico acerca do conhecimento do conteúdo matemático mobilizado nas aulas assistidas. O quadro, denominado Quarteto do Conhecimento, foi desenvolvido a partir da observação e *feedback* de aulas de professores estagiários do 1.º ciclo mas a sua aplicação foi alargada a casos de estudo com professores do ensino básico ou secundário e que abordam temas distintos da Matemática. O modelo foi sendo refinado e ajustado a cada aplicação. O quadro foi identificado como um instrumento de observação, análise e desenvolvimento do ensino da Matemática, com especial focalização na contribuição do conhecimento do conteúdo.

Nesta investigação pretende estudar-se o conhecimento profissional, “posto em ação”, de duas professoras quando ensinam representação gráfica estatística a alunos do 7.º ano de escolaridade. Tendo em conta os objetivos a perseguir neste estudo, considerou-se que o modelo Quarteto do Conhecimento podia ser útil na análise do ensino “posto em prática” pelas professoras, facilitando a compreensão do conhecimento do conteúdo, do conhecimento pedagógico do conteúdo e do currículo revelado pelas professoras no ato de ensino.

A revisão da literatura, que abarcou o Quarteto do Conhecimento, permitiu antever a utilidade e eficácia do modelo na investigação que se pretende realizar. Permitiu também perceber que, até ao momento de optar por um modelo que enquadrasse a investigação, não tinha ainda sido aplicado a casos de estudo que envolvessem a Estatística.

Na seção a seguir, apresentam-se estudos em que a aplicação do modelo facilitou a análise e o desenvolvimento do ensino e que ajudam a clarificar a opção feita.

2.1.3. O Quarteto do Conhecimento

O Quarteto do Conhecimento é um quadro teórico que Rowland, Huckstep e Thwaites (2003) estabeleceram para estudar o conhecimento profissional do professor, através da observação de aulas com foco na contribuição do conhecimento do conteúdo matemático do professor. Neste modelo, categorizam-se situações nas aulas de Matemática dando particular relevo ao tópico matemático a ser ensinado e ao conhecimento matemático mobilizado pelo professor na aula, em vez das características mais gerais da aula (Rowland, Thwaites, & Huckstep, 2005). Este quadro baseia-se no modelo teórico de Shulman mas enquanto o modelo de Shulman procura categorizar os diferentes tipos de conhecimento dos professores, o Quarteto do Conhecimento visa as situações em que esse conhecimento é evidenciado. O objetivo é

compreender o que o professor sabe e aquilo em que acredita e como identificar oportunidades para melhorar o ensino.

Este artigo de Rowland, Huckstep e Thwaites (2003) faz parte de um projeto colaborativo que envolve investigadores de três universidades do Reino Unido, o SKIMA (Subject Knowledge in Mathematics). O principal foco desta investigação é desenvolver, a partir da observação das aulas lecionadas por futuros professores do ensino básico, um quadro conceitual que oriente a observação para aspetos relativos ao conhecimento do conteúdo, que facilite a sua análise e que promova a discussão entre professores estagiários e orientadores de estágio relativamente ao papel do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico do conteúdo no contexto das aulas observadas. Os autores procuravam um quadro flexível e não estruturalmente complexo, que capturasse as ideias importantes sobre conhecimento do conteúdo e as enquadrassem num pequeno número de categorias conceituais de modo a tornar-se eficaz.

Foram observadas duas aulas de doze estagiários, seis dos quais lecionavam crianças dos 3 aos 8 anos e os outros seis lecionavam crianças dos 7 aos 11 anos. Os investigadores identificaram aspetos na ação dos professores que consideraram significativos no sentido de elucidar sobre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo do futuro professor. A observação das aulas permitiu definir 18 categorias iniciais que relacionam o conhecimento do conteúdo matemático com o conhecimento pedagógico do conteúdo e com as competências necessárias para ensinar Matemática. No entanto, os investigadores, reconhecendo que 18 categorias são demasiadas para tornar o quadro de observação eficaz, apresentaram um enquadramento teórico, que permite identificar e estudar o conhecimento do conteúdo matemático mobilizado por professores do ensino básico enquanto ensinam, dividido em quatro dimensões bem definidas, ao qual chamaram o Quarteto do Conhecimento. Assim, os investigadores Rowland, Huckstep e Thwaites (2003) dividiram o conhecimento evidenciado nas aulas observadas em quatro dimensões: *fundamentação*, *transformação*, *conexão* e *contingência*.

Na *fundamentação*, incluem-se os conhecimentos e a compreensão da matemática *per se* e o saber necessário para ensinar a Matemática, bem como as crenças sobre a natureza da matemática, as finalidades da educação matemática e as condições sob as quais os alunos irão aprender melhor a matemática. A aplicação do conhecimento de um tópico na sala de aula recai *sempre* sobre o conhecimento da *fundamentação*, que vai influenciar de forma determinante as escolhas pedagógicas e estratégias.

As outras três dimensões referem-se aos modos e aos contextos sobre os quais o conhecimento é exercido, ou seja, na preparação e na condução do ensino. Nestas dimensões, categorizam-se as situações em que se evidencia o conhecimento em ação demonstrado na planificação e no próprio ato de ensino.

A *transformação* evidencia que a base do conhecimento para ensinar se distingue pela habilidade do professor em transformar o conhecimento do conteúdo que possui em formas

que são pedagogicamente fortes. Inclui a apresentação de ideias aos alunos sob a forma de analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações.

A *conexão* inclui a coerência na planificação e no ensino evidenciada ao longo do episódio, da aula ou de uma série de aulas. Inclui também a sequência do material para o ensino, dos tópicos de ensino dentro da aula e entre as aulas, incluindo a ordem das tarefas e exercícios e uma consciencialização das exigências cognitivas de diferentes temas e tarefas.

A *contingência* inclui a capacidade de resposta do professor em situações na sala de aula que não foram previstas nem antecipadas. É a habilidade de “think on one’s foot”, ou seja, a capacidade de convencer, de fundamentar e de dar respostas esclarecedoras em situações não previstas e não planeadas.

No Quarteto do Conhecimento, muitos episódios ou momentos podem ser entendidos em termos de duas, ou de mais, das quatro dimensões. Por exemplo, uma resposta a uma sugestão de um aluno (*contingência*) pode relacionar ideias anteriores (*conexão*). Além disso, pode argumentar-se que a aplicação do tema na sala de aula baseia-se sempre “no que o professor sabe” (*fundamentação*).

A investigação efetuada e a aplicação do modelo à análise das práticas de futuros professores do 1º ciclo permitiram concluir que o quadro se revela útil e eficaz na observação de aulas e análise do conhecimento do conteúdo matemático entre professores estagiários e os seus orientadores. Os orientadores realçaram o fato do modelo desviar a atenção habitualmente focada nos aspetos organizacionais da sala de aula, como a gestão de tempo, o ritmo, as questões de administração, de controlo ou das características mais gerais, para os aspetos do conhecimento do conteúdo matemático, nos momentos em que analisam as aulas dadas com os futuros professores.

Apresentam-se agora algumas aplicações do modelo em contextos matemáticos distintos. Rowland (2005) apresenta a aplicação do modelo Quarteto do Conhecimento à observação de uma aula de uma professora estagiária, Naomi. A professora é licenciada em Filosofia, revelou bom desempenho na resolução de questões matemáticas e escolheu lecionar crianças dos 3 aos 8 anos de idade. No plano de aula que disponibilizou, o objetivo estabelecido era compreender a subtração como “diferença” e, para alunos com maior destreza mental, encontrar pequenas diferenças através da contagem. Na fundamentação, foi realçado o fato da futura professora usar dois modelos distintos para ensinar a subtração: a partição, modelo que recorre a um conjunto de elementos e a comparação, modelo que recorre a dois conjuntos, e a importância que atribuía à necessidade dos alunos conhecerem os dois métodos. Na introdução da atividade, a professora recorreu a imagens magnéticas que dispôs em duas filas paralelas no quadro branco para facilitar a comparação dos números de elementos de cada conjunto. A diferença foi explicada e discutida. Os investigadores questionaram a possível tensão entre o modelo da diferença e a linguagem usada e não se aperceberam se Naomi estava ou não consciente dessa tensão. Na transformação, realçaram a sequência de números que a professora utilizou e que consideraram uma boa opção porque

permitiu criar situações pouco usuais nas aulas e até referir a propriedade comutativa da adição dos números naturais.

A aula da professora Naomi, estagiária participante no estudo (Rowland, 2005), permitiu fazer duas importantes conexões, entre as duas abordagens adotadas para ensinar a subtração, a partitiva e a comparativa, que envolvem procedimentos distintos quando aplicadas com material manipulativo. A segunda conexão, entre o procedimento de correspondência de um para um, com materiais manipulativos, e o procedimento da contagem. Na contingência, foi evidenciado o fato de Naomi não explorar as sugestões apresentadas pelos alunos para as soluções de problemas ou na procura dessas soluções. Apesar de ter tido oportunidade de o fazer, a professora optou por ignorar.

O Quarteto do Conhecimento foi usado para a observação e a discussão das aulas assistidas da professora dando especial atenção ao conhecimento do conteúdo matemático a lecionar. Habitualmente, as aulas lecionadas por professores estagiários são analisadas entre o estagiário e o seu orientador. Nessas reuniões são discutidas, essencialmente, questões de organização na sala de aula. O quadro permitiu desviar a atenção desses aspetos para aspetos matemáticos da aula. Os investigadores realçaram que o quadro foi desenvolvido a partir da observação e *feedback* de aulas de professores estagiários que se encontram na fase de reconciliação entre as crenças que já tinham, o conhecimento teórico recentemente adquirido, os conselhos práticos oriundos de várias direções e o contexto da pressão. Ou seja, destacam que os professores estagiários são fortemente influenciados por outros fatores para além do seu conhecimento do conteúdo matemático.

O programa de investigação SKIMA (subject knowledge in mathematics) da Universidade de Cambridge investiga, desde 2002, o conhecimento do conteúdo matemático de professores estagiários, inicialmente com professores estagiários do primeiro ciclo do ensino básico, e os modos como esse conhecimento é evidenciado na planificação e na condução da própria aula. O Quarteto do Conhecimento foi identificado como um instrumento de observação, de análise e de desenvolvimento do ensino de Matemática com focalização no conhecimento do conteúdo a ser lecionado e no conhecimento que o professor torna visível quando ensina, em oposição às características de estudo mais habituais como a organização e gestão da aula.

Rowland, Huckstep e Thwaites (2011) realçam que a concetualização do quadro tem sido e os seus códigos refinados. Neste artigo, os autores procuram dar resposta a uma das questões que lhes era feita frequentemente, relativa à adequação do enquadramento teórico na observação e análise de aulas de Matemática de professores estagiários de outros ciclos de ensino. Uma diferença evidenciada entre professores estagiários do primeiro ciclo do ensino básico e de outros ciclos de ensino tem a ver com a sua formação inicial, uma vez que os professores estagiários do primeiro ciclo são muitas vezes especializados noutras áreas de conhecimento, como artes e humanidades, e revelam, por vezes, falta de confiança nas suas capacidades matemáticas. Assim, os investigadores testaram e ilustraram a aplicação do modelo Quarteto do Conhecimento como um instrumento útil e eficaz de análise e de

desenvolvimento do ensino da Matemática no contexto das aulas de três professores estagiários do terceiro ciclo do ensino básico. Foram observadas e gravadas duas aulas de cada professor, em vídeo e áudio, e foi-lhes solicitada uma cópia da planificação de cada uma das aulas, para posterior análise. Assim que possível, a equipa de investigadores fez uma análise preliminar do vídeo de cada aula e identificou alguns episódios considerados significativos de acordo com o Quarteto do Conhecimento. Os episódios tinham entre 5 a 10 minutos de duração, nos quais uma ou mais das quatro dimensões do modelo se mostravam particularmente relevantes nessa primeira análise. Depois, um dos membros da equipa de investigadores discutia com o professor estagiário respetivo os episódios selecionados. A análise dos dados de cada uma das aulas foi efetuada de forma detalhada, quer antes quer depois da entrevista, sempre com base no Quarteto do Conhecimento. Na observação das aulas tentavam identificar aspetos da ação do professor que informassem sobre o seu conhecimento do conteúdo matemático e também sobre o seu conhecimento pedagógico do conteúdo. Os investigadores confirmavam a interpretação feita sobre os propósitos e intenções dos professores através das planificações de aula e das entrevistas.

Em Rowland, Huckstep e Thwaites (2011), Heide é uma das três participantes no projeto, é professora estagiária e leciona, numa escola pública, alunos com 12 ou 13 anos que frequentavam o oitavo ano de escolaridade numa turma com 30 alunos, 17 rapazes e 13 raparigas. O objetivo da aula definido no plano de aula era: discutir questões da prova escrita de avaliação recentemente realizada pelos alunos, sobre métodos de resolução de sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas e introduzir a noção de proporcionalidade direta. A proporcionalidade direta foi abordada 30 minutos depois do início da aula e através da apresentação de três caixas paralelepípedicas produzidas na mesma fábrica e cujas dimensões se encontram na mesma proporção. Assim, as dimensões da segunda caixa eram duas vezes as dimensões correspondentes da primeira e as da terceira eram o triplo das dimensões correspondentes da segunda caixa. As caixas foram aparecendo no quadro interativo recorrendo a cortinas, que é uma ferramenta específica do quadro. Heide identificou as dimensões de uma das faces da primeira caixa e pediu aos alunos para verificarem a relação entre as áreas das faces correspondentes nas três caixas. Os alunos calcularam as áreas e três dos alunos fizeram conjecturas sobre as relações entre os valores calculados. Um dos alunos fez a seguinte conjectura: “Eu penso que é o número [constante de proporcionalidade] ao quadrado”. Heide aceitou e passou à resolução de dois problemas de proporcionalidade direta.

A análise da gravação da aula de Heide deteve-se em dois fragmentos e tornou claro que muitos dos episódios da aula podiam ser interpretados segundo duas ou mais dimensões do modelo. Em cada episódio destacado da aula e dentro de parêntesis curvos, identifica-se a dimensão e/ou categoria segundo a qual o episódio se evidencia. No primeiro episódio, Heide revia uma das questões da prova escrita de avaliação sobre sistemas de duas equações lineares a duas incógnitas e o segundo relativo à introdução da proporcionalidade direta com recurso às imagens das caixas no quadro interativo.

Na dimensão *transformação*, foi realçado o fato da professora não ter colaborado na escolha dos itens que constavam da prova escrita, por ter sido elaborada por outra professora mas a entrevista após a aula permitiu refletir sobre esses mesmos itens. Quando questionada sobre a sequência dos itens adotada na prova, a professora respondeu que a considerava apropriada (escolha de exemplos).

No item 7, constava $2x + 3y = 16$, $2x + 5y = 20$ e no item 8, $3b - 2c = 30$, $2b + 5c = 1$. Relativamente ao item 7, Heide realçou a hipótese dos alunos subtraírem as duas equações, eliminando a variável x mas nenhum aluno optou por essa estratégia. Um dos alunos sugeriu uma proposta de resolução que implicava multiplicar a primeira equação por 10 e a segunda por seis e depois subtrair, eliminando a variável y . A professora incorporou esta proposta na aula (contingência, responder a ideias do aluno). Na entrevista, a professora referiu que os alunos tendem a eliminar a variável y , sem que ela percebesse porquê. Referiu ainda uma regra exposta por ela: se os sinais dos coeficientes da mesma variável nas duas equações são iguais, subtrai-se e se são diferentes, soma-se. Esta regra e o fato dos sinais dos coeficientes da variável y estarem explícitos e os da variável x não estarem pode, segundo a professora, ter influenciado a opção dos alunos. A professora demonstrou, assim, ter refletido neste aspeto do seu ensino e concluiu que, ao ditar a regra, acabou por impor limitações aos alunos na procura da solução do sistema de equações.

No fragmento da proporcionalidade direta, os investigadores, na primeira análise, pensaram que, ao recorrer às caixas, a professora iria abordar a relação da constante proporcional e a razão entre as áreas e entre os volumes. No entanto, não era essa a intenção. Heide pretendia apenas que os alunos vissem como aumenta a área de uma das faces da caixa, aumentando proporcionalmente as suas dimensões. Quando questionada sobre a opção das caixas, em vez do recurso a retângulos, a professora respondeu que, de fato, retângulos seria suficiente mas não tinham o impacto visual que, no seu entender, as caixas tinham (escolha de representação). Deste modo, Heide acabou por confirmar um resultado apresentado por Turner (2008), a propensão dos professores estagiários para escolher representações em função da sua atração superficial em detrimento da sua relevância matemática.

Na dimensão contingência, as observações das aulas de Heide permitiram concluir que faz parte das características do seu ensino aproveitar todas as sugestões dos alunos, escrevê-las no quadro e deixar que os alunos se corrijam uns aos outros através das sugestões dadas, ainda que algumas sugestões encaminhem para terrenos pouco seguros no que respeita ao conhecimento do conteúdo matemático da professora. Como exemplo, no caso em que a constante de proporcionalidade entre as dimensões de duas faces retangulares semelhantes das caixas é três, um dos alunos conjecturou que a razão entre as suas áreas era o quadrado da constante de proporcionalidade. A professora confirmou a relação encontrada pelo aluno mas não aprofundou essa relação por não se encontrar à vontade com a mesma. Na entrevista, disse não se ter apercebido desse facto. Trata-se de uma situação em que a professora não domina o conteúdo matemático relacionado com o que está a lecionar e que não previa abordar. O que Rowland, Huckstep e Thwaites (2011) consideraram relevante é a

confiança para negociar e fazer sentido das situações matemáticas à medida que elas foram sendo colocadas pelos alunos, sendo este um aspeto que praticamente não é observado nas aulas do primeiro ciclo. Os investigadores realçam ainda que a linguagem utilizada pela professora traduzia a tensão entre explorar sugestões dos alunos e promover o método que tinha pensado, alternando, por exemplo, entre a permissão (“podes”) e a possibilidade (“podias”).

Na *fundamentação*, foi realçado que a terminologia da professora era, por vezes, rigorosa, sendo, noutros casos, permissiva. Foi ainda destacada a falta de destreza no cálculo mental e o facto de não ter consolidada a relação entre dimensões/áreas/volumes de figuras e sólidos semelhantes. Foi, também, apontada uma outra categoria relacionada com a crença de Heide relativamente ao que considera ser o seu papel na sala de aula, que a leva a explorar as sugestões dos alunos, tal como referiu na entrevista: “Eu quero colocar todas as ideias [dos alunos] no quadro. Quando eu escrevo no quadro, eles corrigem-se uns aos outros em vez de ser eu a autoridade”. Este modo de perceber o seu papel de professora no ato de ensino, permitindo que os alunos contribuam para a sua própria aprendizagem, tem eco em manifestos construtivistas.

Os investigadores identificaram alguns eventos significativos na *conexão*. Por exemplo, a introdução à proporcionalidade direta feita a partir das caixas não parecia relacionada com os problemas propostos de seguida.

Rowland, Huckstep e Thwaites (2011) concluíram que a análise apresentada evidencia o modelo como um instrumento de observação, análise e desenvolvimento do ensino da Matemática no contexto do ensino por professores estagiários do terceiro ciclo do ensino básico. Nesta aula, não se verificaram momentos considerados significativos ou que pudessem influenciar o seu desempenho como professores que não pudessem ser acomodados numa ou mais dimensões do modelo e em alguma das suas vinte categorias. Colocaram, no entanto, a hipótese da necessidade de criar mais códigos para poder capturar adequadamente os diferentes tipos de explicações ou os diferentes tipos de desenhos das tarefas mais imaginativas.

Os investigadores consideram que, enquanto professores de Matemática, a análise feita, como investigadores, das seis aulas lecionadas por estes três participantes voluntários, os incentiva a recorrer ao modelo do Quarteto do Conhecimento como uma estrutura de desenvolvimento para a observação e análise das aulas ministradas pelos professores estagiários do ensino básico. No entanto, a cada aplicação do modelo, são criadas oportunidades para o testar e refinar.

2.2. Em síntese

Os estudos apresentados evidenciam a necessidade de continuar a investigar, através de várias formas, o conhecimento profissional do professor, de explorar e aprofundar a sua forma

de pensar, de conhecer e de atuar quando ensina, quais as suas dificuldades e a sua maneira de aprender a ensinar. No sentido de ampliar e aprofundar o conhecimento do professor sobre a representação gráfica estatística, Pinto (2010) sugere, como tema para futuras investigações, o estudo do conhecimento pedagógico do conteúdo a partir da observação de aulas ou, segundo a sugestão de Chick e Pierce (2008), das planificações das mesmas.

Baxter e Jack (2008) destacam duas das finalidades do enquadramento concetual: identificar o que deve ser ou não incluído no estudo e descrever as relações que podem ser estabelecidas com base na lógica, teoria e/ou experiência.

Depois de tomar conhecimento de vários exemplos de modelos teóricos, há necessidade de escolher um modelo de enquadramento concetual de referência e adaptá-lo ou criar um modelo que se ajuste à investigação a realizar. Tendo em conta que, mais do que categorizar ou tipificar o conhecimento mobilizado por duas professoras na preparação e gestão das suas aulas num tópico específico, se pretende compreender e aprofundar o pensamento e o conhecimento das professoras participantes nesta investigação e saber como transformam esses conhecimentos para ensinar Estatística aos seus alunos, optou-se pelo modelo do Quarteto do Conhecimento, como modelo útil na observação e análise da prática letiva.

O procedimento de análise dos dados passou pela operação de categorização e pela criação de um quadro de Categorias e Evidências e pela sua aplicação às transcrições das aulas gravadas.

O sistema de categorização foi desenvolvido com base no modelo do Quarteto do Conhecimento, ajustado ao problema em estudo atendendo a que, até ao momento da sua escolha, ainda não tinha sido aplicado a episódios de aula sob o tema *organização e tratamento de dados*. Foi aplicado às unidades de análise constituídas pelas transcrições dos episódios selecionados das aulas, pela sua pertinência e relevância no que respeita às questões de estudo.

Capítulo 3

Enquadramento teórico do estudo da representação gráfica em Estatística

A revisão da literatura em educação estatística evidenciou a necessidade de explorar investigações centradas em três elementos importantes: os principais tópicos estudados acerca da representação gráfica, o estudo dos níveis de aprendizagem em estatística e os desenhos metodológicos e instrumentos usados na investigação na representação gráfica em estatística. Estes elementos tiveram um papel fundamental na delimitação dos contornos da presente investigação.

O capítulo foi organizado em quatro partes.

Na primeira parte, descreve-se a importância da representação gráfica em estatística como objetivo de ensino, onde se justifica a sua inclusão no ensino básico, e como foco de investigação, a partir de estudos de autores conceituados que investigaram sobre o tema. São ainda apresentadas recomendações da investigação em educação estatística para o ensino da Estatística, mais particularmente, da representação gráfica em estatística e o PMEB (Ponte, et al., 2007) no que respeita ao tema da Estatística.

Na segunda parte, apresentam-se resultados importantes da investigação sobre níveis de aprendizagem e níveis de compreensão gráfica. Apresenta-se também uma breve análise de investigações centradas em aspetos relevantes no trabalho com representação gráfica em Estatística, como as conceções, dificuldades e erros dos alunos, dos futuros professores e dos professores ou enquadramentos teóricos que visam ajudar os investigadores em educação estatística.

Na terceira parte, apresentam-se enquadramentos teóricos de investigações que estudaram o conhecimento de estatística para ensinar.

Na quarta e última parte, destacam-se os aspetos teóricos relevantes para esta investigação. De uma forma geral, abordam-se os aspetos que permitiram delimitar o campo da investigação e a elaboração dos instrumentos de análise.

3.1. A representação gráfica em Estatística

Neste campo, apresentam-se alguns resultados de investigações em educação estatística, relativos à representação gráfica, sob duas perspetivas, uma das quais visa a representação gráfica como foco de ensino e a outra, como foco de investigação. Dessas investigações, destacam-se também as recomendações aí partilhadas, que podem ajudar quer os

investigadores nesta área, quer os professores na sua prática letiva. Alguns elementos que surgem na educação estatística, e que estão presentes nos atuais currículos da reforma do ensino e aprendizagem da Estatística, como literacia, raciocínio e pensamento estatístico serão também abordados neste capítulo.

3.1.1. A representação gráfica em Estatística como foco de ensino

No ano letivo 2010/2011 foi implementado, a nível nacional, o novo programa de Matemática do ensino básico (Ponte, et al., 2007). Neste programa, o tema da Estatística é denominado *organização e tratamento de dados* e encontra-se nos três ciclos do ensino básico. A literacia estatística e o processo de investigação estatística surgem como objetivos principais do programa.

A valorização da literacia estatística, do processo de investigação estatística e do trabalho com dados reais procura ajudar os alunos e os professores a perceber a relevância dos conceitos e procedimentos estatísticos. Um processo de reforma curricular similar passa-se em países como a Holanda, Estados Unidos, Alemanha e Nova Zelândia e é inspirado em resultados internacionais no campo da investigação em educação estatística (Verschut & Bakker, 2011).

Todos os dias os cidadãos se deparam com informação estatística sobre áreas tão diversas como a economia, a educação, o desporto, a medicina ou a política. A vida atual é, em larga medida, governada por dados que, conscientemente ou não, são utilizados na tomada de decisões. Sendo a Estatística a ciência que trata dos dados, ela deve fazer parte da educação dos alunos desde os níveis de escolaridade mais elementares, para que estes possam vir a ser cidadãos informados, consumidores inteligentes e profissionais competentes (Martins & Ponte, 2010).

Também Fernandes (2009) refere que a influência da Estatística na vida das pessoas e nas instituições tem-se tornado cada vez mais visível, o que implica que todos os cidadãos devam ter conhecimentos de estatística para melhor se integrarem na sociedade atual.

Na sociedade de hoje é frequente ser exigido ao cidadão fazer previsões e tomar decisões com base em muitos dados. Consequentemente, a forma como estes se organizam e apresentam, no sentido de facilitar as suas escolhas, originam a necessidade dos sujeitos terem de desenvolver “uma capacidade extremamente importante: o sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada” (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p.19).

Vários autores realçam a importância do tópico da Estatística no ensino. Chick e Pierce (2008) e Batanero, Godino e Roa (2004) apontam três razões fundamentais para a inclusão da Estatística no ensino:

- a) a sua utilidade no dia-a-dia;
- b) o papel relevante que tem no estudo de outras disciplinas e
- c) a sua importância no desenvolvimento do raciocínio crítico.

Estas mesmas razões justificam também o ensino e aprendizagem do tópico da representação gráfica em estatística.

Os gráficos estatísticos têm um papel muito importante na sociedade e no dia-a-dia porque são uma ferramenta muito utilizada na transmissão de informação, por exemplo, na comunicação social, nos manuais escolares de qualquer disciplina, nas apresentações públicas, em documentos governamentais e até em relatórios pessoais. A presença dos gráficos nos mais variados contextos faz da construção dos gráficos, leitura e interpretação um tema importante do currículo escolar da Matemática (Fernandes, Morais, & Lacaz, 2011). Gonzalez, Espinel e Ainley (2011) referem que o recurso a gráficos estatísticos em áreas como Biologia, Medicina, Administração, Economia, Geografia ou Psicologia é também importante para aprender sobre a natureza desses gráficos e realçam que o conhecimento do procedimento não é suficiente para permitir uma interpretação real dos dados representados. A compreensão de um gráfico permite, ainda segundo os autores, fundamentar cientificamente a sua construção e a sua escolha.

Segundo Curcio (1989), os “gráficos providenciam um meio de comunicar e classificar dados” (p.1), permitindo comparar e estabelecer relações matemáticas que dificilmente seriam detetadas na forma numérica. A autora realça a importância de ler os dados presentes num gráfico mas considera que um aluno só maximiza o poder de um gráfico quando consegue interpretar os dados e generalizar a informação nele presente.

Gal (2002) chama a atenção para o facto de algumas mensagens na comunicação social poderem ser criadas para convencer o leitor ou o ouvinte a adotar um determinado ponto de vista ou rejeitar outro. São muitas as situações em que a opinião pública é importante para a tomada de decisões, por exemplo, dos políticos ou publicitários e, muitas vezes, os dados são apresentados em gráficos e/ou tabelas. É, por isso, fundamental que as crianças aprendam a construir, a ler e a interpretar informação transmitida deste modo para que venham a tornar-se consumidores críticos e reflexivos. No entanto, para que as crianças se venham a revelar cidadãos informados, reflexivos e críticos na análise de gráficos precisam de os trabalhar na aula, de forma progressivamente mais complexa, e a partir de atividades que desenvolvam o pensamento crítico (Carvalho, 2009).

Também Shaugnessy (2007) considera que um bom desempenho em Estatística não se desenvolve por intuição e exige um trabalho continuado e ponderado, incluindo no caso específico da representação gráfica em Estatística.

É então importante investir na construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos quando se ensina o tema *organização e tratamento de dados* aos alunos do ensino básico. Mas o que são gráficos e para que se usam?

Pode considerar-se gráfico estatístico, uma representação gráfica que, através de formas geométricas ou números, mostra factos numéricos ou relações entre os dados, que visam a sua comunicação ou a sua análise (Espinel, González, Bruno, & Pinto, 2009). No dossier didático disponibilizado no site ALEA (ALEA - Acção Local de Estatística Aplicada), no capítulo

sobre as representações gráficas, pode ler-se que um gráfico é constituído pelos seguintes elementos: o título, que visa orientar o leitor na sua interpretação do gráfico; os eixos de valores e de categorias, a legenda, as identificações dos dados e as linhas auxiliares (Silva, 2003).

Friel, Curcio e Bright (2001) também referem os elementos de um gráfico: o enquadramento do gráfico (framework) que proporciona informação sobre as medidas usadas e os dados medidos e inclui, por exemplo, eixos, escalas, quadrícula, marcas de referência; uma dimensão visual chamada especificadores (specifiers) usada para representar valores dos dados e que podem ser linhas, barras ou outras marcas que indicam relações entre os dados representados; as etiquetas (labels) que indicam a medida usada e os dados aos quais se aplica essa medida e onde se inclui o título do gráfico; e o fundo do gráfico que pode incluir cor, quadrícula ou imagens às quais se pode sobrepor o gráfico. Os autores consideram, no entanto, que a cada gráfico está associado uma linguagem muito específica que permite a discussão dos dados nele apresentados.

Através dos gráficos é possível contar uma história de forma interessante e atrativa, uma vez que possibilitam compreender fenómenos que facilmente passariam despercebidos, se os dados fossem apresentados de outro modo. Mas essa compreensão, apesar de facilitada, não é imediata nem intuitiva, ou seja, para que seja feita, é necessário um trabalho continuado e progressivamente mais complexo.

Segundo Espinel, González, Bruno e Pinto (2009), a maior parte das investigações realizadas em torno dos gráficos estatísticos centram-se no estudo da sua compreensão e incluem aspetos relativos à sua leitura, interpretação, seleção, construção ou invenção. Baseados em alguns desses estudos, Friel, Curcio e Bright (2001) estabelecem os comportamentos que determinam um *bom sentido gráfico*:

1. Reconhecer as componentes dos gráficos, as suas inter-relações e o seu efeito na apresentação da informação nos gráficos.
2. Utilizar uma linguagem específica dos gráficos quando se raciocina sobre a informação contida neles.
3. Compreender as relações entre uma tabela, um gráfico e os dados a analisar.
4. Responder aos diferentes níveis de perguntas associadas com a compreensão gráfica, mais geralmente, interpretar informação contida nos gráficos.
5. Reconhecer quando um gráfico é mais útil do que outro consoante a tarefa a realizar e o tipo de dados a representar.
6. Estar seguro das relações entre um gráfico e o contexto a que o mesmo se refere, para dotar de significado o que é representado pelo gráfico e evitar a personificação dos dados.

A evolução na compreensão de um gráfico acontece de forma contínua, em que se passa de uma leitura simples do gráfico, do que é imediato extrair de um gráfico, para uma leitura mais profunda que permite retirar informação mais abstrata e relações escondidas nos dados com base numa análise do gráfico e nos conhecimentos anteriores. Por isso, e de acordo com

Curcio (1989), “nunca é cedo demais para envolver as crianças na recolha de dados e na construção dos seus próprios gráficos”.

Para ser um cidadão alfabetizado é necessário desenvolver a habilidade de ler e compreender as tabelas e gráficos estatísticos e por isso, em muitos países, introduzem-se estes conteúdos estatísticos desde a educação primária ainda que, em geral, esta habilidade não se alcance durante o ensino obrigatório (Batanero, Arteaga, & Ruiz, 2009).

O professor deve ter a habilidade para sequenciar adequadamente o conhecimento e adaptá-lo aos diferentes níveis de ensino, para encontrar uma forma de sequenciar a aprendizagem dos diferentes tipos de gráficos, para descrever quais os mais adequados de acordo com a idade dos alunos e para sugerir o tipo de perguntas que podem gerar uma melhor compreensão dos gráficos (Friel, Curcio, & Bright, 2001).

Construir um gráfico, interpretar a informação que contém ou inferir relações, para além do que é imediato constatar, é um processo que exige tempo, envolvimento em diferentes tipos de atividades onde os gráficos estejam presentes e, por isso, os gráficos construídos e analisados pelos alunos têm de ter um significado claro para eles. Sobre o professor, recai o papel fundamental de preparação de atividades onde os aspetos relevantes, quer de um ponto de vista conceptual, onde se estudam as relações matemáticas, quer de um ponto de vista estatístico, onde se retiram análises dos dados presentes, sejam discutidos de uma forma crítica (Carvalho, 2009). Segundo a mesma autora, a eleição de uma ou outra forma de representação confere às representações gráficas um poder imenso pois pode facilmente induzir em erro um leitor mais desprevenido e é, por isso, importante desenvolver, simultaneamente, competências que ajudem os sujeitos a compreender e a interpretar a informação representada graficamente e também a desenvolver capacidades de observação e de espírito crítico.

3.1.2. A representação gráfica em Estatística como foco de investigação

A investigação em educação estatística é um campo cada vez mais relevante, a nível internacional, como se pode intuir pela realização de congressos internacionais sobre o ensino da Estatística, como, por exemplo, International Conference on the Teaching of Statistics (ICOTS), ou a organização de associações ou grupos de investigação, como a International Association for Statistics Education (IASE).

Em 2008, a Comissão Internacional no Ensino da Matemática (*International Commission on Mathematics Instruction, ICMI*) e a Associação Internacional para a Educação Estatística (*International Association for Statistical Education, IASE*) promoveram um estudo conjunto para analisar o ensino da Estatística em níveis escolares e fazer recomendações sobre o modo de melhorar a formação dos professores de Estatística, para que venham a formar alunos estatisticamente cultos. E, assim, promover também a investigação a nível internacional sobre a educação e o desenvolvimento profissional do professor para ensinar Estatística.

No programa deste estudo conjunto, os tópicos 1 e 2 eram, respetivamente, “A situação atual do ensino de Estatística nas escolas” e “Atitudes, conhecimentos, concepções e crenças em relação à Educação Estatística”, o que reflete algumas das questões e preocupações no campo da investigação em educação estatística, como o reconhecimento da necessidade de estudar o que se passa de facto nas escolas, no que respeita ao ensino e aprendizagem da Estatística, e o conhecimento pedagógico do conteúdo em Estatística.

No II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola, realizado em 2009, na Universidade do Minho, Batanero (2009) apresentou um resumo da investigação apresentada nesse estudo conjunto, promovido pelo ICMI e a IASE, e, relativamente à investigação em educação estatística, mencionou serem escassas as investigações relacionadas com o conhecimento profissional dos professores para ensinar Estatística e, as que existem, sugerem que esse conhecimento é escasso. A autora salientou a necessidades de muita investigação e reflexão didática para se continuar a construir a educação estatística e a concretizar os resultados obtidos da investigação nessa área em cursos destinados a futuros professores.

Por sua vez, Shaughnessy (2007) apresentou o resultado de uma pesquisa, da análise e da compilação da investigação em educação estatística e concluiu que, nos últimos 15 anos, houve um surpreendente aumento na investigação, no desenvolvimento do currículo e na avaliação na educação estatística. Destacou também que os focos da investigação em educação estatística: o conhecimento e o raciocínio estatísticos dos alunos, o conhecimento estatístico e as práticas letivas do professor e o ensino e aprendizagem de tópicos estatísticos, como as medidas de tendência central (média, mediana), a variação, a amostragem, a compreensão gráfica, a tecnologia e a aprendizagem. O autor apresentou uma visão global e a análise de alguns modelos e enquadramentos teóricos, que podem ajudar os investigadores em educação estatística.

Shaughnessy identificou três áreas da investigação estatística onde considerava ser necessário investir: a) questões conceituais em estatística, b) questões de ensino em estatística e c) questões metodológicas.

Sobre as questões de ensino, Shaughnessy referia a necessidade de procurar respostas adequadas a questões relativas ao conhecimento estatístico necessário para ensinar, ao qual Shulman (1987) chamou conhecimento pedagógico do conteúdo, e de explorar a natureza do discurso nas aulas de Estatística, bem como as crenças e atitudes de alunos e professores face à Estatística. Nas questões metodológicas sugere o recurso a metodologias de investigação diversas.

Pinto (2010) apresentou uma exaustiva revisão bibliográfica da investigação sobre representação gráfica estatística e evidenciou os diferentes aspetos em que se centra:

- no estudo de concepções, erros e dificuldades dos alunos;
- nos materiais e estudos para aprender e desenvolver a compreensão gráfica;
- no desenvolvimento de instrumentos para medir a compreensão gráfica;
- em estudos teóricos sobre a representação gráfica em estatística;

- em conceções e compreensão conceitual dos estudantes para professores e dos professores sobre a representação gráfica;
- e em estudos sobre a formação de professores no ensino da representação gráfica.

Fernandes (2009) apresentou alguns estudos realizados em Portugal, onde foram abordados o ensino e a aprendizagem da Estatística, no ensino básico e secundário e, através dos resultados dos estudos revistos, concluiu que, em Portugal, havia um razoável conhecimento sobre as dificuldades, os erros e os obstáculos dos alunos em Estatística e, no que respeita ao seu ensino, inferiu que as práticas de ensino, tal como eram implementadas na sala de aula, não cumpriam inteiramente as orientações e recomendações atuais sobre o ensino do tema.

Os trabalhos de Carvalho (2004) e Barros (2004) identificaram vários erros em conteúdos elementares de Estatística, cometidos por alunos do 7.º ano (num estudo com 533 alunos participantes) e por futuros professores do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico (participaram no estudo 37 futuros professores), respetivamente.

No que respeita ao ensino da Estatística, tal como ocorre na sala de aula, na segunda parte do estudo de Barros (2004) participaram três futuras professoras, que lecionaram o tema a alunos do 6.º ano, no âmbito do seu estágio pedagógico e registou algumas dificuldades, nomeadamente em encontrar estratégias diversificadas, e alguma insegurança em termos conceptuais. As opções metodológicas das futuras professoras foram muito influenciadas pelos manuais escolares, pelos constrangimentos inerentes à condição de aluno estagiário, pela experiência enquanto aluno, pelo tempo disponível para dedicar aos conteúdos, pelas características da turma e por dificuldades a nível do conhecimento científico e didático.

Na investigação de Ribeiro (2005) participaram três professoras que lecionaram o tema da Estatística no 6.º ano de escolaridade. Neste trabalho, recorreu à observação das aulas da unidade didática de Estatística e às entrevistas como principais métodos de recolha de dados. No caso do trabalho de investigação de Ribeiro (2005) e posteriormente, de Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007) procederam a uma análise mais aprofundada sobre as tarefas de ensino usadas pelas professoras, ao nível da contextualização, a sua origem, os seus objetivos, as dificuldades que criaram nos alunos e a sua implementação. Em termos de resultados, as tarefas apresentavam diferentes contextualizações, eram quase sempre fechadas e com origem nas professoras e nos manuais escolares, privilegiando um conhecimento factual e procedimental. Na sua implementação, os alunos trabalharam, quase sempre, individualmente, tendo prevalecido uma metodologia de ensino tradicional e privilegiou-se uma comunicação expositiva, centrada no professor e enfatizando os conhecimentos e a memorização.

Também Alves, Machado, Correia e Rosário (2009) realizaram um estudo que englobou entrevistas a quatro professoras, duas com experiência essencialmente no 3.º ciclo do ensino básico e as outras duas com maior experiência no ensino secundário. Neste estudo, os investigadores verificaram alguma evolução nas práticas de ensino e de avaliação destas professoras em relação aos estudos anteriormente referidos, com destaque para o trabalho de grupo, o recurso a tarefas de carácter prático, contextualizadas e relacionadas com a vida

real, e às novas tecnologias no ensino da Estatística, como a utilização da folha de cálculo e das calculadoras gráficas.

3.1.3. Recomendações da investigação em educação estatística para o ensino da Estatística

Como implicações das investigações em educação estatística para o ensino da estatística, Shaughnessy (2007) destaca a importância de:

- enfatizar a variabilidade como uma questão primordial no pensamento estatístico e na análise estatística porque os alunos precisam de integrar os conceitos de centro e variabilidade quando investigam dados para que consigam pensar sobre propriedades de conjuntos de dados;
- introduzir a comparação entre conjuntos de dados antes da formalização da estatística, por ser importante que os alunos desenvolvam modos intuitivos e poderosos de comparar conjuntos de dados antes da introdução formal de conceitos como média, mediana, variação ou desvio-padrão;
- construir conhecimento a partir das noções intuitivas de centro e variabilidade que os alunos “trazem para a mesa”, que devem ser o ponto de partida para a construção dos conceitos estatísticos;
- tornar explícito o papel do raciocínio proporcional na conexão entre população e amostras porque deve ser dada aos alunos a oportunidade de escolher uma amostra representativa da população a estudar e ver a relação proporcional;
- lembrar a diferença entre matemática e estatística.

O movimento pedagógico orientado para a mudança do foco de ensino, a que se tem assistido na educação estatística nos últimos 15 anos, no sentido do recurso a dados reais, à compreensão conceptual e à aprendizagem ativa, originou um documento que operacionalizou esta nova conceção do ensino da Estatística, foi publicado pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000). O documento dirige-se aos professores e apresenta princípios e normas sobre modos de implementar o ensino e a aprendizagem da Estatística na escola, quer em termos gerais quer específicos para cada tópico, como no caso da representação gráfica. No documento, pode ler-se que, do pré-escolar ao 12.º ano, deve desenvolver-se nos alunos a capacidade de:

- formular questões que possam ser abordadas por meio de dados e recolher, organizar e apresentar dados relevantes que permitam responder a essas questões;
- selecionar e usar métodos estatísticos adequados à análise de dados;
- desenvolver e avaliar inferências e previsões baseadas em dados;
- compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidades.

O destaque dado ao tema da Estatística no processo de ensino e aprendizagem e a crescente ênfase na análise de dados impulsionou também a American Statistical Association (ASA) a

publicar, em 2005, um relatório *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education*, GAISE (2005), fundamentado nos princípios e normas do NCTM (2000) e visa complementar as recomendações feitas nesse documento. O relatório apresenta seis recomendações para ensinar um curso básico de Estatística, independentemente do nível de escolaridade em causa:

- enfatizar a literacia estatística e desenvolver o pensamento estatístico;
- utilizar dados reais;
- promover a compreensão dos conceitos, em vez do mero conhecimento de procedimentos;
- fomentar uma aprendizagem ativa na sala de aula;
- utilizar tecnologia para desenvolver a compreensão dos conceitos e a análise dos dados;
- utilizar a avaliação para conhecer e melhorar a aprendizagem dos alunos.

De uma forma mais particular, Espinel, González, Bruno e Pinto (2009), depois de compilar resultados de investigações sobre o ensino e aprendizagem dos gráficos estatísticos, sugerem que é necessário melhorar a formação dos professores do primeiro ciclo, incentivando o desenvolvimento da cultura estatística. Apontam alguns aspetos considerados problemáticos, já identificados na revisão da literatura, e que os professores devem trabalhar na aula: diferenciar gráficos de barras para variáveis discretas ou qualitativas e histogramas para representar dados de uma variável contínua ou agrupados em classes ou intervalos; recorrer a representação gráfica que consta na comunicação social, de modo a que os alunos aprendam a interpretar informações importantes como percentagens, incrementos ou decréscimos e impulsionar o uso de histogramas e polígonos de frequência para perceber a forma das distribuições de determinadas variáveis.

Num processo de ensino e aprendizagem da Estatística mais orientado para os dados, espera-se que os alunos projetem investigações, que formulem as questões de investigação, que recolham dados recorrendo a instrumentos adequados, que usem e compreendam os gráficos e os resumos estatísticos, que descrevam e comparem conjuntos de dados e que apresentem conclusões devidamente justificadas bem como previsões baseadas em dados.

Apesar das recomendações curriculares já se encontrarem estabelecidas e aceites pela comunidade científica há alguns anos, Batanero (2009) realça que o ensino da Estatística continua a ser confinado a poucas aulas e que, muitas vezes, o trabalho na aula se traduz em cálculos rotineiros ou na demonstração de propriedades, sem criar oportunidades de realizar experiências e planejar investigações, analisar dados ou relacionar a estatística com o processo geral de investigação.

Como já foi referido anteriormente, também Fernandes (2009) evidencia estudos relativos ao ensino da Estatística, que permitem inferir práticas de ensino, tal como os professores as implementam nas suas aulas, que não cumprem inteiramente as orientações e recomendações atuais sobre o seu ensino, enquanto os estudos relativos a determinados tipos de intervenções

de ensino revelam experiências bem-sucedidas e que podem ser de muito interesse para a orientação das práticas pedagógicas de sala de aula. O conhecimento que se tem sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística nas escolas sugere um forte esforço na formação e no desenvolvimento profissional dos professores, seja ao nível da formação inicial, da formação contínua ou da promoção de práticas colaborativas entre professores. O autor realça que, em qualquer destes âmbitos de formação, para além de um necessário aprofundamento do conhecimento estatístico, importa também conhecer e aprofundar o conhecimento didático dos futuros professores e daqueles que estão a lecionar.

3.1.4. A Estatística no novo programa de Matemática do ensino básico

A Estatística nem sempre foi parte integrante do programa português de Matemática do ensino básico. O tema foi introduzido, pela primeira vez, no ensino secundário nos anos sessenta, do século XX, com a reforma do ensino da Matemática conhecida por Matemáticas Modernas (Fernandes, 2009). O tema passou a constar também no 2.º e no 3.º ciclo do ensino básico com a reforma do sistema educativo de 1986 e, em 2007, é introduzido explicitamente no 1.º ciclo do ensino básico, acompanhando a crescente relevância e influência da Estatística em diversos setores da sociedade e os resultados da investigação em educação estatística.

No programa de Matemática do ensino básico (Ponte, et al., 2007), o tema da Estatística e Probabilidades é chamado *organização e tratamento de dados* e encontra-se em todos os níveis do ensino básico, com os tópicos distribuídos do seguinte modo:

Tabela 3.1: Tópicos do tema *organização e tratamento de dados* do ensino básico (Ponte, et al., 2007, p. 67)

1.º ciclo		2.º ciclo	3.º ciclo
1.º e 2.º anos	3.º e 4.º anos		
Representação e interpretação de dados <ul style="list-style-type: none"> • Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos • Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll • Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas 	Representação e interpretação de dados e situações aleatórias <ul style="list-style-type: none"> • Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos • Gráficos de barras • Moda • Situações aleatórias 	Representação e interpretação de dados <ul style="list-style-type: none"> • Formulação de questões • Natureza dos dados • Tabelas de frequências absolutas e relativas • Gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas • Média aritmética • Extremos e amplitude 	Planeamento estatístico <ul style="list-style-type: none"> • Especificação do problema • Recolha de dados • População e amostra Tratamento de dados <ul style="list-style-type: none"> • Organização, análise e interpretação de dados — histograma • Medidas de localização e dispersão • Discussão de resultados Probabilidade <ul style="list-style-type: none"> • Noção de fenómeno aleatório e de experiência aleatória • Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento

O PMEB “constitui um documento de trabalho elaborado para ser efetivamente usado por professores na sua prática profissional” (Ponte & Sousa, 2010). O programa apresenta de forma detalhada as aprendizagens a realizar no ensino básico, do 1.º ao 9.º ano de escolaridade, incluindo as finalidades e os objetivos gerais, os temas matemáticos, as capacidades transversais a desenvolver e as orientações metodológicas.

As finalidades são expostas de forma clara, coerente e orientadora da prática letiva, estabelecidas do seguinte modo, tal como figuram no PMEB (Ponte, et al., 2007, p. 3):

- a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.

Esta finalidade deve ser entendida como incluindo o desenvolvimento nos alunos da:

- compreensão de conceitos, relações, métodos e procedimentos matemáticos e da capacidade de os utilizar na análise, interpretação e resolução de situações em contexto matemático e não matemático;
- capacidade de analisar informação e de resolver e formular problemas, incluindo os que envolvem processos de modelação matemática;
- capacidade de abstração e generalização e de compreender e elaborar argumentações matemáticas e raciocínios lógicos;
- capacidade de comunicar em matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega.

- b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.

Esta finalidade deve ser entendida como incluindo o desenvolvimento nos alunos de:

- autoconfiança nos seus conhecimentos e capacidades matemáticas, e autonomia e desembaraço na sua utilização;
- à-vontade e segurança em lidar com situações que envolvam a matemática na vida escolar, corrente, ou profissional;
- interesse pela matemática e em partilhar aspetos da sua experiência nesta ciência;
- compreensão da matemática como elemento da cultura humana, incluindo aspetos da sua história;
- capacidade de reconhecer e valorizar o papel da matemática nos vários setores da vida social e em particular no desenvolvimento tecnológico e científico;
- capacidade de apreciar aspetos estéticos da matemática.

Reconhecendo o papel da Estatística no desenvolvimento social e pessoal do aluno, o programa define como um dos objetivos centrais do tema *organização e tratamento de dados*, o desenvolvimento da literacia estatística, em que se espera que os alunos aprendam a ler e a interpretar dados. Espera-se, de igual modo, desenvolver nos alunos a capacidade de planear

e realizar uma investigação estatística e também de interpretar e avaliar criticamente os resultados e conclusões de um estudo já realizado. O tema estende-se ao longo dos três ciclos do ensino básico e no 1.º ciclo a aprendizagem no tema envolve a leitura e interpretação de dados representados em tabelas e gráficos e também a recolha de dados, a sua representação, a formulação de questões e interpretação de resultados em contextos do seu interesse, ligados ao seu quotidiano. Nos 2.º e 3.º ciclos, envolve a produção de informação estatística e a sua utilização para resolver problemas e tomar decisões informadas. Os objetivos gerais de aprendizagem, no âmbito da *organização e tratamento de dados* no 3.º ciclo, estão definidos no PMEB (Ponte, et al., 2007, p. 59) do seguinte modo:

- compreender a informação de natureza estatística e desenvolver uma atitude crítica face a esta informação;
- ser capaz de planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles, usando linguagem estatística;
- desenvolver a compreensão da noção de probabilidade;
- ser capaz de resolver problemas e de comunicar em contextos estatísticos e probabilísticos.

Martins e Ponte (2010, p. 3) realçam que, para além dos objetivos gerais de aprendizagem da *organização e tratamento de dados*, o trabalho neste tema visa igualmente as finalidades e os objetivos gerais de aprendizagem da disciplina de Matemática no seu todo, em articulação com os outros temas do programa e com as capacidades transversais apresentadas no programa, ou seja, a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação.

Nas indicações metodológicas, é valorizada a análise dos dados e o envolvimento dos alunos em estudos de natureza investigativa, onde formulam as questões que conduzem à necessidade de recolha e análise dos dados, desde o 1.º ciclo onde “devem ter a oportunidade de realizar experiências que envolvam a *organização e tratamento de dados*” (Ponte, et al., 2007, p. 26). Os alunos devem escolher como recolher os dados e selecionar a representação adequada e útil, que facilite a fase posterior de análise e interpretação dos dados e que permita estabelecer relações entre os dados e fazer conjecturas.

Entre os aspetos da Estatística que distinguem o PMEB do programa anterior, encontra-se a maior complexidade dos conjuntos de dados a analisar, as medidas de tendência central e de dispersão, algumas formas de representação de dados a aprender e o trabalho de planeamento, concretização e análise de resultados de estudos. As orientações curriculares e metodológicas sugeridas neste programa distinguem-se do que tem sido o ensino da Estatística no ensino básico, reduzido ao desenvolvimento de procedimentos, na construção de tabelas e gráficos de diversos tipos e ao cálculo da média, da mediana e da moda. Até aqui, o ensino da Estatística tem privilegiado “destrezas do tipo calculatório (determinação de medidas estatística) e processuais (realização de tabelas e gráficos) e, deste modo, os alunos aprendem um conjunto de habilidades (*skills*) mas não desenvolvem a sua capacidade

de os usar criticamente, ou seja, não desenvolvem a sua literacia estatística” (Ponte & Sousa, 2010, p. 28).

As orientações curriculares e metodológicas que constam no PMEB vão ao encontro das recomendações partilhadas na literatura em educação estatística pela:

- ênfase dada à leitura e interpretação de dados apresentados sob a forma de tabela ou de gráfico desde o 1.º ano de escolaridade e de complexidade gradual à medida que se avança nas etapas educativas, iniciando com tabelas de frequência absolutas, gráfico de pontos e pictogramas (1.º e 2.º anos do 1.º ciclo), gráficos de barras (3.º e 4.º anos do 1.º ciclo), tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas (2.º ciclo) e histograma e diagrama de extremos e quartis (3.º ciclo);
- valorização dada à análise dos dados e o envolvimento dos alunos em estudos de natureza investigativa, onde formulam as questões que conduzem à necessidade de recolha e análise dos dados, desde o 1.º ciclo (Ponte, et al., 2007, p. 26);
- implementação de tarefas de investigação baseadas em situações reais, onde recorrem a conceitos estatísticos lecionados este ano letivo e nos ciclos anteriores, em que os alunos formulam questões, planeiam o estudo estatístico, selecionam amostras adequadas, recolhem dados sobre os elementos das amostras, representam-nos e interpretam-nos. Estes estudos estatísticos devem ser realizados trabalhando em grupo, o que permitirá desenvolver o espírito de iniciativa e autonomia e enriquecer as suas interações com os colegas (Ponte, et al., 2007, p. 59);
- realização de estudo estatísticos que incluem a comparação de dois ou mais conjuntos de dados, identificando as suas semelhanças e diferenças e o desenvolvimento das noções de população e amostra, ponderando elementos que afetam a sua representatividade e realizando e discutindo predições baseadas em estudos com amostras;
- o recurso à calculadora e ao computador para realizar os trabalhos neste tema porque libertam os alunos de cálculos demorados e criam oportunidade de se concentrarem na escolha adequada da representação gráfica, na análise de dados e na interpretação de resultados, e a possibilidade de aceder facilmente a bases de dados e informação estatística através da internet. Estas são recomendações feitas no programa uma vez que “a tecnologia assume uma grande importância no tratamento de dados” (Ponte, et al., 2007, p. 43).

Resultados de estudos nacionais e internacionais evidenciam as dificuldades e os equívocos revelados pelos alunos e realçam que algumas das dificuldades diagnosticadas estão relacionadas com a natureza da Estatística mas outras derivam das estratégias de ensino adotadas e do tipo de experiências proporcionadas aos alunos (Martins & Ponte, 2010).

Batanero (2009) fez um ponto de situação do ensino da estatística no ensino obrigatório em Espanha, que refletia também o que se passa noutros países, como em Portugal, e realçou que as novas tendências, orientações e recomendações não têm passado de intenções no

papel, apesar de estabelecidas há mais de uma década. Concluiu, da revisão da literatura feita, que os professores ainda não se libertaram da ideia da estatística como um conjunto de técnicas e que o treino de cálculos e de procedimentos continuava a assumir um lugar demasiado destacado na aula, apesar das indicações para os alunos planearem e realizarem pequenos trabalhos de investigação. A autora baseou-se em vários estudos, que analisaram as atitudes dos professores face à Estatística, quando referiu que os professores reconheciam a importância prática da Estatística, se encontravam dispostos a aprender mais e a dedicar mais tempo ao seu ensino mas que se sentiam-se pouco preparados para ajudar os alunos nas suas dificuldades no tema. Batanero realçou também a evidente dificuldade de alguns professores ao trabalhar com projetos e problemas abertos em Matemática, quando, no caso da Estatística, é fundamental que os projetos se usem para ensinar raciocínio estatístico e não cálculos rotineiros.

Os professores têm um papel essencial na interpretação do currículo e na adaptação do mesmo a circunstâncias específicas (Ponte, 2001). Consequentemente, a introdução de novas temáticas e o aprofundamento de outras e as orientações curriculares para o ensino da Matemática apontam para mudanças importantes na atuação por parte do professor e essa mudança, no que respeita ao ensino da Estatística nas escolas e nas universidades, dependerá do grau em que se convença os professores de que a Estatística é um tema interessante e útil para os alunos e que todos eles têm capacidade para adquirir alguns conceitos elementares. Carvalho e César (2001) também consideram que alterar os planos curriculares, não basta para evitar que os alunos continuem a aprender Estatística com a excessiva computação que o seu ensino tem contemplado. Referem a necessidade das práticas dos professores tentarem convergir com as orientações curriculares, através de experiências que transformem a aprendizagem numa atividade gratificante para os alunos e para os professores.

As mudanças apontadas justificam a necessidade da realização de estudos que contribuam para um melhor conhecimento acerca da aprendizagem e do ensino dessas temáticas, efetivamente implementado nas aulas.

A par do aumento da investigação no ensino e aprendizagem da Estatística, Shaugnessy (2007) alerta para a necessidade de disponibilizar bom material curricular para os estudantes e materiais de apoio à implementação do currículo para o professor, para que se explicitem as intenções aí descritas. No entanto, realça que também a mera existência de bom material curricular de estatística não significa que o currículo seja implementado de forma uniforme e fiel e conclui que, em muitas escolas, neste caso, nos EUA, há uma grande necessidade de desenvolvimento profissional na área da Estatística.

Begg (2005) realça o problema da distância entre as ideias originais e as intenções de um novo currículo e o currículo desenvolvido de facto nas salas de aula. Coloca-se então a questão pertinente relativa à implementação de um novo currículo e que constitui um problema já

identificado: a lacuna entre o currículo escrito e as ideias que se encontram subjacentes e o currículo que é percebido pelos professores e o que é, de facto, implementado na sala de aula.

Segundo Goodlab (1979) há, pelo menos, três representações de um currículo que são comumente observadas: o currículo pretendido, o implementado e o atingido. Numa versão mais detalhada da tipologia do currículo, o currículo pretendido contém o currículo ideal, considerado como a visão ou a filosofia de base subjacente a um currículo, e do currículo escrito, que inclui as intenções especificadas nos documentos de currículo e/ou materiais de ensino. O currículo implementado inclui tanto o currículo percebido, envolvendo as interpretações do currículo feitas por quem a ele recorre, em especial, os professores, como o curriculum operacional, que engloba as atividades de ensino e aprendizagem efetivamente realizadas em salas de aula. O currículo atingido é representado por experiências de aprendizagem dos alunos e resultados de aprendizagem.

Tabela 3.2: Representações de um currículo (Goodlab, 1979)

O currículo pretendido	currículo ideal
	currículo escrito
O currículo implementado	currículo percebido
	currículo operacional
O currículo atingido	

Verschut e Bakker (2010) exploram a noção de currículo coerente porque consideram que, apesar de ser frequente a referência por políticos e educadores a um currículo mais coerente, a sua definição não está clara. Procuram assim uma definição operacional de currículo estatístico coerente, recorrendo para isso à análise de resultados de entrevistas e discussões, algumas por correio eletrónico, com investigadores reconhecidos em educação estatística - cinco holandeses que estiveram envolvidos no desenvolvimento das ideias subjacentes ao novo currículo holandês e 24 internacionais - a quem foi perguntado o que, na sua opinião, constitui um currículo estatístico coerente. Dez dos investigadores contactados responderam e colaboraram na discussão da definição pretendida. O quadro seguinte apresenta um resumo descritivo dos resultados obtidos:

Tabela 3.3: Síntese de resultados relativos a um currículo coerente (Verschut & Bakker, 2010)

O que é conhecimento estatístico coerente?	<ul style="list-style-type: none"> • Compreensão conceptual, saber quando usar o quê, transferir, metacognição, visão global, raciocínio estatístico
Como pode ser desenvolvida a coerência do conhecimento estatístico dos alunos?	<i>Currículo pretendido</i>
	<ul style="list-style-type: none"> • Construir em torno de temas centrais (conceitos chave, tópicos recorrentes, dois tipos de questões) • Enfatizar o propósito (currículo baseado em investigação ou em problemas) • Tornar explícita a relação entre acaso e dados
	<i>Currículo implementado</i>
	<ul style="list-style-type: none"> • Criar atividades de aprendizagem motivadoras (investigações estatísticas, dados próprios, construir

	sobre o conhecimento anterior) • Ensino ativo (discussão, reflexão, cultura de sala de aula diferente) • Usar o software para visualização
	<i>Currículo atingido</i> • Motivação • A aprendizagem ativa
Como pode ser medida a coerência do conhecimento estatístico dos alunos?	• Mapas de conceitos, rubricas, avaliação de raciocínio estatístico

Verschut e Bakker (2010) concluíram que o conhecimento estatístico coerente inclui:

- compreensão conceitual dos conceitos estatísticos e suas conexões;
- saber quando, porquê e como usar aquele conceito de estatística ou técnica;
- desenvolver o raciocínio estatístico e
- transferir para outras disciplinas, que não a Estatística.

A elaboração de materiais curriculares em torno do tema central, como os conceitos chave da estatística, foi referida pelos especialistas como uma ajuda no desenvolvimento da coerência no conhecimento estatístico dos alunos, assim como a ênfase no propósito do que é aprendido. Os investigadores que foram entrevistados apontaram as atividades motivadoras, como o planeamento e realização de projetos de pesquisa ligados à vida real em que os alunos trabalham com dados reais, e uma aprendizagem ativa, que incluía discussão e reflexão na sala de aula, como atividades a que os professores podem recorrer para promover a coerência na sala de aula. Mencionaram também que o uso de software para visualização dos dados pode apoiar o desenvolvimento da compreensão conceitual. Assim, as características do novo currículo, que promove o trabalho com dados reais e tecnologia de informação e com projetos de investigação, têm o potencial para tornar a educação estatística mais coerente. A questão que permanece é: até que ponto funciona?

Para procurar responder a esta questão, os autores desenvolveram um trabalho de investigação que envolveu catorze professores de cinco escolas diferentes e que implementaram o novo currículo estatístico e experimentaram os materiais de ensino disponibilizados. Dois dos professores tinham já conhecimento da ideia subjacente ao currículo e voluntariaram-se para a experiência e os restantes foram indicados pelas escolas. A recolha de dados envolveu entrevistas a, pelo menos, um professor por cada escola, a observação de uma aula por professor, um inquérito sobre a formação educacional e profissional e o material utilizado nas aulas pelos professores como por exemplo, os instrumentos de avaliação realizados. No final do ano letivo, foi realizada uma discussão em grupo, com seis dos professores, a fim de avaliar as suas experiências iniciais.

Todos os dados recolhidos foram analisados de acordo com um esquema de codificação com base nos critérios gerais de avaliação de um currículo coerente.

Deste estudo, Verschut e Bakker (2010) concluem que muitos dos termos usados como características de um bom currículo estatístico estão relacionados com noções e ideias sobre coerência estatística, pelo que procurar um currículo estatístico coerente implica melhorar a qualidade da educação estatística e talvez mesmo o reverso. Os autores consideram que os

resultados obtidos constituem um primeiro passo na definição operacional de currículo estatístico coerente.

Na Holanda, está a ser desenvolvido um novo currículo de Estatística para alunos com idades compreendidas entre os 15 e 17 anos, para ser implementado em 2014 e Verschut & Bakker (2011) avaliam as tentativas iniciais de implementar um currículo estatístico, que se pretende mais coerente, na sala de aula. Ensinar aos alunos uma lista de receitas estatísticas não é suficiente para os tornar estatisticamente alfabetizados. Baseados nas experiências de desenvolvimento e implementação do novo currículo de um pequeno grupo de escolas que experimentaram o material didático, procuram responder à seguinte questão: até que ponto é que quem estabelece os currículos, quem escreve os materiais pedagógicos e os professores têm sucesso no que respeita a tornar a educação estatística, a nível do ensino médio, mais coerente?

Para responder a esta questão, outras questões se tornam pertinentes, como o que constitui um currículo coerente (Verschut & Bakker, 2010). Como primeira conclusão, os autores referem que o primeiro ano de implementação experimental do novo currículo não foi bem-sucedido. Constataram que, para o currículo percebido, os professores reconheceram o potencial dos materiais de ensino para desenvolver nos alunos uma base de conhecimento estatístico mais coerente: uma melhor compreensão dos processos de raciocínio estatístico e uma melhor compreensão de quando, porquê e como usar as técnicas estatísticas que aprenderam. No entanto, reconheceram igualmente que falharam em transferir esse conhecimento aos seus alunos, no currículo operacional. Os professores apontaram o currículo escrito como razão para essa falha, apontando a falta de clarificação das intenções dos autores do currículo e a ausência de materiais de ensino de apoio à implementação, como sugestões de atividades que estimulassem o desenvolvimento de um conhecimento coerente. Para investigações futuras, Verschut & Bakker destacam a elaboração de material de ensino que contribua para o conhecimento coerente. Para além do currículo percebido e implementado, pensam ser necessário investir em instrumentos que permitam medir o conhecimento coerente.

Os alunos precisam de ver a relevância dos conceitos e técnicas que aprendem e os princípios básicos subjacentes à análise de dados (Moore, 1997) e, para isso, os professores devem ser incentivados a promover, junto dos alunos, o trabalho com conjuntos de dados reais e com a tecnologia de informação.

3.2. Perspetivas cognitivas na representação gráfica estatística

Nesta segunda parte, apresentam-se resultados importantes da investigação em educação estatística sobre níveis de aprendizagem e níveis de compreensão gráfica, nomeadamente, os

objetivos de aprendizagem específicos sobre a representação gráfica estatística ao nível da literacia estatística.

Apresenta-se também uma breve análise de investigações centradas em aspetos relevantes no trabalho com representação gráfica em Estatística, como as conceções, dificuldades e erros dos alunos, dos futuros professores e dos professores.

Atendendo à revisão da literatura, realça-se um conjunto de características, conceptuais e metodológicas, relevantes para a presente investigação, em relação ao instrumento de categorização adotado.

3.2.1. Literacia estatística, raciocínio estatístico e pensamento estatístico

Pinto (2010) distingue os três termos, literacia estatística, raciocínio estatístico e pensamento estatístico, do seguinte modo: literacia é a capacidade de conhecer, interpretar e avaliar informação estatística apresentada em tabelas e gráficos; raciocínio é o caminho percorrido pela pessoa que pensa e dá significado a ideias estatísticas e inclui interpretar um conjunto de dados, construir a representação gráfica adequada e fazer resumos estatísticos, para o que necessita muitas vezes de recorrer a objetivos da literacia estatística; o pensamento estatístico está relacionado com o que “um estatístico faz”, organizar dados, resolver um problema concreto, raciocinar seguindo um processo e justificar as conclusões. O que diferencia essencialmente o pensamento estatístico dos outros dois níveis é a capacidade de ver todo o processo de forma holística e de explorar os dados através de caminhos não convencionais ou académicos e, portanto, gerar novas questões de pesquisa e investigar os resultados e dados obtidos num contexto específico (Espinell, González, Bruno, & Pinto, 2009).

O quadro, que a seguir se apresenta, resume resultados de investigações sobre a distinção entre os três termos referidos.

Tabela 3.4: Resultados esperados na aprendizagem em estatística (Pinto, 2010)

Literacia estatística	Raciocínio estatístico	Pensamento estatístico
<ul style="list-style-type: none"> • Supõe conhecimento/ compreensão e o uso de linguagem básica e de ferramentas da Estatística • Conhecimento dos termos estatísticos • Conhecimento da simbologia estatística • Reconhecimento e capacidade de interpretar representações de dados • Inclui técnicas básicas e importantes que podem ser usadas para compreender informação estatística ou resultados de uma investigação • Organizar dados, construir e 	<ul style="list-style-type: none"> • É a forma de raciocinar com ideias estatísticas e compreender o significado da informação estatística • Supõe conexões entre dois conceitos • Significa compreender e ser capaz de explicar processos estatísticos • Interpretar de forma completa os resultados estatísticos • Fazer interpretações de um conjunto de dados ou resumos estatísticos 	<ul style="list-style-type: none"> • Supõe o conhecimento de porquê e como se realizam investigações estatísticas • Reconhecimento e compreensão dos processos de investigação completos (perguntas de recolha de dados, hipóteses de conceção de provas, etc) • Compreensão de como se usam os modelos para simular fenómenos aleatórios, como se produzem os dados para estimar probabilidades • Reconhecimento de como, quando e porquê existem ferramentas inferenciais

<p>apresentar tabelas e trabalhar com diferentes representações de dados</p> <ul style="list-style-type: none"> • Inclui a compreensão de conceitos, vocabulário e símbolos • Inclui a compreensão da probabilidade como medida de incerteza 		<ul style="list-style-type: none"> • Compreender e utilizar o contexto de um problema de investigação • Compreender o porquê e o como das “grandes ideias” subjacentes à investigação estatística • Compreensão a natureza da variação e quando usar apropriadamente métodos de análises de dados (por exemplo, resumos estatísticos e apresentações visuais) • Supõe a compreensão da natureza da amostra, como fazer inferências a partir da amostra e porque os desenhos experimentais são necessários para esclarecer causas
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

As representações gráficas estão presentes na literacia estatística, no raciocínio estatístico e no pensamento estatístico (Espinel, González, Bruno, & Pinto, 2009).

Para Rumsey (2002), os objetivos de um curso de introdução à estatística são: promover e desenvolver bons estatísticos cidadãos e conseguir bons investigadores, independentemente do nível de escolaridade dos alunos. Para isso, é necessário começar por desenvolver uma base de conhecimento de conceitos e ideias estatísticas, ao que a investigadora chama *competência estatística*, que envolve as capacidades da perceção dos dados, da compreensão de conceitos e termos básicos, da recolha de dados e da estatística descritiva, da interpretação (capacidade de descrever o que os resultados significam no contexto do problema) e comunicação (capacidade de explicar os resultados). No entanto, esta base de conhecimentos estatísticos não é suficiente para se ter sucesso nesta era da informação, é necessário também desenvolver a capacidade de questionar, investigar, provar, comparar e contrastar, de explicar e avaliar ao mais alto nível. É importante que os alunos sejam capazes de pensar por eles próprios, colocando as suas próprias questões e sugerindo as suas soluções através da estatística, o que requer raciocínio estatístico e pensamento estatístico. Rumsey considera que a competência estatística é uma exigência para o raciocínio e o pensamento estatístico. Uma pessoa pode encontrar-se em distintos níveis relativamente à informação estatística: na produção, na comunicação ou no consumo. Independentemente do nível a que se encontra, é necessária uma compreensão básica dos termos e da linguagem, um nível de raciocínio que engloba a capacidade para questionar, comparar e explicar, e um nível de pensamento estatístico com a aplicação das ideias em novo problemas e identificação de novas questões.

delMas (2002) avalia estudos efetuados por Rumsey, Chance e Garfield e conclui que a distinção entre literacia, raciocínio e pensamento estatístico não é clara porque, apesar de

ser possível definir objetivos específicos em cada um dos níveis, pode considerar-se uma sobreposição nos três domínios de ensino.

Apresenta duas perspetivas relativas aos domínios de cada um dos níveis de aprendizagem. Numa, é possível desenvolver aspetos específicos de um nível cognitivo, independentemente dos outros dois, mas a sobreposição sugere que uma mesma atividade possa ser útil no desenvolvimento da compreensão de dois ou até dos três níveis cognitivos, podendo ser visualizada na seguinte figura:

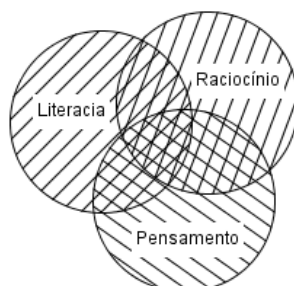


Figura 3.1: Domínios independentes mas com sobreposição

Na outra perspetiva, considera a literacia estatística como uma meta abrangente de ensino e como compreensão básica necessária para o desenvolvimento do raciocínio e o pensamento estatístico, que não têm, nesta perspetiva, conteúdo independente da literacia e a imagem que melhor traduz essa perspetiva passa então a ser a seguinte:

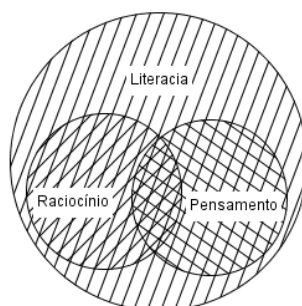


Figura 3.2: Raciocínio e pensamento incluídos na literacia

delMas (2002) considera que qualquer das situações estatísticas descritas pode ser útil para representar a literacia, o raciocínio ou o pensamento estatístico e defende que não é o conteúdo que faz diferir o nível representado mas o que se pede para o aluno fazer naquela situação estatística, sugerindo que se olhe para a natureza da tarefa para identificar se promove a literacia, o raciocínio ou o pensamento. Com base nestes apontamentos, o autor apresenta uma outra perspetiva, com base numa lista de palavras que podem ajudar a decidir qual dos níveis se encontra melhor representado numa determinada situação estatística.

Tabela 3.5: Tarefas que facilita a distinção entre os três domínios de ensino (delMas, 2002)

Literacia estatística	Raciocínio estatístico	Pensamento estatístico
Identifica Descreve	Porquê? Como?	Aplica Crítica

Reformula Traduz Interpreta Lê	Explica (o processo)	Avalia Generaliza
-----------------------------------------	----------------------	----------------------

Para desenvolver a literacia, o professor deve optar por pedir os alunos para identificarem exemplos, termos ou conceitos estatísticos, para descrever gráficos, distribuições ou relações, para reformular ou traduzir resultados encontrados ou para interpretar um resultado de um procedimento estatístico. Se o professor pedir ao aluno para explicar o porquê ou como foram produzidos os resultados ou como justifica uma conclusão está a desenvolver o seu raciocínio estatístico. O pensamento estatístico é promovido quando os alunos são desafiados a aplicar a sua compreensão a problemas da vida real, a criticar e avaliar o desenho e as conclusões do estudo ou generalizar o conhecimento obtido dos exemplos da sala de aula para novas situações.

delMas realça ainda que os três autores, referidos anteriormente, são convergentes em alguns aspetos, como a necessidade dos professores coordenarem objetivos, ensino e avaliação, que carecem de ênfase e desenvolvimento. Concordam também na importância de evidenciar que a interpretação da informação estatística depende do contexto; se é um procedimento, os alunos devem saber em que contexto é ou não aplicável, se é um objetivo, as tarefas de ensino que o visam devem solicitar os alunos para selecionar procedimentos adequados ou identificar as condições para legitimar o uso de um procedimento.

Os autores Garfield, delMas e Chance (2007) consideram que muitos dos professores, que colaboraram em investigações revistas, seguiram as recomendações sugeridas nas reformas da educação estatística, no que respeita ao recurso à tecnologia e também, de certo modo, ao método de ensino. A maior parte desses professores relatam resultados positivos no sentido de uma maior apreciação da Estatística por parte dos alunos e dos professores e uma maior partilha de ideias e métodos entre colegas. O ponto fraco da reforma é a avaliação, onde muitos professores relatam apenas a realização tradicional através de um exame para atribuir notas e que apenas requerem, dos alunos, recordar ou reconhecer as definições, executar cálculos e realizar os procedimentos corretamente. Referem então o Assessment Resource Tools for Improving Statistical Thinking (ARTIST), que consiste num site que oferece 146 itens disponíveis sobre representação de dados, classificados por tópico e com base nos resultados de aprendizagem classificados em literacia, raciocínio e pensamento estatístico. Assim, para além de itens que abrangem uma grande lista de tópicos (dados, produção e recola de dados, representação de dados, comparação de grupos, entre outros), a base de dados ARTIST também contem itens para avaliar especificamente a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico. Depois de uma revisão da literatura (e.g., Chance, 2002; Cobb, 1997; delMas, 2002; Gal, 2002; Garfield, 2002; Jones, Thornton, Langrall, Mooney, Perry, & Putt, 2000; Rumsey, 2002; Wild and Pfannkuch, 1999) e de muitas discussões, desenvolveram as seguintes descrições, numa tentativa de distinguir estes três resultados de aprendizagem:

- Literacia estatística

Inclui habilidades básicas e importantes que são usadas para entender argumentos quantitativos baseados em dados. Essas habilidades incluem a capacidade de organizar dados, construir e apresentar tabelas e trabalhar com diferentes representações de dados. Alfabetização estatística também inclui uma compreensão de conceitos, vocabulário e símbolos e inclui uma compreensão da probabilidade como uma medida de incerteza.

- Raciocínio estatístico

Pode ser definido como a forma de pensar das pessoas sobre ideias estatísticas e o sentido dado a informação estatística, o que envolve fazer interpretações com base em conjuntos de dados, representações de dados ou resumos estatísticos dos dados. O raciocínio estatístico pode envolver a relação entre dois conceitos, como, por exemplo, média e dispersão ou pode ajustar ideias sobre dados e probabilidade. Raciocínio significa compreender e ser capaz de explicar os processos estatísticos e de interpretar plenamente os resultados estatísticos.

- Pensamento estatístico

Envolve uma compreensão de porque e como são realizados trabalhos de investigação estatística e as "grandes ideias" que os sustentam. Estas ideias incluem a natureza onnipresente da variação e quando e como usar métodos de análise de dados adequados tais como resumos numéricos e representação gráfica. O pensamento estatístico envolve uma compreensão da natureza da amostragem, como fazer inferências a partir de amostras de populações e a necessidade da realização de experiências para estabelecer causalidade. Inclui também perceber como os modelos são usados para simular fenómenos aleatórios, como os dados são produzidos para estimativa de probabilidades e o reconhecimento de como, quando e porquê inferência pode ser usada para auxiliar um processo investigativo. E ainda a capacidade de compreender e utilizar o contexto de um problema na formulação de investigações e de conclusões, reconhecendo e entendendo todo o processo. No pensamento estatístico, critica-se e avalia-se os resultados de um estudo ou problema estatístico.

Segundo os autores, os três tipos de níveis de aprendizagem descritos são considerados objetivos na reforma do ensino em estatística e contrastam com o ensino tradicional que enfatizam os cálculos, fórmulas e as provas.

O exemplo a seguir ilustra como um item com base no contexto do mesmo problema pode ser escrito para avaliar resultados de aprendizagem diferentes.

Contexto: O diagrama de caule e folhas apresenta a quantidade de neve anual média (em polegadas, com os caules a corresponderem a dezenas e as folhas a unidades) para uma amostra aleatória de 25 cidades americanas:

0	000000024
1	028
2	00228
3	8
4	2248
5	48
6	0

Questão de literacia estatística: Descreve a distribuição.

Questão de raciocínio estatístico: Sem fazer nenhum cálculo, espera que a média da quantidade de neve seja maior, menor ou igual à mediana? Por quê?

Questão de pensamento estatístico: Um investigador tem dados sobre a quantidade de neve média para estas mesmas cidades de 20 anos atrás. Ele quer testar se quantidades de queda de neve são maiores agora então que eles estavam há 20 anos. Descreva um caminho adequado para responder a esta questão.

Todos os itens apresentados no projeto ARTIST são revistos antes da inclusão no banco de dados e classificados segundo os resultados de aprendizagem. Essa classificação era uma das principais preocupações no projeto e, no sentido de a facilitar, os autores expandiram a tabela já apresentada por delMas (2002), do seguinte modo:

Tabela 3.6: Tarefas para distinguir tipos de itens (Garfield, delMas, & Chance, 2007)

Literacia estatística	Raciocínio estatístico	Pensamento estatístico
O quê Define Identifica Descreve Reformula Traduz Interpreta Lê Constrói	Porquê? Como? Explica (o processo)	Aplica Critica Avalia Generaliza

Por literacia estatística, Martins e Ponte (2010) entendem a capacidade que permite ler e interpretar a informação, avaliar a sua credibilidade e produzir nova informação, quando necessário, enquanto o raciocínio estatístico envolve um processo explícito onde se identificam factos, estabelecem relações e fazem inferências e o pensamento estatístico tem um lado intuitivo, informal e implícito que suporta o raciocínio.

Literacia é um termo comum do vocabulário em qualquer área de educação e significa “capacidade de ler e de escrever; capacidade para perceber e interpretar o que é lido”, segundo a definição no dicionário priberam da língua portuguesa (dicionário *online*, consultado a 15 de agosto de 2013). Nesta investigação, literacia deve ser entendida como “um conjunto mínimo de competências básicas que se espera que todos os cidadãos dominem” (Gal, 2002).

Martins e Ponte (2010) destacam o desenvolvimento da literacia estatística como objetivo do ensino da Estatística a nível do ensino básico e realçam a sua importância no exercício da cidadania. Segundo os autores, “o progressivo desenvolvimento da Estatística e a crescente

necessidade de conhecimentos estatísticos para enfrentar situações do quotidiano conduziram a uma preocupação crescente com a literacia estatística”. Um cidadão estatisticamente literato ou alfabetizado interpreta tabelas e gráficos, entende as questões salariais, os índices de preços, as taxas de desemprego e interpreta uma sondagem, ou seja, interpreta informações estatísticas que traduzem situações do dia-a-dia.

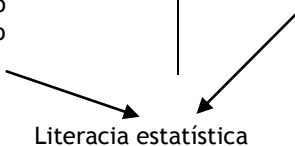
A literacia estatística tem sido foco de investigação de vários estudos. Para Gal (2002), a literacia estatística envolve a capacidade de interpretar, avaliar criticamente dados apresentados sob diferentes formas de representação e de comunicar as opiniões formadas com base na informação estatística. O autor desenvolve este conceito como parte do que se espera que um adulto domine, nomeadamente um adulto que viva numa sociedade industrializada, onde muitas situações do quotidiano envolvem conhecimentos estatísticos e não especificamente de um aluno que se encontre a aprender Estatística. Assim, o termo “literacia estatística” envolve duas componentes que se relacionam:

(a) a capacidade para interpretar e avaliar criticamente informação estatística, argumentos baseados em dados ou fenómenos estocásticos que podem encontrar em diversos contextos e

(b) a capacidade para discutir e comunicar a sua reação à informação estatística, como a sua compreensão do significado da informação, a sua opinião sobre as implicações da informação ou as suas preocupações relativas à aceitabilidade das conclusões tiradas.

Gal apresenta um modelo, traduzido na tabela seguinte, de conhecimentos básicos e outros procedimentos que devem estar disponíveis para os alunos e para os adultos para que possam compreender, interpretar, avaliar criticamente e reagir às mensagens estatísticas encontradas em contextos de leitura, quer em papéis passivos como em ativos. O modelo assume que a literacia estatística envolve uma componente de conhecimento, composta por cinco elementos cognitivos: competências de literacia, conhecimento de estatística, conhecimento matemático, conhecimento do contexto e questões essenciais e uma componente relativa à disposição, composta por postura crítica e crenças e atitudes.

Tabela 3.7: Modelo de literacia estatística (Gal, 2002)

Elementos do conhecimento	Elementos da disposição
Competências de literacia Conhecimento estatístico Conhecimento matemático Conhecimento do contexto Questões essenciais	Crenças e atitudes Postura crítica
 <p style="text-align: center;">Literacia estatística</p>	

Apesar de descrever cada elemento do modelo separadamente, o autor realça que há sobreposição de elementos. Estes não devem ser vistos de forma isolada mas a atuar conjuntamente e dependentes do contexto, dos conhecimentos e das disposições para

resultar num comportamento estatisticamente literato. Evidencia também que a literacia estatística pode ser considerada como um conjunto de capacidades que podem existir em diferentes graus no mesmo indivíduo, dependendo do contexto em que é aplicada.

Na discussão deste modelo, Batanero refere não haver consenso sobre os blocos de construção básicos da literacia estatística ou sobre como se pode ajudar os cidadãos a construir e a adquirir as habilidades que compõem a literacia estatística, mesmo quando as orientações curriculares, em diferentes países, insistem na importância da estatística e dos conteúdos probabilísticos.

3.2.2. Níveis cognitivos de compreensão gráfica

Entende-se por nível cognitivo de compreensão gráfica, cada uma das diferentes categorias ou graus de desenvolvimento cognitivo que todo o cidadão alcança na compreensão da representação gráfica, com base num referente teórico determinado (Pinto, 2010). Muitas das investigações realizadas, com foco nos gráficos estatísticos, centraram-se no estudo da compreensão gráfica. “A compreensão dos gráficos é uma habilidade dos leitores que permite obter informação a partir de um gráfico criado por eles mesmos ou por outros” (Friel, Curcio, & Bright, 2001).

Também Curcio (1989) refere que os “gráficos providenciam um meio de comunicar e classificar dados” (p.1), permitindo comparar e estabelecer relações matemáticas que dificilmente seriam detetadas na forma numérica.

Curcio (1987) distingue três níveis de compreensão gráfica:

- ler os dados, nível em que apenas se atende à informação explícita do gráfico, localizando os dados necessários e traduzindo-os em linguagem verbal;
- ler entre os dados, este nível já requer interpretação, comparação e/ou inferências simples a partir dos dados representados;
- ler para lá dos dados, este nível pressupõe perceber a estrutura dos dados representados e fazer previsões ou inferências.

Posteriormente, foi introduzido um quarto nível, ler por detrás dos dados, que envolve a ligação entre o contexto e o gráfico, procurando as razões que justificam que, em determinado momento, se produzam uns dados e não outros (Shaugnessy, 2007), o que vai de encontro ao que defendem Wild e Pfannkuch (1999), ou seja, que se deve procurar sempre as causas da variação nos dados.

Shaugnessy (2007) mostra de forma clara a distinção dos níveis estabelecidos, a partir de um gráfico de linha que representa o consumo de sumo de fruta (em litros) ao longo do tempo (de 1970 a 2000), em que ler os dados levaria à constatação de duas quebras nesse consumo, uma em 81 e outra em 89; ler entre os dados, levaria a questionar o porquê dessas quebras; ler para lá dos dados, levaria, por exemplo, a questionar como foram recolhidos os dados ou como foram calculados ou estimados os “litros de sumo de fruta consumidos por pessoa” para cada um dos anos e em ler por detrás dos dados, procurava-se uma ideia dos fatores

económicos, históricos e demográficos que podem ter influenciado o consumo de sumo de fruta nos últimos 40 anos.

Wu (2004) realizou um estudo sobre compreensão gráfica em Estatística, com alunos do ensino secundário de Singapura, a partir da resolução de um teste de compreensão dos gráficos estatísticos dos alunos e entrevistas, e define quatro níveis distintos de compreensão gráfica:

- leitura do gráfico, extrair os dados de um ou mais gráficos;
- interpretação de gráfico, formular opiniões sobre um ou mais gráficos;
- construção de gráfico, apresentar os dados de forma gráfica;
- avaliação de gráficos, avaliar um gráfico relativamente a sua exatidão e eficácia.

O estudo investigou a capacidade dos alunos do ensino secundário de Singapura de ler, interpretar, construir e avaliar gráficos estatísticos e a pertinência do estudo devia-se ao facto dos gráficos estatísticos constituírem o foco principal do currículo de estatística nesse nível de ensino. Algumas das conclusões apresentadas do estudo: os alunos apresentaram capacidades básicas de resolução de problemas envolviam gráficos estatísticos e revelaram mais dificuldades nos itens de interpretação e avaliação de gráficos do que nos de leitura e de construção; foram detetadas doze categorias de erros, relacionados, essencialmente, com convenção gráfica e com a informação representada. Como implicações para o ensino e desenvolvimento curricular, considerou que os professores devem ajudar os alunos a corrigir erros de convenção gráfica, a desenvolver capacidades de resolução de problemas com gráficos estatísticos, a usar adequadamente o conhecimento contextual para resolver problemas que envolvam gráficos e a comunicar as suas ideias matemáticas de forma clara.

Aoyama (2007) estabelece uma hierarquia de níveis de capacidade de interpretação de gráficos com base numa das componentes da literacia estatística, a capacidade de extrair informação qualitativa de dados quantitativos e/ou criar informação quantitativa ou qualitativa. No estudo realizado, participaram 175 estudantes, de diferentes níveis de escolaridade do Japão, 39 do ensino secundário, 80 do básico e 56 do universitário, e procuraram respostas a questões relativas ao desempenho dos alunos ao interpretarem dados estatísticos apresentados num gráfico, a partir de um questionário que incluía três ou quatro temas, e das entrevistas realizadas a alguns dos alunos para tentar perceber de forma mais clara os seus pensamentos. A partir dos resultados, Aoyama distingue cinco níveis distintos de interpretação de um gráfico:

- *nível 1: idiossincrático*

Os alunos não são capazes de ler os valores ou as tendências nos gráficos. Têm tendência para cometer erros ao relacionar algumas das características extraídas a partir dos contextos gráficos. Usualmente, as suas respostas às entrevistas têm como base as suas experiências individuais ou perspetivas puramente pessoais.

- *nível 2: leitura básica do gráfico*

Os alunos conseguem ler valores e tendências no gráfico mas não conseguem explicar o significado em contexto das tendências ou características, e não conseguem contextualizar os eventos apresentados.

- *nível 3: literal/racional*

Os alunos conseguem ler valores e tendências no gráfico e explicar o significado contextual de tendências mas apenas com base em recursos indicados no gráfico, não conseguindo sugerir uma interpretação alternativa. Geralmente não são capazes de questionar a fiabilidade das informações.

- *nível 4: crítica*

Os alunos conseguem ler e entender os significados contextuais das variáveis apresentadas, avaliar a fiabilidade dos significados contextuais apresentados no gráfico e questionar a informação apresentada.

- *nível 5: hipóteses e modelação*

Os alunos conseguem ler as representações gráficas e aceitar e avaliar as informações apresentadas. Conseguem formular as suas próprias hipóteses exploratórias ou modelos. Neste nível, atuam como “investigadores” estatísticos e não apenas como recetores de informação.

Aoyama aponta o nível 4 como uma das prioridades da educação estatística no contexto da literacia estatística devido à importância de todos os alunos e cidadãos interpretarem a informação representada graficamente, serem capazes de questionar criticamente a forma como é apresentada e retirar conclusões, considerando ser esta a tarefa e o papel da Estatística neste século.

Em Friel, Curcio y Bright (2001) amplia-se a informação sobre os níveis de compreensão gráfica definida por Curcio (1987). Os autores adotaram uma denominação diferente para cada um dos níveis:

- *elementar*, que envolve extrair informação imediata dos dados;
- *intermédio*, que inclui procurar relações nos dados e
- *conjunto*, quando vão para lá dos dados.

O quadro seguinte apresenta as habilidades requisitadas para a compreensão gráfica em cada um dos níveis estabelecidos por Curcio (1987) e Friel, Curcio e Brighth (2001).

Tabela 3.8: Habilidades por nível de compreensão gráfica (Pinto, 2010)

<i>Elementar</i> <i>Ler os dados</i>	<i>Intermédio</i> <i>Ler entre os dados</i>	<i>Conjunto</i> <i>Ler para lá dos dados</i>
<ul style="list-style-type: none"> • Ler literal do gráfico • Extrair informação elementar • Identificar simplesmente os factos explícitos no gráfico • Identificar informação através do título e das legendas dos 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar os dados no gráfico • Comparar quantidades • Recorrer a outros conceitos ou técnicas matemáticas (p.e. a soma ou a diferença 	<ul style="list-style-type: none"> • Prever ou inferir a partir dos dados • Utilizar esquemas de exploração prévios (p.e. conhecimento prévio, conhecimento devido à memória)

<p>eixos do gráfico</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar e ler os especificadores do gráfico • Observar factos simples e relações entre os dados apresentados graficamente • Interpretar relações quando as respostas estão claras no gráfico • Não há outro tipo de interpretação • Corresponde a um nível cognitivo baixo 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar as relações matemáticas expressas no gráfico • É o que a maioria das provas avalia • Requer pelo menos uma etapa de lógica e inferência pragmática necessária • As perguntas e as respostas derivam do texto • A resposta baseia-se nos dados apresentados no gráfico • Reduz o número de categorias dos dados através de uma compilação e combinação de operações • Observar relações num gráfico e interpretá-las como uma apresentação visual sem referência ao significado dos elementos do gráfico em contexto • Interpretar relações • Identificar as tendências em partes dos dados a informação explícita no gráfico • Comparar localmente ou globalmente as características do gráfico e uma atenção mais cuidada aos especificadores 	<ul style="list-style-type: none"> • Reduzir todos os dados a simples enunciados ou relações • Interpretar relações quando as respostas requerem enunciados que vão para lá das relações ou termos técnicos • Determinar os valores dos dados que se expressam no gráfico como evidência para apoiar uma proposição • Autoavaliar a própria evidência gerada pelos dados quantitativos • Compreender a estrutura profunda dos dados na sua totalidade, comparando tendências e observando grupos • Sintetizar ou integrar a maioria ou todos os valores representados.
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Recordando aspetos teóricos dos níveis cognitivos da representação gráfica já referidos, observa-se que, por um lado, a classificação de Friel, Curcio e Brigh (2001) se centra exclusivamente na compreensão gráfica e aplica-se a níveis escolares predominantemente básicos ou elementares. O seu uso permite estabelecer o processo de aquisição, extensão e aprofundamento da compreensão gráfica de maneira gradual. A classificação apresentada por Wu (2004), baseada em Curcio (1987) e Friel, Curcio e Brigh (2001), apresenta adaptações dos níveis cognitivos adequados ao nível secundário da escolaridade. Aoyama (2006) apresenta um estudo de gráficos a partir da sua interpretação e trabalho realizado com estudantes de vários níveis educativos.

A análise da literatura, relativa à educação estatística, e sua consequente reflexão, permitiu estabelecer a seguinte tabela, que relaciona os três domínios de ensino referidos anteriormente e os níveis de compreensão gráfica.

Tabela 3.9: Resultados de aprendizagem esperados e níveis de compreensão gráfica

	Literacia estatística	Raciocínio estatístico	Pensamento estatístico
Ler os dados	<ul style="list-style-type: none"> • O quê • Define • Identifica 		

	<ul style="list-style-type: none"> • Descreve • Lê • Interpreta (respostas claras no gráfico) • Traduz (o que está claro no gráfico) • Reformula (de forma simplificada o que vê no gráfico) 		
Ler entre os dados	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta • Traduz • Reformula • Compara (localmente) • Relaciona 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica tendências • Compara (globalmente) 	
Ler para lá dos dados		<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta (enunciados para lá das relações técnicas) • Reduzir (a enunciados simples) • Explica (o processo) 	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica • Critica • Avalia • Generaliza
Ler por detrás dos dados			<ul style="list-style-type: none"> • Contextualiza • Argumenta

A Tabela 3.9 elucida sobre a relação estabelecida entre os resultados esperados na aprendizagem em estatística, nos diferentes níveis cognitivos, e os níveis de compreensão gráfica definidos por Curcio (1987) e Shaughnessy (2007), através de uma adaptação das tarefas que facilitam a classificação de cada item relativamente ao resultado de aprendizagem esperado, apresentadas por Garfield, delMas e Chance (2007).

3.2.3. Investigações sobre o estudo de concepções, erros e dificuldades dos alunos na representação gráfica estatística e implicações para o ensino

São muitas as investigações que focalizam as concepções, os erros e dificuldades dos alunos em estatística, e em particular, na representação gráfica em estatística. O conhecimento desses obstáculos dos alunos que impedem um conhecimento e compreensão dos gráficos estatísticos pode significar uma ajuda para o professor (Espinell, González, Bruno, & Pinto, 2009). Também Batanero, Godino, Vallecillos, Green e Holmes (2012) consideram que, no caso da educação estatística e, mais especificamente, na representação gráfica, os erros e dificuldades dos alunos, que impedem um maior à-vontade para lidar com diferentes gráficos, são alvos frequentes da investigação e o conhecimento dessas concepções alternativas dos alunos pode considerar-se uma ajuda profissional para o professor.

Apresentam-se algumas dessas investigações, internacionais e nacionais, e seu impacto no que respeita ao ensino e aprendizagem dos gráficos estatísticos.

Carvalho (2001) estudou as interações entre pares, na sala de aula de Matemática, após a unidade curricular de Estatística do 7.º ano de escolaridade ter sido lecionada e procurou compreender os progressos gerados quando os alunos trabalham em díade, no desenvolvimento lógico e no desempenho estatístico. Entre os objetivos do estudo constava, entre outros, averiguar o progresso dos alunos quando trabalham a pares, em tarefas não habituais de Estatística, comparativamente a alunos que não experimentaram esta forma de trabalho ou de tarefas; analisar alguns erros e dificuldades mais frequentes na resolução de tarefas habituais e não-habituais de Estatística; pesquisar quais as estratégias de resolução mais frequentes utilizadas pelos alunos quando realizam tarefas não-habituais de Estatística e enunciar as dinâmicas de interação facilitadoras de resoluções, com êxito ou fracasso, utilizadas pelas díades. A metodologia escolhida baseou-se num plano empírico de inspiração quasi-experimental, com um grupo de controlo e um grupo experimental. A investigação possibilitou concluir que os conteúdos de Estatística não são isentos de dificuldades para os alunos, incluindo para os alunos que experimentaram o trabalho a pares e com tarefas não habituais e que o domínio do conhecimento estatístico, para muitos alunos, se resume a um conhecimento instrumental, que não vai além do uso de um procedimento ou do recurso a um algoritmo. Foi ainda possível identificar as diferentes estratégias de resolução usadas pelos alunos quando resolvem as tarefas não-habituais, como a estratégia de resolução por tentativa e erro, de resolução gráfica com e sem suporte estatístico, o recurso à resolução aritmética e à resolução algébrica.

A investigadora verificou que os alunos do 7º ano de escolaridade, durante a realização de tarefas estatísticas onde não era solicitada explicitamente a utilização de gráficos, privilegiavam esta forma de apresentação dos dados por serem visualmente mais imediatos. Um dos itens propostos era constituído por uma notícia com dados relativos a duas distribuições e era solicitado que os alunos apresentassem os dados de forma a facilitar a sua leitura.

1. A seguinte notícia apareceu numa revista de automóveis.

"Ao longo do ano de 1991 venderam-se em Portugal 192556 automóveis enquanto que no ano de 1990 venderam-se 213287. As cinco marcas mais vendidas foram: Citroen 15899 (15400); Fiat 26572 (29496); Opel 22659 (28518); Peugeot 14319 (14863); Renault 40909 (47648). Entre parêntesis encontram-se os valores correspondentes a 1990."

1.1 Escolhe outra maneira de apresentares estes resultados de modo a facilitar a leitura da notícia anterior.

Figura 3.3: Enunciado da tarefa (Carvalho, 2001)

A tarefa admitia diferentes tipos de estratégias de resolução. Muitos dos alunos recorreram aos gráficos como uma forma possível de tornar a leitura da informação mais simples mas confrontaram-se com a grandeza dos números, pouco habitual nas aulas, e com o facto de terem duas distribuições. Uma das dificuldades manifestadas pelos alunos esteve relacionada com as escalas, nomeadamente para encontrar um intervalo que permitisse abranger todos os dados da distribuição. Nem todos os alunos conseguiram ultrapassar essa dificuldade e alguns

abandonaram a ideia de recorrer a gráficos, optando, na maioria dos casos, por reescrever um texto como no exemplo ou por construir dois gráficos.

Carvalho apresentou um outro exemplo, desta vez, relacionado com a construção de um gráfico circular, em que o aluno não apresenta dificuldades na aplicação da regra de três simples, uma vez que efetuou corretamente os cálculos necessários para encontrar os valores dos ângulos, mas não construiu corretamente o gráfico.

2. O Paulo elaborou um inquérito sobre "O que mais gosto de ver na televisão" aos rapazes do 7º ano da sua escola e obteve 125 respostas distribuídas da seguinte maneira:

Desporto	60
Filmes	35
Programas juvenis	15
Telodiscos	15

- 2.1 Faz um gráfico circular que represente os resultados obtidos pelo Paulo.

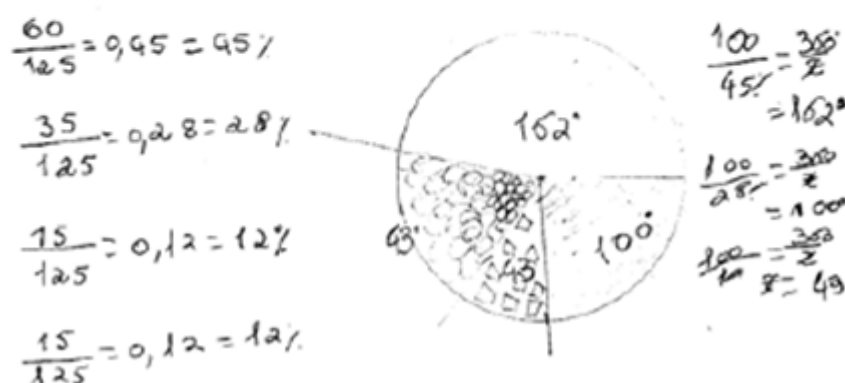


Figura 3.4: Gráfico construído por um aluno (Carvalho, 2001, p. 256)

A utilização do transferidor não parecia ser uma tarefa simples para este aluno, uma vez que o único ângulo que está corretamente assinalado é o primeiro a ser traçado no círculo. Neste exemplo, a necessidade de elaborar uma legenda não foi fundamental para o aluno, revelando ser mais importante embelezar o gráfico do que comunicar uma informação essencial à leitura do gráfico. Um outro aspeto preocupante, foi a falta de análise crítica relativamente ao gráfico construído, uma vez que o ângulo de 100° dificilmente mede 100°, os dois setores com a mesma amplitude apresentam aberturas muito diferentes e o setor que corresponde a 86 graus (relativo a 30 alunos) tem maior abertura que o setor de 100° (que corresponde a 35 alunos).

As recomendações que decorrem deste estudo apontam no sentido da necessidade de se rever a forma como se tem trabalhado a Estatística nas aulas de Matemática. O trabalho a pares é uma das formas possíveis de alterar essas práticas mas, para isso, importa atender ao modo como se juntam os alunos, o que não pode continuar a ser fruto de um acaso sob pena de não se rentabilizar todas as suas potencialidades, facilitando o processo de apropriação de conhecimentos e a mobilização de competências.

O estudo alerta ainda para a necessidade de desenvolver o raciocínio proporcional e mostra que a representação gráfica é um dos tópicos curriculares que constituem uma oportunidade de trabalhar problemas relacionados com a proporcionalidade e outros assuntos relacionados como escalas e percentagens.

Hilton G., Hilton A., Dole, Goss e O'Brien (2012) referem o raciocínio proporcional como um aspeto importante do pensamento formal e que os alunos, que não desenvolvem o raciocínio proporcional durante o ensino básico, podem vir a manifestar dificuldades em temas que requerem pensamento quantitativo, como em ciência, tecnologia, engenharia e matemática e também em algumas habilidades da vida real tais como cozinhar, ler um mapa e no dimensionamento de um objeto. Recomendam então que os professores ofereçam aos alunos o máximo de oportunidades para desenvolver o raciocínio proporcional ao longo dos anos de escolaridade básica.

Também para Shaughnessy (2007, p. 989), o raciocínio proporcional é importante no tema *organização e tratamento de dados*, por impedir que os alunos só vejam contas e percam o poder dos gráficos para reduzir dados e mostrar tendências.

Curcio (1987) refere a habilidade da criança para usar o compasso e o transferidor como um dos fatores decisivos para o sucesso na construção deste tipo de representações, evidenciando ainda que “a preferência por desenhar gráficos de barras alerta-nos para a dificuldade que os alunos sentem em relação à medição dos ângulos nos gráficos circulares”. O gráfico de setores supõe transformar dados em proporções e estes em ângulos. Os conceitos de razão, proporção e a compreensão de percentagens são fundamentais. Estes aspetos justificam que os gráficos circulares sejam, entre os gráficos tradicionais, os mais difíceis de os alunos compreenderem e construir (Curcio, 1989), apesar da sua popularidade junto da comunicação social.

Espinell, González, Bruno e Pinto (2009) resumiram algumas das investigações relativas a dificuldades, erros e obstáculos dos alunos mais frequentes na representação gráfica estatística, que impedem um bom desempenho no que respeita a gráficos estatísticos e cujo conhecimento, por parte dos professores, pode significar uma ajuda em termos profissionais. No estudo, são destacadas as dificuldades associadas à marcação das escalas, nomeadamente na escolha de uma escala adequada ao conjunto de dados e na marcação de escalas em ambos os eixos com um número de divisões insuficientes; a não apresentação do ponto de origem; relativamente ao diagrama de caule-e-folhas, a dificuldade relacionada com a noção de número, no caso de um dígito dominante não ter dados ou se aparecer o zero; a não diferenciação do procedimento de representação dos gráficos de barras para variáveis qualitativas ou quantitativas discretas dos histogramas para as variáveis contínuas para dados agrupados em classes; nos histogramas, o recurso a barras separadas, a representação incorreta dos intervalos e a omissão dos intervalos de frequência nula; as relacionadas com a

proporcionalidade e o raciocínio proporcional e os autores questionam o peso dessas dificuldades não só na construção mas também na compreensão e interpretação dos gráficos

Também Ruiz, Arteaga e Batanero (2009) abordaram as dificuldades dos alunos relacionadas com a construção de gráficos e realçaram, com uma das dificuldades detetadas, a incorreta representação dos valores das frequências no eixo dos xx e dos valores da variável no eixo dos yy, situação em que os alunos revelavam desconhecimento do conceito de variável aleatória.

Batanero (2001) apresenta, no seu livro *Didática da Estatística*, nove dificuldades identificadas nos alunos, no tópico dos gráficos estatísticos:

1. Interpretar o conteúdo dos gráficos, para além da incapacidade de processar a informação neles contida de forma coerente;
2. Interpretar gráficos a um nível superior (p.e., ler entre os dados e ler para lá dos dados);
3. Selecionar incorretamente o tipo de gráfico adequado, como p.e., utilizar um polígono de frequências quando as variáveis são qualitativas, ou um diagrama de barras horizontal para representar a evolução de uma produção industrial ao longo dos anos;
4. Selecionar escalas de representação pouco adequadas para o objetivo predeterminado;
5. Omitir as escalas em alguns dos eixos, horizontal ou vertical, ou em ambos;
6. Não especificar a origem das coordenadas;
7. Não proporcionar divisões suficientes (número de classes) nas escalas dos eixos;
8. Desconhecer o modo correto de usar um software para a construção de gráficos;
9. Obter um diagrama de setores em que estes não são proporcionais com as frequências das categorias ou comparar quantidades de diferente natureza num mesmo gráfico.

Wu (2004), na investigação que realizou com foco na compreensão dos gráficos estatísticos de alunos de uma escola secundária de Singapura, de diversos níveis de escolaridade, procurou responder à questão “Quais os erros cometidos pelos alunos quando trabalham com diferentes gráficos estatísticos?” Como resposta, identificou 12 categorias de erros:

- E1 - erros de compreensão;
- E2 - erros em explicações pouco claras;
- E3 - erros de cálculo;
- E4 - erros nas escalas;
- E5 - erros relacionados com o título, etiquetas, especificadores e tipo de gráfico;
- E6 - erros nos gráficos circulares;
- E7 - erros de proporcionalidade nos pictogramas;
- E8 - erros em gráficos de aparência semelhante mas de natureza diferentes;
- E9 - confusão entre frequência e valor dos dados;
- E10 - erros relacionados com o uso da informação dada no gráfico;
- E11 - erros relacionados com o contexto;
- E12 - erros de diversa natureza.

O autor conclui que os erros de convenção gráfica, onde inclui E4, E5 e E7 e erros relacionados com a informação representada no gráfico, E10, são mais graves do que os erros registados nas outras categorias.

Os resultados da Terceira Avaliação Nacional do Progresso Educacional (em inglês, Third National Assessment of Educational Progress), apresentados em 2001, indicaram que as crianças americanas, dos 9 aos 13 anos, revelavam dificuldades em interpretar gráficos e tirar conclusões e, num estudo mais recente, o PISA (2003), constatou-se que nos itens que envolviam questões relacionadas com a leitura de gráficos e escalas, os alunos, incluindo os alunos portugueses, apresentaram dificuldades em responder corretamente. Estes resultados constituem alertas relativas às dificuldades dos alunos e, apesar das limitações deste tipo de avaliações, seria uma atitude pouco prudente não procurar compreender o que poderá explicar os resultados obtidos pelos alunos.

Numa investigação de carácter qualitativo, Dolores e Cuevas (2007) exploraram o tipo de leituras e interpretações feitas pelos estudantes da educação básica de gráficos selecionados da comunicação social. Concluíram que os alunos faziam uma leitura maioritariamente ponto a ponto, privilegiavam máximos e mínimos, faziam descrições qualitativas, referindo que os valores da variável subiam ou desciam, não estabeleceram relações co-variacionais, não calcularam quanto mudavam as variáveis ou procuraram a razão dessa mudança. As evidências obtidas também indicavam um conhecimento pobre dos significados dos conceitos sociais representados nos gráficos.

Na sociedade de hoje, é frequente ser exigido ao cidadão fazer previsões e tomar decisões com base em muitos dados. Consequentemente, a forma como estes se organizam e apresentam, no sentido de facilitar as suas escolhas, originam a necessidade dos sujeitos terem de desenvolver “uma capacidade extremamente importante: o sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 19). Estes autores defendem também que, mais do que insistir na construção, o professor deve procurar ir mais além da informação imediata resultante de uma simples leitura dos dados e consideram que “os gráficos não devem surgir como um fim em si mesmo, mas como um meio de comunicar um pensamento ou para investigar dados através de diferentes representações.

Relativamente ao uso do computador, as suas funcionalidades permitem libertar os gráficos do peso da sua construção, deixando uma maior disponibilidade de espaço para a sua interpretação e criando oportunidades de diálogo entre os alunos e entre alunos e professor. Como refere Ponte (1991), o papel do professor passa do *como se constrói um gráfico* para o *que o gráfico diz* e o papel do aluno passa a incluir explicar o que o gráfico diz para além da informação dada pela sua leitura simples e imediata.

No entanto, a tecnologia usada como recurso no estudo dos gráficos estatísticos não facilita o trabalho porque os alunos precisam de aprender, para além das características dos gráficos, as opções que o software oferece. Ben-Zvi and Friedlander (1997) analisaram gráficos construídos por alunos ao trabalhar com computadores e verificaram que alguns dos alunos não utilizaram o computador de forma crítica, uma vez que não foram capazes de selecionar as opções do software mais adequadas, aceitando o gráfico que o computador lhes oferecia sem uma análise crítica do mesmo.

Também Chance, Ben-Zvi, Garfield e Medina (2007) apresentaram uma visão ampla do papel que as ferramentas tecnológicas podem desempenhar para ajudar os alunos a compreender e raciocinar sobre ideias estatísticas importantes. Resumiram os recentes desenvolvimentos no uso da tecnologia no ensino de Estatística, em função das mudanças no conteúdo dos cursos, dos métodos pedagógicos e dos formatos de ensino, e discutiram questões e desafios práticos na seleção e implementação de ferramentas tecnológicas. Proporcionaram ainda exemplos de ferramentas, junto com sugestões para o seu uso.

Os autores alertaram para o facto de que é cada vez mais importante procurar as melhores maneiras de usar as ferramentas tecnológicas na sala de aula, atendendo à sua diversidade cada vez maior e à facilidade com que os alunos lidam com essas ferramentas.

O uso da tecnologia amplifica a capacidade de produzir muitos gráficos de forma rápida e fácil, permitindo que os alunos vejam como diferentes gráficos do mesmo conjunto de dados oferecem diferentes peças de uma mesma história, através da criação de gráficos diferentes no mesmo ecrã. Permite ainda que os alunos desenvolvam a capacidade de explorar e de “ver” ideias estatísticas e que os professores se tornem mais capazes de as apresentar. As ferramentas tecnológicas criam oportunidades aos alunos e professores de fazer questões do tipo “e se”.

A tecnologia facilita ainda a discussão de problemas mais interessantes e de conjuntos de dados acessíveis a partir da internet. Tem-se agora o poder de analisar dados reais, e muitas vezes confusos, clarificando os alunos quanto ao trabalho desenvolvido por estatísticos quando recolhem, analisam e tiram conclusões para investigar as suas próprias questões.

Hoje em dia, é maior a acessibilidade a computadores, a calculadoras gráficas, à Internet, a software atualizado, a quadros interativos e métodos de projetar. Mas, para incorporar eficazmente as tecnologias na sala de aula, é preciso tempo e reflexão. O sucesso no uso de tecnologia para o ensino não acontece subitamente, sendo necessário incutir nos professores novas ideias e métodos de ensino e um primeiro passo nesse sentido pode ser a obtenção de informação sobre como a tecnologia pode ser usada para apoiar e melhorar a aprendizagem dos alunos em cursos de estatística e qual a tecnologia que está disponível para realizar este objetivo.

Os obstáculos apresentados pelos autores na integração da tecnologia na sala de aula foram: a necessidade de reexaminar objetivos de aprendizagem do aluno; a falta de sensibilização e à-vontade dos professores com as novas tecnologias; a falta de apoio para professores; o

tempo de aula necessário para a exploração; o fato da tecnologia falhar; o tempo necessário para implementar mudanças; o papel da aprendizagem à distância.

A tecnologia tem sido e continuará a ser um fator importante na melhoria da aprendizagem dos alunos de estatísticas mas a sua eficácia depende da planificação cuidada e deliberada, que requer criatividade e entusiasmo. Apesar das capacidades que a tecnologia oferece, os professores devem ter cuidado sobre o uso de pacotes de software sofisticados que podem resultar nos alunos a passar mais tempo aprendendo a usar o software de aplicá-lo. Chance, Ben-Zvi, Garfield e Medina evidenciam que, mesmo numa sociedade tecnológica avançada, há alunos que não estão prontos para o tipo de tecnologia utilizada nos cursos. A escolha de uma ferramenta particular deve ser feita com base na facilidade de utilização, interatividade, ligações dinâmicas entre os dados/gráficos/análises e disponibilidade de uso em diferentes sistemas e computadores. Estes autores consideram haver poucos estudos com foco nas formas mais eficazes de integrar a tecnologia nos cursos de estatística, visando o desenvolvimento do raciocínio dos alunos sobre conceitos específicos e nas formas apropriadas de avaliar o impacto na aprendizagem dos alunos nestes contextos.

Sobre o papel da linguagem na literacia estatística e no pensamento estatístico, Sproesser e Kuntz (2013) apresentam os resultados obtidos num estudo de carácter qualitativo. Atendendo a que, na literacia estatística, se visa desenvolver as competências necessárias para uma efetiva participação na sociedade, as habilidades de comunicação relacionadas com modelos estatísticos básicos aparecem como fundamentais. As questões do estudo prendem-se com o modo como os alunos expressam a sua compreensão dos problemas estatísticos e, em particular, o papel da linguagem no pensamento estatístico. Participaram 83 alunos no estudo, dos quais 39 raparigas e 44 rapazes, com cerca de 14 anos, a quem foi solicitada a realização de tarefas relacionadas com diferentes problemas estatísticos e que abordavam aspetos básicos do pensamento estatístico. Foi-lhes pedido para descreverem as suas ideias através das suas próprias palavras e no tipo de linguagem que quisessem. Depois de discutirem a pares o problema em questão, escreviam as suas respostas e esses trabalhos escritos constituíram os dados da investigação. Os autores concluíram que os alunos tendiam a recorrer à linguagem do dia-a-dia para transmitir as suas ideias relativas a um problema estatístico. Muitas vezes, a não disponibilidade dos conceitos adequados afetou a qualidade das suas afirmações. Concluíram ainda que a linguagem apropriada e a compreensão estatística parecem estar relacionadas e desempenham ambos um papel importante na abordagem dos alunos aos problemas estatísticos. Na amostra em estudo, o desenvolvimento da linguagem não acompanhou o desenvolvimento da intuição ou da compreensão.

Expor pensamentos estatísticos através da linguagem escrita, muitas vezes exige reorganização e aprofundar estas reflexões, e é, portanto, uma oportunidade de aprender, nomeadamente, alguns erros e incongruências no conhecimento estatístico tornam-se visíveis e podem informar professores e alunos sobre o processo contínuo de aprendizagem. Os resultados permitem concluir que a consciência explícita da linguagem também pode

promover a compreensão estatística dos alunos e levantam a questão sobre como implementar um ensino com foco no desenvolvimento do conhecimento concetual em estatística e da linguagem.

A reforma do ensino da Matemática questiona também o papel do discurso na sala de aula. Como Brendefur e Frykholm (2000) sugerem, "o movimento de reforma em curso no ensino da Matemática coloca uma ênfase considerável sobre o papel que o discurso de sala de aula pode desempenhar no apoio ao desenvolvimento conceitual dos alunos" (p. 258). Os autores exploraram questões relacionadas com a comunicação matemática estabelecida na sala de aula, examinando as crenças, modos de pensar e práticas de ensino de dois professores estagiários. Construíram um modelo de 4 dimensões para analisar as várias formas de comunicação: unidirecional, contributiva, reflexiva e instrutiva, que se revelou útil para descrever a prática na sala de aula. Na dimensão unidirecional, assume-se que a autoridade na sala de aula é o professor que detém o conhecimento matemático e explica-o ao aluno e na dimensão contributiva, ainda que o professor tenha a autoridade, os alunos podem sugerir estratégias de resolução, podendo existir sobreposição entre as dimensões.

Os autores destacaram a importante relação entre as crenças dos professores sobre a natureza da matemática, ensino e aprendizagem e a sua capacidade de se mover ao longo do continuum de comunicação. Também o conhecimento do conteúdo matemático a lecionar desempenhou um papel nos tipos de estratégias de comunicação, implementadas em sala de aula. As outras duas categorias são distintas, não só pela partilha de informação mas pelo facto de usar o discurso para pensar matematicamente, colocar conjecturas, justificar ideias e generalizar. A comunicação na sala de aula torna-se instrutiva quando o professor incorpora ideias matemáticas dos alunos e conjecturas na sequência de ensino.

Os autores consideraram que se torna necessário continuar a explorar em detalhe as formas de comunicação usadas em sala de aula, por acreditarem que as oportunidades de comunicação dos estudantes sobre as ideias matemáticas podem originar compreensão matemática.

Ao promover uma comunicação matemática e uma iteração entre os alunos na sala de aula, há aspetos da aula que o professor deixa de controlar. Brendefur e Frykholm (2000) defendem a necessidade de investigação que elucide sobre o grau com que os professores, sejam estagiários ou não, são capazes de trabalhar num ambiente de sala de aula aberto, espontâneo e dinâmico e o impacto deste tipo de ensino nas suas crenças.

Em jeito de síntese, Abantes, Serrazina e Oliveira (1999) afirmam que "quando se pensa em termos de aprendizagem, cometer erros ou dizer as coisas de um modo imperfeito não é um mal a evitar, é algo inerente ao próprio processo de aprendizagem". O conhecimento, por parte dos professores, dos erros e dificuldades dos alunos pode revelar-se uma ferramenta útil no processo de ensino e aprendizagem.

Não há uma metodologia universalmente aplicável sob a forma de “receita”, mas existem estratégias de ensino, de comunicação e de organização do trabalho dos alunos, mais adequadas e outras menos adequadas para cada fim pretendido e, para cada situação concreta, “cabe ao professor conhecer as alternativas disponíveis e conhecer-se a si próprio, sabendo até que ponto é capaz de usar com confiança e desembaraço cada uma delas” (Ponte, Boavida, Graça, & Abrantes, 1997, p. 95).

Algumas das recomendações de Shaughnessy (2007) para o ensino de gráficos estatísticos, derivadas do estudo das dificuldades e conceções dos alunos, incluem o recurso a uma variedade de representações gráficas e à construção de tabela e gráficos, onde inclui os elementos fundamentais em cada um, discutindo os significados e a sua interpretação, nomeadamente, dos gráficos construídos por eles próprios.

O professor deve ter a habilidade para sequenciar o conhecimento e adaptá-lo aos diferentes níveis de ensino, encontrar uma forma de sequenciar a aprendizagem dos diferentes tipos de gráficos, descrever quais os mais adequados de acordo com a idade e sugerir o tipo de perguntas para uma melhor compreensão dos gráficos (Friel, Curcio, & Bright, 2001).

Segundo Nunes e Ponte (2010), importa antecipar as abordagens dos tópicos a lecionar, os materiais curriculares a utilizar, as estratégias a adotar para ajudar os alunos a ultrapassar as dificuldades já detetadas, as conexões a estabelecer com outros tópicos matemáticos, as discussões a promover na turma e possíveis resoluções dos alunos para tentar reduzir situações imprevistas geradoras de desconforto para o professor e para o aluno.

Martins e Ponte (2010) realçam que a investigação sobre o ensino e aprendizagem da Estatística e os resultados de estudos internacionais têm evidenciado que os alunos revelam, com frequência, dificuldades e ideias incorretas tanto no campo conceptual como em aspetos computacionais. Algumas destas dificuldades relacionam-se com a natureza da Estatística, enquanto que outras derivam das estratégias de ensino utilizadas e do tipo de experiências de aprendizagem proporcionadas aos alunos (p.11).

3.2.4. Investigações sobre dificuldades dos professores e futuros professores no ensino da representação gráfica em Estatística e implicações para o ensino

Apresentam-se agora, de forma abreviada, trabalhos de investigação sobre as conceções, conhecimentos ou outros aspetos dos futuros professores ou professores de matemática sobre a representação gráfica.

Arteaga, Batanero, Cañadas e Contreras (2013) divulgaram um estudo em que analisaram 207 futuros professores do 1.º ciclo quando compararam dados recolhidos por eles próprios num projeto de simulação e mostraram algumas das dificuldades dos futuros professores na construção de gráficos, apesar deste tópico se encontrar incluído nos conteúdos programáticos que terão de lecionar. A experiência consistia em recolher dados a partir de uma sequência de 20 lançamentos de uma moeda ao ar e registava-se face ou verso, numa

sequência simulada, em que não se faziam de facto os lançamentos mas imaginavam-se os resultados, e uma sequência real. Foi pedido aos estudantes para professores para analisarem os dados e produzir um relatório com as conclusões tiradas sobre a semelhança ou diferença verificada entre os resultados da sequência simulada e da real. A maioria dos estudantes, apesar de não ser solicitado, optou por incluir gráficos estatísticos no relatório, potenciando o processo de transnumeração (Wild & Pfannkuch, 1999), para procurar informação que podia estar escondida nos dados. Esses gráficos foram incluídos em três categorias: basicamente corretos, parcialmente corretos e incorretos e, dentro de cada uma das categorias, numa subcategoria de acordo com os erros cometidos.

Tabela 3.10: Categoria de gráficos (Arteaga, Batanero, Cañadas, & Contreras, 2013)

	Subcategorias
Basicamente corretos	
Parcialmente corretos	<ul style="list-style-type: none"> • Escalas não proporcionais • Representações erradas de números naturais na reta numérica • Ausência ou confusão de títulos ou valores da escala • Barras não centradas • Representação errada de intervalos no eixo dos xx • Escalas inapropriadas
Incorretos	<ul style="list-style-type: none"> • Erros de proporcionalidade entre os especificadores • Confusão entre valores da variável e frequências • Representação de valores da variável e também das frequências • Representação de valores da variável multiplicados pelas frequências • Gráficos inadequados • Representação de variáveis não relacionadas no mesmo gráfico • Estatísticas não comparáveis apresentadas num mesmo gráfico • Erros diversos

Os autores realçaram que os erros e dificuldades encontrados já foram detetados em investigações anteriores com crianças. Por exemplo, a falta de proporcionalidade entre os especificadores, no caso do gráfico circular entre os setores que o compõem, como se pode verificar no gráfico construído manualmente.

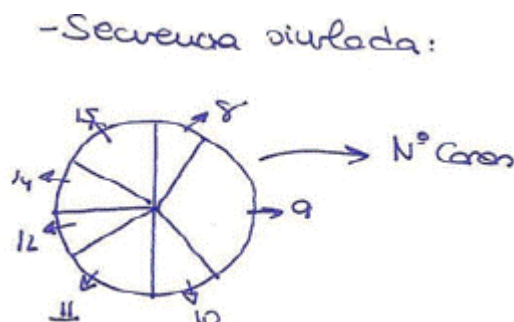


Figura 3.5: Exemplo de um gráfico incorreto (Arteaga, Batanero, Cañadas, & Contreras, 2013)

Evidenciaram também que a proporção de gráficos corretos era sempre maior em participantes que não recorreram ao computador para construir os gráficos mas que, os que

recorreram ao computador, registaram menos erros no que respeita às escalas, o que não é significativo uma vez que essa é uma escolha que o próprio software faz.

Arteaga, Batanero, Cañadas e Contreras enfatizaram a importância de estudos centrados nas dificuldades de futuros professores na construção e interpretação de gráficos estatísticos porque, para além de ser parte relevante da competência gráfica que qualquer cidadão deve ter, estes professores irão ensinar gráficos estatísticos aos alunos num futuro próximo.

Schild (2006) apresentou resultados de uma investigação com alunos universitários, professores universitários e estatísticos profissionais, que visava estudar as dificuldades na leitura de tabelas e de gráficos de rácios e percentagens e na descrição e na comparação dos dados. Referiu, por exemplo, a dificuldade na simples descrição de uma percentagem apresentada num gráfico circular e a dificuldade registada na comparação de dados quando se usam termos como “duas vezes mais” na descrição de dados de uma tabela de dupla entrada. O autor concluiu que os conceitos de razão, proporção e a compreensão de percentagens são fundamentais na representação gráfica estatística e que os professores de Estatística deviam aceitar a responsabilidade de ensinar os alunos a ler, interpretar e comunicar de forma correta dados resumidos em tabelas e gráficos. No estudo feito com alunos universitários, professores universitários e estatísticos profissionais com o objetivo de confirmar a dificuldade na leitura e interpretação de rácios e percentagens em gráficos e tabelas, 19% dos estudantes erraram na descrição de uma percentagem simples apresentada num gráfico circular (Shield, 2006). Da análise feita às respostas dadas, o investigador concluiu que apenas 5% dos estudantes, 20% dos analistas e 45% dos professores atingiam o objetivo se a meta fosse colocada nos 80% (80% correto), apesar de 91% dos participantes considerar que os alunos deviam ser capazes de ler a informação destes gráficos e tabelas. O autor considera estes resultados preocupantes e que constituem uma chamada de atenção para ação. Descodificar gráficos e tabelas de rácios e percentagens e depois descrever e comparar dados não é fácil. A literacia estatística não é imediata uma vez que o aluno, ao analisar uma notícia, pode ter que atender ao que está explicitamente no texto, como ao que não está e para que interprete com desenvoltura, tem de trabalhar com outras fontes, diferentes das informações apresentadas em livros didáticos e manuais escolares.

Bruno e Espinel (2009), num estudo que envolveu 29 estagiários de Matemática do ensino do 1.º ciclo em Espanha, revelaram que estes manifestaram dificuldades conceituais e processuais na construção de histogramas e polígonos de frequência, expondo erros que incluíam separar os retângulos nos histogramas, colocar rótulos nas barras, não considerar os intervalos de frequência nula ou não completar o polígono de frequência. Realçaram ainda que, quando estes futuros professores tiveram de avaliar os gráficos construídos pelos seus alunos e identificar os erros dos alunos, identificaram os próprios erros cometidos na construção dos próprios gráficos, que se tornaram evidentes.

Também Espinel, Bruno e Plasencia (2008), num estudo onde participaram 190 estagiários do ensino básico, concluíram que os participantes tinham grandes dificuldades na interpretação de gráficos estatísticos. Referiram que não visualizavam a distribuição como um todo, focando apenas aspetos particulares como a média ou os outliers, dados que fornecem informação pouco credível, e não foram capazes de associar descrições ou diferentes variáveis com a respetiva distribuição gráfica.

González, Espinel e Ainley (2011) apresentaram um resumo das diferentes tentativas para identificar os elementos que contribuem para a literacia estatística, no que respeita à representação gráfica, e definiram competência gráfica como a junção de três capacidades diferentes:

- a capacidade de extrair dados de diferentes tipos de gráficos e interpretar significados a partir dos mesmos, pela leitura entre os dados, para além dos dados e por trás dos dados apresentados, para formar hipóteses sobre os fenómenos representados no gráfico;
- a capacidade de seleccionar e construir gráficos adequados a situações específicas, com ou sem o apoio da tecnologia, e
- a capacidade de avaliar criticamente gráficos e de distinguir as vantagens e as limitações de determinadas representações gráficas, reconhecendo que a construção de um gráfico envolve uma interpretação dos dados originais.

Sendo um dos objetivos do ensino da Estatística no ensino básico e secundário, desenvolver a competência gráfica nos alunos, então é importante estudar a competência gráfica dos professores, bem como a sua compreensão da pedagogia relacionada com essa competência.

Os autores consideraram que os resultados da investigação centrados no conhecimento do conteúdo estatístico mostram que, de uma forma geral, os futuros professores de Matemática têm um baixo nível de conhecimento estatístico e que, em particular, a sua competência gráfica é limitada.

No que respeita ao conhecimento pedagógico da estatística, revelado pelos professores, os autores evidenciaram a escassa investigação existente com foco nas concepções da representação gráfica estatística dos professores e no papel que essas concepções desempenham no ensino.

González, Espinel e Ainley sugerem que os professores não se encontram bem preparados para ensinar representação gráfica estatística aos seus alunos, da forma mais adequada. Os autores fazem algumas recomendações no sentido de melhorar a compreensão gráfica dos professores e a confiança no ensino dos gráficos:

- um conhecimento técnico de como diferentes tipos de gráficos estatísticos são construídos e de como esse conhecimento liga com outros aspetos do currículo de Matemática, por exemplo, gráficos de funções em álgebra ou o uso de escalas em instrumentos de medição;

- uma perspetiva histórica da evolução dos gráficos e da sua aplicação em vários contextos profissionais podem ser úteis para aprender sobre a natureza dos gráficos e para realçar que o conhecimento processual não é suficiente para uma interpretação real dos dados representados;
- gráficos com origem na comunicação social também podem revelar-se um recurso valioso para despertar a conscientização dos professores sobre o papel e o uso de gráficos na sociedade e as formas em que o conhecimento técnico deve ser utilizado em combinação com o conhecimento contextual e experiência em leitura de gráficos. Exemplos de “maus” gráficos apresentados na comunicação social, mal apresentados ou tecnicamente imprecisos ou incompletos, podem ser um recurso útil, para destacar aspetos de conhecimentos estatísticos e para mostrar como os gráficos podem ser usados de forma a manipular a apresentação de dados, privilegiando um determinado aspeto em detrimento de outros;
- o conhecimento das principais conclusões da investigação em educação estatística, mais especificamente focalizada nos gráficos, é importante para entender que há várias ideias matemáticas que se relacionam com a representação gráfica, tais como escala, origem, eixos, variável, independência, dependência, coordenadas, quantidades discretas e contínuas, onde os alunos revelam dificuldades que contribuem para as dificuldades registadas na representação gráfica;
- o conhecimento de ferramentas de ensino centradas na identificação de bons exemplos de ensino, abordagens de ensino apropriadas, incluindo o uso da tecnologia e a capacidade de analisar livros e documentos curriculares seriam também relevantes para gráficos de ensino.

Rouan (2002) realizou um estudo para delinear as concepções dos professores sobre os objetivos de ensino de gráficos estatísticos e estudar a forma como são explorados na aula. O estudo incluiu a análise das respostas dadas por 221 professores marroquinos do ensino secundário, obtidas a partir de 15 entrevistas. Rouan concluiu que as concepções mostradas pelos professores indicavam fragilidades na sua compreensão, quer no conteúdo estatístico quer na importância atribuída ao raciocínio estatístico. O autor recomenda insistir na aplicação da estatística a vários domínios, como a economia, a medicina e a demografia para melhor esclarecer a questão do significado concetual.

Um outro estudo relacionado é o de Gonzalez e Pinto (2008), que exploram o conhecimento pedagógico do conteúdo e as concepções da representação gráfica em Estatística mobilizados por quatro professores estagiários. O estudo incluiu a construção de situações hipotéticas de ensino e aprendizagem, baseadas em vinte problemas retirados de manuais escolares do ensino secundário e que foram selecionados segundo dois critérios: o tipo de gráfico (histograma, gráfico circular, gráfico de barras, diagramas de caule e folhas e polígonos de frequência) e os diferentes níveis de compreensão gráfica envolvidos de Friel, Curcio e Bright

(2001). No que respeita ao conhecimento do conteúdo, os autores evidenciaram que os futuros professores não reconheceram alguns dos gráficos, nomeadamente, o diagrama de caule e folhas. Em relação ao ensino, os participantes consideravam que a construção e a interpretação de gráficos era uma tarefa simples e, no entanto, desconheciam os processos de ensino da representação gráfica, os diferentes níveis de compreensão gráficos e as dificuldades dos alunos já diagnosticadas neste tópico.

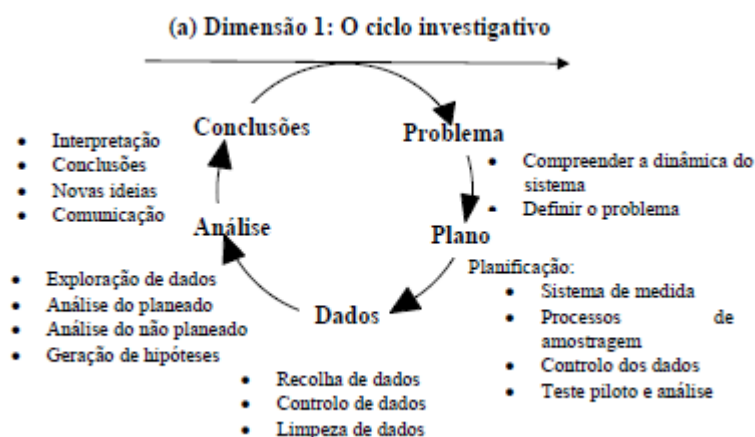
Num outro estudo, González e Pinto (2011) abordaram as fontes que proporcionam representações de ensino e consideraram que são duas: as elaboradas pelos próprios professores, como as folhas de cálculo, atividades, explicações, questões e respostas que o professor proporciona aos alunos e as originadas a partir de material curricular como manuais escolares, programas de ensino, equipamento, software, filmes e vídeos, de cursos de formação ou workshops para professores e experiências partilhadas por outros professores em contexto escolar. Os autores identificaram as representações de ensino, que dois professores utilizaram para ensinar representação gráfica estatística, os seus tipos, objetivos, momentos em que eram usados, e caracterizaram o papel dos professores e dos alunos. Concluíram que os professores revelaram ter um repertório limitado de representações de ensino, o que limita o conhecimento que pode ser desenvolvido nos alunos, quando aprendem representação gráfica. Destacaram-se quatro representações de ensino orais: definições e explicações, questões, instruções e dados e manipulação de gráficos. Os professores recorriam frequentemente a exemplos e exercícios, que derivavam, bem como as definições, de manuais escolares, essencialmente. Estas conclusões diferem das recomendações que se podem retirar das investigações em educação estatística que visam a representação gráfica, como o processo do desenvolvimento dos níveis de compreensão gráfica através de atividades interativas em contextos reais ou a inclusão de textos atualizados com as novidades recentes que visam abordagens diferentes ao estudo da representação gráfica.

3.3. Enquadramentos teóricos do conhecimento do professor para ensinar Estatística

A investigação em educação estatística com focalização na representação gráfica é muito diversificada, quanto aos seus propósitos, às suas referências teóricas e técnicas. Verifica-se, no entanto, uma tendência das investigações para estudar e compreender o pensamento e o conhecimento dos alunos e sobre o conhecimento do professor para ensinar Estatística. Agrupam-se agora algumas dessas investigações, que visam implementar estratégias para melhorar o ensino e a aprendizagem da Estatística e para formar professores de Estatística, no tópico específico da representação gráfica.

Wild e Pfannkuch (1999) discutiram o pensamento envolvido na resolução de problemas estatísticos, desde a sua formulação às conclusões retiradas, e apresentaram um modelo de

quatro dimensões que inclui um ciclo interrogativo e um ciclo investigativo e outras duas dimensões a que chamaram tipos de pensamento estatístico e disposições. O modelo, apresentado de seguida, é baseado na literatura, na própria experiência dos autores e na discussão das entrevistas a onze alunos que realizaram tarefas estatísticas, a cinco alunos que lideravam equipas de investigações estatísticas e a seis profissionais de diferentes áreas envolvidos em projetos estatísticos.



(b) Dimensão 2: Tipos de pensamento

Tipos fundamentais do conhecimento estatístico:

- Reconhecimento da necessidade dos dados
- Transnumeração (mudança de representações para proporcionar compreensão)
 - ✓ Recolha de medidas do sistema real
 - ✓ Mudança de representações de dados
 - ✓ Comunicação de mensagens nos dados
- Consideração da variação
 - ✓ Perceber e reconhecer
 - ✓ Medir e modelar para o propósito de prever, explicar ou controlar
 - ✓ Explicar e lidar com
 - ✓ Estratégias investigativas
- Raciocinar com modelos estatísticos
 - ✓ Raciocínio baseado em agregados
- Integração da estatística e do contexto
 - ✓ Conhecimento, informação e concepções

Tipos gerais:

- Estratégico
 - ✓ Planear, antecipar problemas
 - ✓ Ter em atenção restrições práticas
 - ✓ Procurar explicações
- Modelar
 - ✓ Construção seguida de utilização
- Aplicar técnicas
 - ✓ Seguir precedentes
 - ✓ Reconhecer e utilizar exemplos-tipo
 - ✓ Usar instrumentos de resolução de problemas

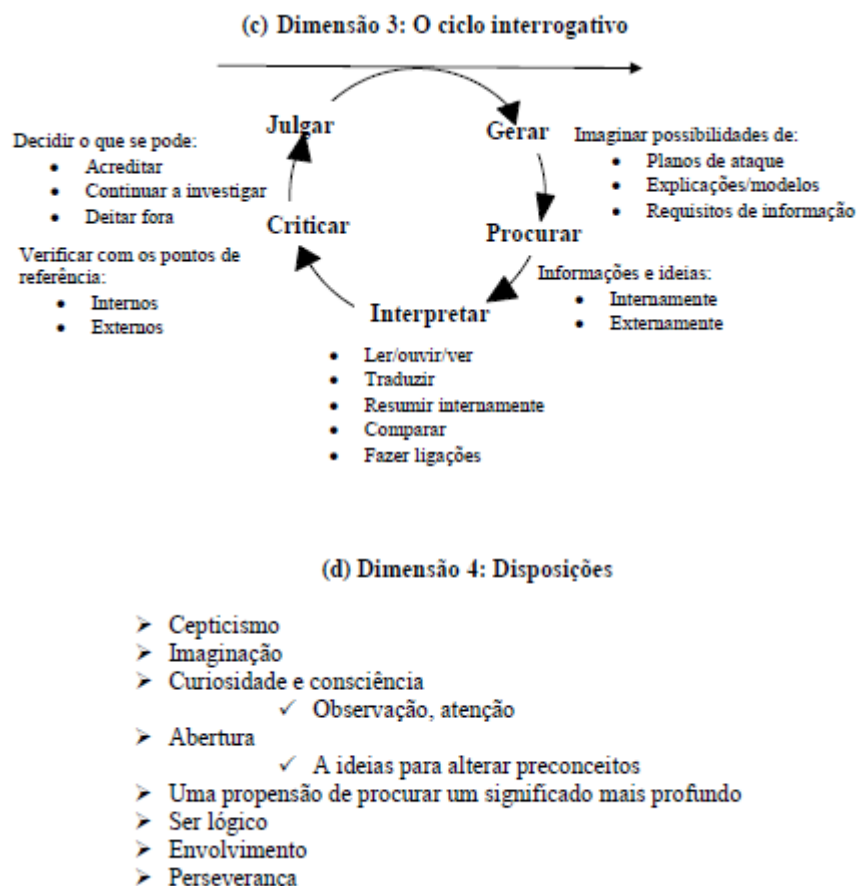


Figura 3.6: As quatro dimensões do pensamento estatístico (Wild & Pfannkuch, 1999)

Segundo Wild e Pfannkuch (1999), um ciclo PPDAC (problema, plano, dados, análise e conclusão) procura resolver um problema estatístico, fundamentado num problema real mais amplo. Shaughnessy (2007) considerou que este ciclo é a primeira fase de uma investigação estatística e traçou um paralelo com as etapas da resolução de problemas matemáticos apresentadas por Polya (1977): compreender, planejar, executar e refletir. Acrescentou que, quando as decisões na formulação do problema, na conceção e produção dos dados já aparecem estabelecidas, o ciclo investigativo torna-se empobrecido.

Na dimensão 2, os autores distinguiram dois tipos de pensamento: os comuns a todas as resoluções de problemas e os que são inerentemente estatísticos. Dentro dos estatísticos, referiram a necessidade dos dados e as estratégias de recolha dos dados que surge quando está definida a questão de investigação ou o problema a estudar; a transnumeração, definida como um processo dinâmico de mudar a representação no sentido de gerar compreensão; a onnipresença da variabilidade, que afeta a tomada de decisões baseada nos dados; o raciocínio com modelos, necessário por incluir um conjunto de modelos para pensar sobre determinados aspetos da investigação e a relevância do contexto porque é importante sujeitar o conhecimento estatístico relacionado com os dados ao conhecimento do contexto da situação sob investigação.

O ciclo interrogativo, da dimensão 3, é, segundo os autores, um processo constantemente usado na resolução de um problema estatístico, com a possibilidade de gerar dados, de procurar informação, de interpretar os resultados da pesquisa, criticar as informações e ideias e julgar o que guardar e o que ignorar.

Na dimensão 4, discutiram características pessoais que podem influenciar o modo de pensar como ser curioso, ter consciência, ter imaginação, ser cético, ser aberto a interpretações alternativas, e procurar um significado mais profundo.

Wild e Pfannkuch (1999) consideraram que, quando um estatístico trabalha num problema estatístico, recorre a partes das quatro dimensões de forma contínua e simultânea, que o pensamento estatístico visa decidir o que fazer e como fazer, incluindo o modo de abordar uma tarefa, prever problemas e pensar em como evitá-los. Evidenciaram ainda que este modelo pode ser usado para analisar o pensamento dos alunos e não apenas o dos estatísticos, podendo usar a informação obtida a partir da análise para o ensino e o desenvolvimento do currículo estatístico. Referiram que, em muitos ambientes de investigação, o pensamento estatístico corresponde a “respirar”, em que todas as pessoas o fazem mas raramente estão conscientes disso. Na disciplina de Estatística, deve-se ensinar a “respirar” mais eficazmente.

Burgess (2006) apresentou um estudo onde compara o conhecimento de dois professores, que se encontravam no segundo ano de docência, através de um estudo de casos de carácter qualitativo. Para isso, criou um quadro concetual para analisar o conhecimento estatístico dos professores baseado em três pilares: o conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman (1986); o conhecimento do professor de Matemática de Hill, Schilling e Ball (2004) e o pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

Tabela 3.11: Componentes do conhecimento estatístico para ensinar (Burgess, 2006)

		Conhecimento para ensinar			
		Conhecimento do conteúdo		Conhecimento pedagógico do conteúdo	
		Conhecimento comum do conteúdo	Conhecimento especializado do conteúdo	Conhecimento do conteúdo e dos alunos	Conhecimento do conteúdo e do ensino
Pensamento	Necessidade dos dados				
	Transnumeração				
	Variação				
	Raciocínio com modelos				
	Integração da estatística e do contexto				
Ciclo investigativo					
Ciclo interrogativo					
Disposições					

No estudo, foi proporcionado a cada um dos professores uma unidade de ensino com vários conjuntos de dados multivariados. Numa reunião inicial com o investigador, as unidades foram discutidas conjuntamente e foram realçadas as principais ideias estatísticas a considerar no uso do ciclo investigativo. Depois, os professores desenvolveram a sequência de aulas, que foram gravadas em vídeo. Foram destacados episódios das aulas e discutidos e analisados com os professores e gravadas em áudio. As gravações de vídeo e áudio foram analisadas em relação a cada uma das células do enquadramento teórico de Burgess (2006). Foram identificados um ou mais “incidentes” que surgiram nas aulas ou nas entrevistas. Nalguns casos, os incidentes revelavam uma situação em que determinado aspeto do conhecimento deveria ser usado e não foi, considerada uma oportunidade perdida. Noutras situações, não há registo de uso de conhecimento em relação a essas células durante as aulas, o que corresponde a células em branco.

Burgess (2006) concluiu que o enquadramento teórico utilizado foi útil para estudar os conhecimentos necessários ao professor no ensino da Estatística. Realçou também a sua utilidade para conhecer o perfil de conhecimento do professor, pela análise vertical que permitiu fazer, para cada componente do conhecimento estatístico necessário para o ensino, e pela análise horizontal, por cada componente do pensamento estatístico. Burgess referiu que a formação de professores não se pode centrar apenas num tipo de conhecimento mas deve integrar todos os aspetos simultaneamente e sugeriu a necessidade dos professores aprenderem a ensinar a partir da prática com os alunos e através de observações sobre o modo de aprender dos alunos, quando realizam uma pesquisa estatística.

Numa investigação de carater qualitativo, Caseiro (2010) estudou a compreensão do conhecimento dos professores de 1º ciclo do ensino básico sobre educação estatística. Participaram no estudo 56 professores, que responderam a um questionário, foram observadas 5 aulas e realizadas 2 entrevistas semiestruturadas a cada um de três professores que lecionavam 4.º ano de escolaridade, o que correspondeu a três estudos de caso.

O quadro para analisar o conhecimento estatístico evidenciado por cada um dos três professores foi desenvolvido tendo em conta estudos da literatura em educação estatística e relacionava componentes do conhecimento do professor com subdimensões do conhecimento estatístico.

Caseiro distinguiu o conhecimento necessário para ensinar em conhecimento matemático necessário para ensinar e conhecimento estatístico necessário para ensinar, onde se evidencia uma interseção entre os dois tipos de conhecimentos e destacou a inclusão do conhecimento comum no conhecimento especializado, admitindo não ser possível atingir o conhecimento especializado se não se tiver o conhecimento comum.

A sistematização feita pela autora da investigação resultou no seguinte quadro de análise do conhecimento estatístico para ensinar dos professores.

Tabela 3.12: Quadro de análise do conhecimento estatístico dos professores de 1º ciclo (Caseiro, 2010, p. 50)

Dimensões do trabalho estatístico	Sub dimensões do trabalho estatístico	Conhecimento estocástico				Conhecimento pedagógico do conteúdo	
		Conhecimento matemático		Conhecimento não matemático			
		Comum	Especializado	Comum	Especializado	Dos alunos	Do ensino
Ciclo Investigativo	Formulação de questões						
	Recolha de dados						
	Análise de dados						
Tipos de pensamento	Necessidade dos dados						
	Transnumeração						
	Integração da estatística e do contexto						

Os resultados do estudo revelaram que os professores, em termos do conhecimento matemático comum, conhecimento pedagógico do conteúdo e dos alunos e do conhecimento pedagógico do conteúdo e do ensino, apenas não revelaram fragilidades na Formulação de questões. Relativamente ao conhecimento pedagógico do conteúdo e do ensino apenas revelaram à-vontade na recolha de dados e no conhecimento não matemático especializado apenas na transnumeração. Ou seja, os professores revelaram um conhecimento estatístico limitado no âmbito das seis dimensões do trabalho estatístico analisadas neste estudo, em que as maiores fragilidades se detetaram no conhecimento pedagógico do conteúdo e dos alunos, conhecimento matemático especializado e conhecimento não matemático comum, embora tenham sido detetadas fragilidades em todo o conhecimento estatístico. A realização deste estudo, permitiu concluir que estes professores do 4.º ano de escolaridade demonstraram não possuir conhecimentos necessários para lecionar *organização e tratamento de dados* ao nível do 1º ciclo do ensino básico de acordo com as atuais orientações curriculares de Matemática.

A introdução do novo programa de Matemática do ensino básico em Portugal pôde contar com a realização de oficinas de formação que constituíam, segundo o Ministério da Educação português, o primeiro passo para a divulgação do novo currículo pretendido. As oficinas foram organizadas segundo etapas educativas e segundo temas e cada oficina tinha, como principal objetivo, dar conhecimento ao professor participante das ideias fundamentais de um dos temas do currículo de Matemática. Ponte (2012) apresenta uma avaliação do programa das oficinas de formação e as condições que contribuíram para o sucesso deste formato de desenvolvimento profissional. As oficinas eram baseadas em cinco ideias principais: orientação para a prática profissional dos professores, foco na aprendizagem dos alunos, colaboração, a investigação da própria prática e mudança da cultura profissional dos professores.

Ponte considera que, para ser eficaz, o desenvolvimento profissional deve ter efeitos sobre a prática profissional dos professores e, portanto, é necessário que a prática nas atividades de desenvolvimento tenha um papel central. Mas a formação de professores tem um frágil relacionamento com a prática profissional, porque é mais fácil organizar um programa de desenvolvimento profissional com base em questões teóricas do que em problemas práticos. Insistir na formação ao nível do conhecimento da matemática, do ensino, do currículo, da aprendizagem dos alunos, da tecnologia, das questões educacionais, etc, não incentiva os professores a mudar as suas práticas, ou seja, não os estimula a adotar as novas orientações curriculares, a selecionar novos tipos de tarefas, a criar ambientes de sala de aula diferentes e a promover a comunicação dialógica.

Nos workshops de divulgação do programa, os participantes tomaram conhecimento dos fundamentos para o trabalho colaborativo, foram estimulados a trabalhar em grupo na realização de uma tarefa relativamente complexa e a aprender uns com os outros. O trabalho colaborativo envolveu a planificação de tarefas, a construção de materiais, a observação de classes, a análise de dados e a elaboração de um relatório. A apresentação final e discussão do relatório foram momentos importantes para debater ideias e experiências pessoais e desenvolver um sentido profissional de como se encaixam nas novas orientações curriculares. A discussão final revelou-se a fase mais complexa das oficinas, pela falta de hábito de discussões profissionais entre os professores, que preferem calar-se ou discutir apenas questões laterais. No entanto, na maioria dos relatórios registavam discussões de sucesso e uma efetiva troca de experiências entre os grupos de professores.

A introdução do novo currículo de Matemática em Portugal criou uma agenda importante para o desenvolvimento profissional, de que estas oficinas de formação foram apenas uma pequena parte. Os materiais de apoio para o novo currículo sugerem uma abordagem exploratória e um ambiente de sala de aula adequado em termos de estrutura, de discurso e dos papéis assumidos pelos professores e pelos alunos. As oficinas não prepararam os professores para ensinar de acordo com o novo currículo mas foram bem-sucedidas na criação de um movimento global favorável às novas orientações. A frequência destas oficinas deu também oportunidade aos professores de desenvolver o poder de articular questões relacionadas com o conteúdo, com questões relativas a tarefas exploratórias e mudar o discurso de sala de aula, a fim de aumentar a oportunidade de participação dos alunos. Ponte (2012) realça que o formato destas oficinas, que combina uma orientação para as práticas do professor, o foco na aprendizagem dos alunos, a colaboração, a pesquisa da própria prática do professor e a mudança da cultura profissional, em combinação com as oportunidades para discussão profissional ajustada às ideias curriculares inovadoras, provou ser um projeto frutífero para o desenvolvimento profissional, que pode interessar a educadores de todo o mundo.

3.4. Em síntese

A educação estatística é um campo relativamente recente na investigação didática mas em crescimento permanente (Pinto, 2010). A partir do estudo sobre o conhecimento do professor, surgem diferentes focos de investigação, como o seu conhecimento da estatística, o seu conhecimento didático do conteúdo, o conhecimento das suas conceções, crenças e atitudes e estudos sobre a sua alfabetização estatística. Da análise das investigações realizadas no campo da educação estatística, obteve-se uma perspetiva geral e útil sobre as questões pertinentes da investigação didática com foco no conhecimento estatístico do professor para ensinar.

O enquadramento teórico sobre a representação gráfica em estatística foi estabelecido através da revisão da literatura de investigadores conceituados na área e permitiu ter uma visão dos aspetos de interesse para esta investigação, como: os domínios de aprendizagem na Estatística; os níveis de compreensão gráfica; os principais conteúdos e gráficos estudados e as dificuldades já detetadas em alunos, futuros professores e professores; as ideias chave na representação gráfica em estatística, como a variabilidade, a transnumeração e o contexto; a exploração de instrumentos de investigação que ajudaram a assumir as posturas conceituais e metodológicas consideradas nesta investigação.

Nesta investigação, procura compreender-se o conhecimento estatístico mobilizado por duas professoras quando ensinam representação gráfica aos seus alunos do 7.º ano de escolaridade, ao implementar, pela primeira vez, o novo programa de Matemática (Ponte, et al., 2007).

Os aspetos focados na revisão da literatura revestem-se de grande importância, atendendo ao objetivo definido e às questões do estudo, que envolvem os conhecimentos estatísticos mobilizados pelas professoras quando ensinam representação gráfica estatística a alunos do 7.º ano de escolaridade, no primeiro ano de implementação, a nível nacional, do PMEB; o conhecimento pedagógico do conteúdo revelado pelas professoras, a interpretação que fazem do programa e a articulação dessa interpretação com a sua prática letiva.

Uma análise cuidada do programa de Matemática do ensino básico (Ponte, et al., 2007) e dos documentos de apoio à sua implementação, disponibilizados online pelo Ministério de Educação, aponta para o desenvolvimento da literacia estatística e a valorização das investigações estatísticas como objetivos do tema *organização e tratamento de dados* no ensino básico. A revisão da literatura reforça ainda a ideia de que as orientações curriculares e metodológicas presentes no PMEB seguem as recomendações da investigação em educação estatística, com a valorização da literacia estatística, ensinando os alunos a ler e a interpretar os dados, e do processo de investigação estatística.

O conhecimento do currículo engloba as finalidades e os objetivos de ensino a alcançar, bem como a organização do ensino, que é feita em termos de ciclo, através da articulação com ciclos anteriores e/ou posteriores, o conhecimento dos materiais didáticos disponíveis e das formas de avaliação a utilizar.

Alguns dos estudos apresentados permitem inferir que as práticas letivas dos professores não têm cumprido integralmente as orientações curriculares e as recomendações metodológicas do programa sobre o ensino da Estatística, criando uma lacuna entre o currículo escrito e o currículo implementado.

Os professores têm um papel essencial na interpretação do currículo e na adaptação do mesmo a circunstâncias específicas (Ponte, 2001). A introdução de novas temáticas e o aprofundamento de outras, bem como as orientações curriculares para o ensino, que constam no programa de Matemática do ensino básico, apontam para mudanças importantes na atuação do professor e justificam a necessidade da realização de estudos que contribuam para um melhor conhecimento acerca da aprendizagem e do ensino, tal como é implementado em sala de aula, dessas temáticas.

Capítulo 4

Metodologia

Este estudo procura descrever o que duas professoras conhecem, como interpretam e o que fazem com o que conhecem, quando implementam o programa de Matemática do ensino básico aos seus alunos de 7.º ano de escolaridade, no primeiro ano de implementação do mesmo, a nível nacional.

Assim, em relação a cada uma das professoras participantes no estudo, procura-se:

1. compreender como é interpretado o novo Programa de Matemática quando leciona *organização e tratamento de dados* a alunos do 7.º ano de escolaridade;
2. estudar a implementação do tópico das representações gráficas do tema *organização e tratamento de dados*, através da preparação e condução da prática letiva;
3. descrever atitudes, conceções e crenças das professoras participantes sobre a representação gráfica em Estatística, o seu ensino e aprendizagem.

As questões de investigação prendem-se com os objetivos definidos e são estabelecidas do seguinte modo, para cada uma das professoras:

- Quais os conhecimentos estatísticos mobilizados pela professora quando ensina representação gráfica em estatística a alunos do 7.º ano de escolaridade no primeiro ano de implementação, a nível nacional, do PMEB?
- Qual o conhecimento pedagógico do conteúdo que a professora revela na representação gráfica estatística?
- A prática da professora contribui para desenvolver uma cultura de aula de acordo com as finalidades e objetivos do PMEB?

Dos capítulos 2, marco teórico do conhecimento profissional do professor e 3, o estudo da representação gráfica em estatística, obteve-se um conjunto de características, concetuais e metodológicas, que se revelou importante para esta investigação e, a partir do qual, foram estabelecidos os princípios que a orientaram:

- a necessidade de desenvolver estudos sobre o *conhecimento do professor para ensinar* que permitam conhecer os conhecimentos mobilizados do professor no ato de ensinar;
- os resultados e conclusões de investigações em educação estatística sobre o tópico que se investiga, a representação gráfica estatística, serão tomadas como referência teórica e metodológica;
- a investigação em didática estatística indica a necessidade de estudos sob uma perspetiva qualitativa, através de estudos de casos.

Neste capítulo 4, são descritas e justificadas as opções metodológicas, feitas no sentido de alcançar os objetivos definidos para este estudo e as respostas às questões de investigação formuladas. As características do estudo são de corte qualitativo, centrado em dois estudos de casos e cuja principal fonte de dados foram as entrevistas realizadas antes de iniciarem o tema *organização e tratamento de dados*, as aulas, gravadas em áudio e em vídeo e as entrevistas realizadas depois de cada aula. Importa esclarecer como foram selecionadas as professoras e explicar a forma como a informação foi obtida e os instrumentos que se utilizaram para a analisar.

Este capítulo inclui então: a caracterização da investigação, a seleção das participantes, o cenário e o contexto do estudo, os instrumentos e materiais de recolha de dados e as técnicas de análise da informação e a técnica de validade e fiabilidade do estudo.

4.1. Caracterização da investigação

Antes de detalhar cada uma das fases desta investigação, apresenta-se o plano de estudo estabelecido:

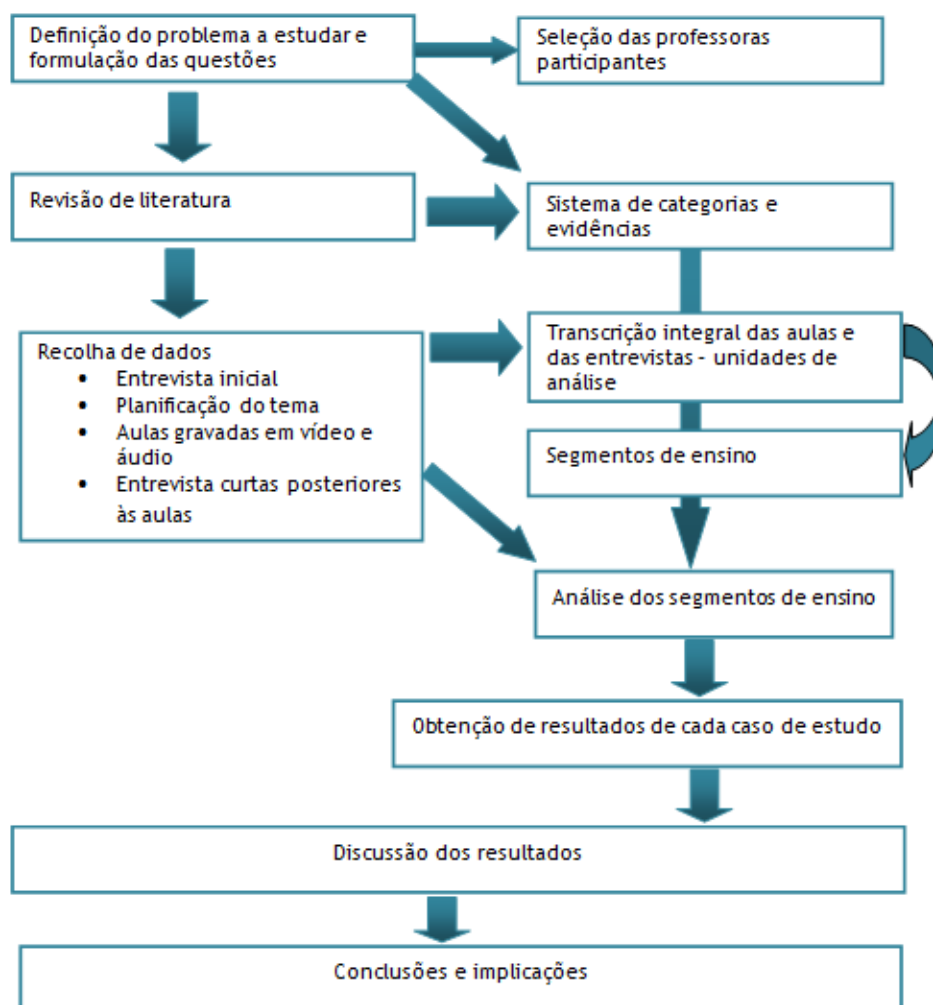


Figura 4.1: Plano de ação da investigação

O plano, visualizado na Figura 4.1, mostra as fases da investigação, ainda que a ordem e a disjunção das fases não se tenham verificado, tal como é exposto, em todos os momentos da realização do trabalho. Assim, em determinados momentos no desenvolvimento da investigação, algumas fases intersetaram-se ou viram a sua ordem alterada. Por exemplo, houve momentos em que a recolha de dados e a análise se desenvolveram simultaneamente. Este plano acabou por se traduzir num processo dinâmico, avançando e recuando entre as fases conforme a necessidade, sempre no sentido de facilitar a obtenção das respostas às questões colocadas.

4.1.1. Linha de investigação: o conhecimento profissional do professor

Este estudo enquadra-se no campo de investigação do conhecimento profissional do professor, dentro da perspetiva teórica de Lee Shulman, que sugere que a investigação se focalize no pensamento do professor quando cumpre a sua atividade profissional. A investigação pretende caracterizar os conhecimentos mobilizados por duas professoras quando ensinam o tema *organização e tratamento de dados*, mais especificamente, o tópico das representações gráficas, analisando as suas conceções sobre o tópico e seus objetivos, do conhecimento pedagógico do tópico, do conhecimento do processo de aprendizagem dos alunos e o modo como transforma o seu conhecimento do tópico em ensino.

4.1.2. Paradigma de investigação: qualitativo

No estudo do fenómeno educativo, existem duas formas de abordar o objeto de estudo: para o explicar ou para o compreender (Manrique & Pineda, 2009). Esta é uma consequência de duas visões na investigação, que permitem delimitar a problemática que se abordará: o paradigma quantitativo e o paradigma qualitativo.

No paradigma quantitativo, interessa ao investigador o estudo de muito indivíduos e algumas das suas características (variáveis) para encontrar uma explicação do fenómeno, generalizar os resultados e conseguir prever o comportamento futuro do objeto estudado.

Por sua vez, no paradigma qualitativo o investigador aproxima-se do problema para o compreender, procurando estudar os sujeitos no seu ambiente natural, usando técnicas que lhe permitam aproximar da realidade. Trabalha apenas com alguns indivíduos mas considera-os em toda a sua complexidade. Segundo Manrique e Pineda, trata-se de compreender o fenómeno, a partir de dados proporcionados pelos indivíduos, considerando os seus pontos de vista relevantes e dignos de estudo.

Nesta investigação, procura compreender-se o conhecimento do professor, demonstrado no seu ambiente natural de sala de aula, e concebido de forma integral e complexa, onde interagem e se relacionam uma variedade de componentes como o pensamento, os conhecimentos, as conceções e as crenças (Pinto, 2010).

Depois de identificado o problema a estudar, é preciso definir como o fazer e, nesta investigação, atendendo a que se pretende compreender e aprofundar o pensamento e o conhecimento de duas professoras e saber como transformam esses conhecimentos para ensinar estatística aos seus alunos, enquanto ensinam, será feito a partir de uma perspetiva interpretativa e qualitativa

Segundo Fernandes (1991), o foco da investigação qualitativa é a compreensão mais profunda dos problemas, em que se investiga o que está “por trás” de certos comportamentos, atitudes ou convicções. Neste paradigma, o investigador é o “instrumento” de recolha de dados por excelência e, por isso, a qualidade (validade e fiabilidade) dos dados depende muito da sua sensibilidade, da sua integridade e do seu conhecimento.

O estudo contempla as características que Bogdan e Biklen (1994) apontam como indicadoras de uma investigação de cariz qualitativo: pretende descrever realidades e desenvolver compreensão a partir da informação recolhida em contexto; os dados são descritivos; as técnicas de recolha de dados incluíram entrevistas e observação e gravação, em áudio e vídeo, de aulas das professoras; a análise é indutiva e existe uma relação pessoal com cada uma das participantes, baseada na confiança.

Schoenfeld (2008) define um conjunto de critérios que podem ser usados para avaliar modelos e teorias (em termos mais gerais, qualquer trabalho empírico ou teórico) em educação matemática, apresentados na seguinte lista:

- poder descritivo, indica a capacidade da teoria ou do modelo captarem os aspetos relevantes de modo a permanecer fiel aos fenómenos que se pretendem descrever;
- poder explicativo, indica a profundidade da explicação dada sobre como e porque determinados fenómenos acontecem;
- âmbito, mostra a variedade de fenómenos abrangidos pela teoria ou modelo;
- poder preditivo, apesar de nenhuma teoria de ensino conseguir prever o que um professor fará sob determinadas circunstâncias, pode sugerir comportamentos prováveis, sendo por isso uma característica importante da teoria;
- rigor e especificidade, a construção de uma teoria ou modelo envolve a definição clara de um conjunto de objetos abstratos e de relações entre eles, que devem corresponder a objetos e relações concretas que pretendem representar.
- falsificabilidade, uma teoria tem de poder ser questionável, isto é, deve ser possível estabelecer condições objetivas para a sua aceitação ou a sua refutação;
- replicabilidade, generalidade e credibilidade, são questões com uma forte relação com rigor e especificidade. Dada a variedade de pessoas e contextos, dificilmente se obtêm os mesmos resultados ao replicar um estudo, no entanto, a replicabilidade envolve a consistência dos resultados obtidos quando o estudo é aplicado da mesma forma como foi trabalhado por um investigador. Para isso, o trabalho original tem de ser suficientemente bem definido para que outros investigadores, seguindo os passos do autor, possam empregar métodos ou perspetivas próximas das originais. Uma

fonte de credibilidade é a existência de vários olhos a olhar para os mesmos dados; outra, é ter várias evidências ou argumentos que apontem para as mesmas interpretações ou conclusões;

- múltiplas fontes de evidência (triangulação), procura muitas fontes de informação sobre o fenómeno em estudo e verifica se retratam uma imagem consistente.

Também Niss (2010) aborda critérios de qualidade em dissertações de doutoramento em educação matemática, com base nas suas reflexões, observações e experiências como orientador e assessor de dissertações de doutoramento, em vários países, durante as últimas três décadas. O autor discute a qualidade segundo duas componentes: a qualidade da investigação subjacente e a qualidade da dissertação, como um relatório reflexivo da investigação e dos seus resultados. As recomendações feitas pelo autor encontram-se resumidas no seguinte quadro.

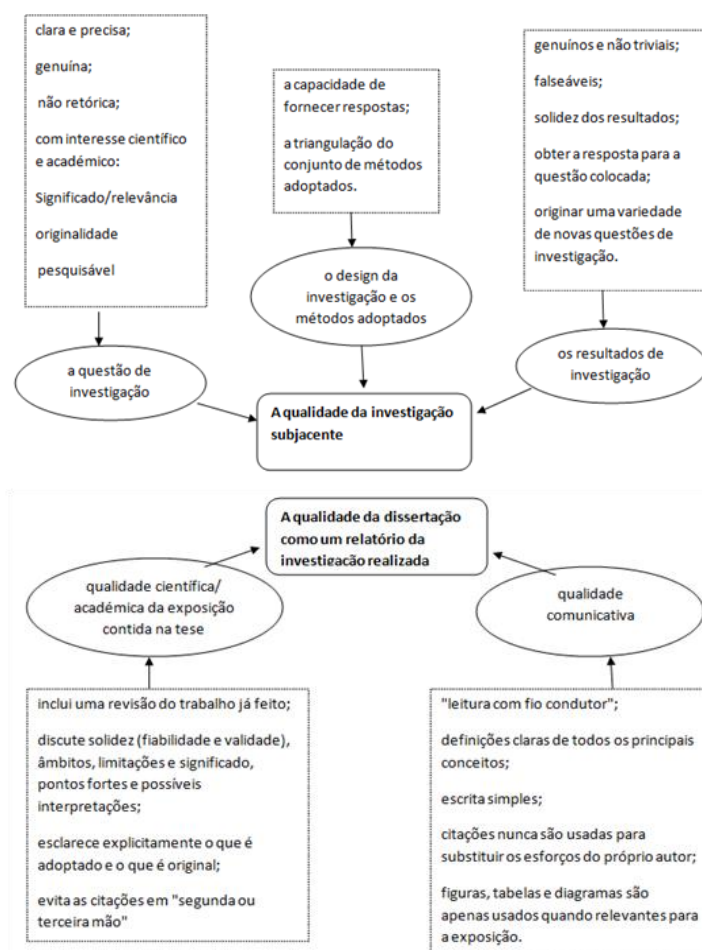


Figura 4.2: Componentes e características de uma dissertação de qualidade (Niss, 2010).

Niss salienta a importância da compatibilidade em todas as etapas da investigação: o problema proposto, o enquadramento teórico criado ou adaptado, o design da investigação e os métodos adotados, os resultados obtidos e conclusões retiradas e as bases que as

fundamentam. Alerta também para a multiplicidade de paradigmas de investigação e filosofias na investigação em educação matemática existentes e para o fato dos critérios de qualidade e relevância estarem em constante debate. Neste contexto, cada trabalho de investigação é único e coloca metas sobre a qualidade e originalidade, exigindo do investigador um pensamento profundo e independente.

Ponte (2002) aborda critérios de qualidade da investigação sobre a prática do professor e apresenta um conjunto de condições que devem ser verificadas numa investigação nesse campo: vínculo com a prática, autenticidade, novidade e dialogicidade. No decorrer do estudo, poder-se-á averiguar que a presente investigação verifica as condições requeridas por Ponte, e também de Niss:

- trata-se de situações da prática profissional de duas professoras, no próprio ato de gestão das aulas;
- contribui com elementos novos na investigação com as questões formuladas e a análise dos dados e interpretação dos resultados;
- são apresentados, de forma clara e explícita, as questões, os procedimentos de recolha de dados e apresenta os resultados e fundamenta devidamente as conclusões;
- é pública e sujeita a discussão.

O autor realça que, “muitas vezes, uma investigação é importante, não pelas suas conclusões mas pelas questões que coloca ou pelo olhar que proporciona sobre uma dada realidade”.

4.1.3. Desenho: estudo de casos

Ponte (1994) caracteriza o estudo de caso do seguinte modo:

“Um estudo de caso pode ser caracterizado como um estudo de uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma unidade social e visa conhecer em profundidade o seu “como” e os seus “porquês”, evidenciando a sua unidade e identidade próprias. É uma investigação que se assume como particularista, isto é, debruça-se deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspetos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico.” (p. 3)

Yin (2003) realça que o recurso ao estudo de caso é muito frequente na investigação qualitativa, quando não se consegue controlar todas as variáveis. Nesta investigação, não é possível manipular todos os elementos que interagem no conhecimento profissional do professor e que condicionam as suas decisões em sala de aula. Yin considera que este design deve ser adotado quando as questões são fundamentalmente do tipo “como?” e “porquê?”, quando o fenómeno a investigar é contemporâneo e se passa em contexto real e o investigador não consegue controlar todos os acontecimentos ou todas as variáveis que nele interferem. Nos estudos de caso desta investigação, a recolha dos dados foi feita na sala de aula das professoras. A legitimidade do trabalho a desenvolver não foi diminuída pela

presença da investigadora e do gravador de vídeo, uma vez que o ambiente na sala de aula permaneceu o mesmo. Para isso, contribuiu o fato da investigadora, por opções da própria escola, ter assistido a aulas de uma das professoras, na turma em questão e nesse mesmo ano letivo. Nesse caso, os alunos já conheciam a professora, não estranhando a sua presença, ainda que num papel distinto do habitual. No outro caso, a naturalidade e o à-vontade da professora com a presença da investigadora e do gravador de vídeo, depressa se alastrou aos alunos.

Uma característica do estudo de caso é o recurso a múltiplas fontes de dados, estratégia que aumenta a credibilidade nos dados recolhidos (Yin, 2003). Como possíveis fontes de dados incluem-se documentação, registos de arquivo, entrevistas, observações diretas e observações participantes, entre outras. Cada fonte de dados pode ser encarada como uma peça do puzzle, em que cada parte contribui no sentido de alcançar uma melhor compreensão do problema em estudo. O investigador deve garantir a convergência dos dados de modo a compreender a questão de estudo como um todo e não as várias partes.

Segundo Baxter e Jack (2008), a abordagem através de um estudo de caso tem o “potencial para lidar com o simples através de situações complexas”, permitindo que o investigador responda a perguntas do tipo “como” e “por quê”, tendo em consideração o modo como um fenómeno é influenciado pelo contexto no qual está inserido.

4.2. Seleção das participantes para os estudos de casos

O estudo que se pensou realizar, carecia de professores de Matemática que estivessem, no ano letivo de 2010/2011 a lecionar alunos do 7.º ano de escolaridade e, para averiguar a possível existência de diferentes perspetivas relativamente ao ensino da representação gráfica estatística, à interpretação feita do programa, especificamente, nesse tópico, e a articulação feita na prática letiva, pensou-se em realizar o estudo com dois professores, de preferência com algumas características comuns ou próximas, como o número de anos na carreira docente e o(s) ciclo(s) de ensino já lecionado(s).

A investigadora conhecia pessoalmente duas professoras de Matemática, que cumpriam as condições e que se encontravam a lecionar o nível de escolaridade pretendido. As duas professoras lecionam há cerca de vinte anos, quer níveis do ensino secundário quer do básico, em escolas diferentes.

Ao convidar as professoras a participar ativamente neste estudo, a investigadora explicou a cada uma as características do estudo, tendo o cuidado de realçar que não é objetivo do estudo avaliar o seu ensino, nem caracterizar o seu conhecimento profissional mas compreender e aprofundar o seu pensamento e o conhecimento enquanto ensinam o tópico das representações gráficas estatísticas aos seus alunos. As professoras aderiram de imediato, manifestando a sua inteira disponibilidade para colaborar e deram o seu consentimento (AnexoC), por escrito, antes do início da investigação, sabendo que este poderia ser retirado

em qualquer momento. As identidades das participantes são protegidas para que a informação recolhida pela investigadora não lhes possa causar qualquer tipo de transtorno. Maria e Ana foram os nomes fictícios escolhidos para cada uma das professoras.

Os Diretores das duas escolas envolvidas foram informados e esclarecidos e foi-lhes solicitada autorização para proceder à recolha de dados nas aulas, ao que acederam positivamente (Anexo C). Foram também pedidas as autorizações aos encarregados de educação para a observação e gravação das aulas da turma (Anexo C), ainda que o alvo fosse a professora. Nenhum encarregado de educação levantou qualquer obstáculo à realização do trabalho. O estudo centra-se na prática letiva das professoras e apenas faz referência aos alunos quando em interação com as professoras, não abordando a compreensão dos alunos sobre os tópicos lecionados.

Foi dada a garantia de que todos os dados recolhidos seriam guardados nos arquivos da investigadora e tratados como documentos confidenciais.

No ano letivo 2010/2011, as duas professoras lecionaram turmas do 7º ano de escolaridade, a turma da professora Maria tinha 19 alunos e a da professora Ana com 27. Esta particularidade fundamental, de estar a lecionar o nível de escolaridade pretendido, a sua disponibilidade e o à-vontade existente entre a investigadora e cada uma das professoras foram decisivos na seleção das participantes.

A investigadora já tinha colaborado com qualquer das duas participantes, no caso da professora Ana na planificação de temas, discussão e elaboração de material de ensino a implementar nas aulas, em anos letivos anteriores, e no caso da professora Maria, na assessoria em aulas de Matemática, na planificação e discussão dos temas de níveis que lecionavam e elaboração de material de ensino no ano letivo de 2010/2011.

Tabela 4.1: Resumo dos dados relativos a cada uma das professoras, através das entrevistas.

	Professora Maria	Professora Ana
Formação inicial	Licenciatura em Matemática (Ramo Educacional)	Licenciatura em Matemática
Situação profissional	Professora do quadro da escola onde leciona	Professora do quadro da escola onde leciona
Experiência docente	Leciona há 20 anos	Leciona há 20 anos
Postura perante o ensino	“É positiva [a experiência como professora], neste momento está um bocadinho ...(risos) já esteve mais ascendente mas neste momento está um bocadinho descendente. Mas o saldo é bastante positivo no saldo final principalmente porque os primeiros anos foram muito bons.”	“Agora, não, não estou nada desiludida e gosto muito de dar aulas e gosto muito de estar dentro da sala de aula. Essencialmente, gosto muito de estar dentro da sala da aula e de interagir com os alunos, gosto de planificar as aulas, gosto de dar aulas, a parte burocrática não gosto tanto, tudo para além disso é que não muito apreciadora, agora não estou nada desiludida com o ensino e tornaria a entrar na carreira, se possível.”

Experiência com Estatística	<p>“Fiz pequenas coisas no ProfMat mas fiz uma formação de estatística e probabilidades mais para o secundário, quando foi do acompanhamento. Foi uma semana que trabalhamos estatística e probabilidades, talvez mais probabilidades do que estatística, mas foi uma semana...”</p> <p>Já lecionou o tema da Estatística no ensino básico e secundário.</p> <p>“A nível de 10º... praticamente, tenho estado sempre na escola, tirando três anos, logo no início e temos dado sempre a matéria toda mas eu acho que nos últimos os anos eu própria tenho feito por trabalhar mais Estatística, com projetos... já elaborámos o trabalho de projeto... e basicamente tem sido isso. O trabalho pode variar de ano para ano mas temos dado peso, tem tido peso na parte Estatística.”</p>	<p>“Eu não me lembro, eu não me lembro de ter estatística como aluna.”</p> <p>“Por acaso, agora estava aqui a pensar nisso. Era uma ideia engraçada, uma ideia gira” [ter formação na área da Estatística, que nunca teve].</p> <p>Já lecionou o tema da Estatística no ensino básico e secundário.</p> <p>“Optei por dar a estatística logo no 7º ano. Os miúdos tinham de fazer uns trabalhos, que tínhamos combinado em Conselho de Turma e eu optei por dar no 7º ano.”</p> <p>“Eu penso que essa parte da matéria nunca a consegui dar toda, nunca dei a estatística toda no 10º ano.”</p>
Postura perante a Estatística	<p>“Eu como aluna, não tive Estatística nenhuma, pelo menos não me recordo nada de ter Estatística. Na Universidade, tive duas cadeiras muito práticas que eu achei engraçado mas que eu acho que não me preparou em nada para o curso. Aquilo que aprendi, aquilo que sei de Estatística basicamente foi o que aprendi para dar, para trabalhar com os alunos. E vem em crescendo, porque eu sinto que nos primeiros anos eram ...”</p> <p>“Também não se dava tanta importância porque os programas do 3º Ciclo por vezes, como não tinha exame trabalhava-se mais uma parte do que outra portanto tenho a sensação que foi em crescendo. Ou seja, todos os anos nos empenhamos mais na parte estatística do que nos anos anteriores, inclusive no secundário.”</p>	<p>“Ah! Muito, sempre gostei muito da parte de estatística. Se eu bem me recordo havia uma disciplina no último ano em que nós tínhamos opção e eu escolhi estatística. Sempre gostei muito da estatística.”</p>
6 “coisas” que surgem quando pensa em matemática	<p>“Raciocínio, notação, descodificação, cálculo (não tanto, porque é mais aritmética), calculadora gráfica, e agora talvez porque trabalhamos muito, em Sketchpad ou Geometria, ou seja, desenho, desenho ... software dinâmico.”</p>	<p>“A sério?! Probabilidades, números complexos, ... vamos para o 7º ano, números racionais, que também gosto, equações, que ainda estou a dar, que é fundamental ... já vamos em quantas? 4? [...]. Então, persistência e estudo.”</p>
6 “coisas” que surgem quando	<p>“Penso em estatística, penso em gráficos, a primeira coisa que me vem</p>	<p>“Então mantemos a equação, para ser esquisito, a média, gráficos, a</p>

pensa em estatística	à cabeça de estatística, gráficos. Gráficos tem a ver com interpretação, para a matemática a interpretação, leitura, talvez pensasse... tirando a geometria dinâmica, mas aparece o computador, não é geometria dinâmica mas é computador na mesma. Portanto, acho que sim, pensava nas mesmas.”	pesquisa, acho que é interessante, ...não sei mais. [...] Acho que é, acho que é um bocadinho diferente [matemática e estatística]. Acho que há matérias da matemática que envolvem mais estudo e mais persistência que a estatística. [...] Tem mais contexto, os miúdos acho que gostam mais desta parte do que de algumas partes da matéria. [...] Realmente aquilo para eles não é nada assim de muito novo, não é?
----------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4.3. O contexto do novo programa de Matemática do ensino básico

No ano letivo 2010/2011, implementou-se pela primeira vez, a nível nacional, o programa de Matemática do ensino básico. Segundo Ponte e Sousa (2010), o PMEB “constitui um documento de trabalho elaborado para ser efetivamente usado pelos professores na sua prática profissional”.

Segundo diversos autores (Fernandes, 2009; Ponte & Nunes, 2010; Pinto, 2010), a introdução de novas temáticas e o aprofundamento de outras na reformulação do programa de Matemática do ensino básico justificam a necessidade da realização de estudos que contribuam para um melhor conhecimento acerca da aprendizagem e do ensino dessas temáticas. Referem, também, que o programa e as orientações curriculares e metodológicas para o ensino da Matemática vigentes apontam para mudanças importantes na atuação por parte do professor. No entanto, Ponte e Sousa (2010) reconhecem ser necessário um certo tempo, para que as inovações propostas no programa sejam assimiladas nas práticas profissionais. No que respeita ao tema *organização e tratamento de dados*, o programa recomenda valorizar certos aspetos pouco visíveis no programa anterior, como promover a literacia estatística, ensinando os alunos a ler e a interpretar dados e, no âmbito do raciocínio, valorizar as investigações estatísticas, usar a tecnologia de forma adequada e transformar o modelo de práticas letivas de ensino direto e centrado em processos rotineiros, frequente em muitas salas de aula, para uma abordagem exploratória que requer um ambiente de sala de aula apropriado em termos de estrutura e de discurso.

4.4. Instrumentos de recolha de dados

Para recolher informação que possibilite abordar um problema no paradigma qualitativo, existem várias estratégias metodológicas, como observação, entrevistas, análise de documentos, autobiografia, entre outras. Tuckman (2000) refere que as fontes de obtenção

de dados que se podem utilizar num estudo de caso são normalmente de três tipos: entrevistas, documentos vários e através da observação.

Nesta investigação, como instrumentos de recolha de dados constam:

- uma entrevista prévia às observações de aulas a cada uma das participantes

O objetivo desta entrevista era conhecer a biografia das participantes relativa ao seu percurso como estudante e como professora de Matemática; explorar a sua experiência em Estatística, a interpretação que fazem do PMEB, como pensam implementar o tópico representações gráficas do tema *organização e tratamento de dados*; descrever as crenças e as conceções que as professoras têm sobre a estatística, o seu ensino e aprendizagem e as fontes de conhecimento sobre como aprender e como aprender a ensinar.

A entrevista foi semiestruturada porque se planificaram e organizaram previamente determinados aspetos mas sem que isso determinasse, de forma fixa, a sequência pela qual se apresentaram, os aspetos a explorar, nem a sua profundidade. Contam-se 34 perguntas distribuídas por tipo de pergunta, por categoria/objetivo de estudo, objetivo da questão e evidência. O guião desta entrevista e as respostas de cada uma das professoras encontram-se no anexo A.

- a planificação das aulas destinadas ao tema *organização e tratamento de dados*

Foi solicitado a cada uma das professoras para disponibilizarem a planificação do tema antes de o iniciar mas apenas a professora Maria entregou a planificação. A planificação constitui o anexo B.

- o trabalho de campo com a observação e gravação, em áudio e vídeo, das aulas de Matemáticas dedicadas ao tema *organização e tratamento de dados*

As aulas em que as professoras lecionaram o tema *organização e tratamento de dados* decorreram em Maio e Junho, altura em que já estão familiarizadas com os alunos da turma. As aulas foram gravadas em vídeo, através de um gravador de vídeo, colocado no fundo da sala de modo a facilitar o seu esquecimento, quer por parte da professora quer dos alunos, e em áudio, através de um microfone usado pelas professoras, para ajudar no caso de não se perceber algo gravado em vídeo, uma vez que o gravador de vídeo não oferecia muitas garantias de qualidade de som. A investigadora acompanhou todas as aulas que não tinham sobreposição com o seu próprio horário letivo, numa observação direta. No caso da professora Maria, os alunos não estranharam a sua presença uma vez que já conheciam a investigadora por esta ter feito assessoria a esta mesma turma, nesse mesmo ano letivo. No caso da professora Ana, o à-vontade e a naturalidade da professora nas aulas alastrou-se aos alunos que, rapidamente, pareceram esquecer quer a presença do gravador de vídeo quer da investigadora, que habitualmente se sentava numa carteira ao fundo da sala. O facto da observação por parte da investigadora ser repetida, acabou também por esbater o papel intrusivo de observador. Por norma, a observação por parte da investigadora era não

participante mas, quando as professoras ou algum aluno solicitava qualquer tipo de ajuda, então, nesse caso, colaborava respondendo positivamente à solicitação.

Na tabela a seguir, apresentam-se as datas dos momentos da investigação com interação com cada uma das professoras participantes.

Tabela 4.2: Cronograma das intervenções com cada uma das professoras participantes

Recolha de informação			
Maria		Ana	
	Entrevista inicial		Entrevista inicial
	6 de maio		23 de maio
Aulas	Entrevista curta	Aula	Entrevista curta
13 de maio	13 de maio	30 de maio	30 de maio
16 de maio	18 de maio	02 de junho	02 de junho
20 de maio	20 de maio	06 de junho	06 de junho
23 de maio	24 de maio	09 de junho	09 de junho
27 de maio	27 de maio	13 de junho	04 de julho
30 de maio			
06 de junho	06 de junho		
13 de junho	outubro de 2011		

A professora Maria introduziu o tema a 13 de maio, lecionou 7 aulas integralmente dedicadas ao tema e no dia 30 de maio apenas referiu a questão aula, não havendo mais referências a gráficos; a professora Ana introduziu o tema a 30 de maio, tendo dedicado na íntegra apenas 4 aulas e no dia 06 de junho, corrigiu a prova escrita que os alunos tinham realizado antes de iniciar o tema e abordou representação gráfica.

- as entrevistas após as aulas

Estas entrevistas eram informais, uma vez que se assemelhavam-se a conversas casuais, com um guião apenas implícito. Pretendia-se que fossem realizadas após a conclusão da aula, no entanto, isso nem sempre foi possível. Nesse caso, agendava-se um local e uma data para a realizar, tentando minimizar o tempo decorrido entre a aula e a entrevista. A última entrevista da professora Maria só foi possível realizar no início do ano letivo 2011/2012, pelo que houve necessidade de rever a aula, com destaque para alguns episódios que a investigadora considerava pertinentes, para facilitar a reflexão pretendida sobre os mesmos. Interessava perceber, de forma clara, o que a professora pretendia dizer ou mostrar aos alunos em cada momento da aula e nem sempre isso ocorria. Assim, nessas entrevistas esclareciam-se intenções da professora que a investigadora não tinha conseguido perceber de forma explícita no decorrer da aula. Oferecia também oportunidade de promover uma reflexão conjunta sobre a prática desenvolvida na gestão da aula e sobre o que foi visto e

experenciado pela investigadora. A entrevistadora tentou ser neutral e não ajuizar, não argumentar, ser sensível às mensagens verbais e não-verbais e ser uma boa ouvinte. Estas entrevistas/discussões foram gravadas em áudio.

- representações de ensino

Representações de ensino são “modos de falar, mostrar, articular ou representar ideias para que o desconhecido se torne conhecido, os que não entendem possam compreender e discernir e o não habilitado se torne apto” (Shulman, 1987). As fontes que proporcionam representações de ensino são duas: as elaboradas pelos próprios professores, como as folhas de cálculo, atividades, explicações, questões e respostas que o professor proporciona aos alunos e as originadas a partir de material curricular como manuais escolares, programas de ensino, equipamento, software, filmes e vídeos, de cursos de formação ou workshops para professores e experiências partilhadas por outros professores em contexto escolar (González & Pinto, 2011). O material de ensino selecionado pelas professoras e implementado nas aulas ilustra cada unidade de análise, constituída por cada uma das tarefas, exercícios ou PowerPoint adotadas.

4.5. Análise de dados

Na investigação qualitativa, a recolha dos dados e a análise são realizadas simultaneamente com a intenção de que o olhar do investigador procure, nos mesmos discursos, pistas de temas emergentes não considerados anteriormente (Manrique & Pineda, 2009).

Pretende-se sobretudo que o design adotado e os resultados obtidos confirmem solidez ou confiabilidade dos resultados, isto é, ganhem robustez suficiente para resistir aos vários tipos de objeções e críticas que possam suscitar, à possibilidade de interpretações alternativas e ainda à confrontação com resultados contraditórios de outros estudos. Faz parte da noção de solidez que os resultados obtidos derivem dos métodos usados para os obter e que permitam obter as respostas para as questões colocadas, completamente ou em parte e originar uma variedade de novas questões de investigação.

O procedimento de análise dos dados passou pela transcrição de todas as aulas gravadas e de todas as entrevistas realizadas e pela operação de categorização cujo objetivo foi a criação de um quadro de categorias e evidências e a consequente aplicação a cada tarefa, exercício, exemplo ou PowerPoint implementado na aula. Em cada unidade de análise, constituída pela transcrição integral de cada aula, foram selecionados excertos que se consideraram significativos no que respeita ao conhecimento estatístico das professoras para ensinar, os quais foram apelidados de segmentos de ensino.

Então, em cada transcrição de aula, procuraram-se segmentos de ensino significativos em termos das dimensões *fundamentação*, *transformação*, *conexão* e *contingência* do modelo que

enquadra esta investigação, o Quarteto do Conhecimento (Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2011).

Na *fundamentação*, incluem-se os conhecimentos e a compreensão da matemática *per se* e o saber necessário para ensinar a Matemática, bem como crenças do professor sobre a natureza da matemática, as finalidades da educação matemática e as condições para que os alunos aprendam melhor a matemática.

As outras três dimensões referem-se aos modos e contextos nos quais o conhecimento é exercido na preparação e condução do ensino. Nestas dimensões, categorizam-se as situações em que se evidencia o conhecimento em ação demonstrado na planificação e no próprio ato de ensino.

A *transformação* evidencia que a base do conhecimento para ensinar se distingue pela habilidade do professor em transformar o conhecimento do conteúdo que possui em formas que são pedagogicamente fortes. Inclui a apresentação de ideias aos alunos na forma de analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações.

A *conexão* inclui a coerência na planificação e no ensino evidenciada ao longo do episódio, da aula ou de uma série de aulas. Inclui também a sequência do material para o ensino, dos tópicos de ensino dentro da aula e entre as aulas, incluindo a ordem das tarefas e exercícios e uma consciencialização das exigências cognitivas de diferentes temas e tarefas.

A *contingência* inclui a capacidade de resposta do professor em situações na sala de aula que não foram previstas nem antecipadas. É a habilidade de “think on one’s foot”, ou seja, a capacidade de convencer, de fundamentar e de dar respostas esclarecedoras em situações não previstas e não planeadas.

No Quarteto do Conhecimento, muitos episódios ou momentos podem ser entendidos em termos de duas ou mais das quatro dimensões. Por exemplo, uma resposta a uma sugestão de um aluno (contingência) pode relacionar ideias anteriores (conexão). Além disso, pode-se argumentar que a aplicação do tema na sala de aula baseia-se sempre “no que o professor sabe” (fundamentação).

Segundo (Faux, 2000), na investigação qualitativa, os dados não encaixam facilmente em tabelas e categorias e esta característica tornou a análise de dados uma tarefa mais complexa pois, apesar do refinamento feito nas categorias e evidências do modelo de modo a ajustá-lo ao problema em estudo e a facilitar a análise dos dados, posicionar um segmento de ensino no quadro de categorias careceu de muita discussão e reflexão.

A análise de conteúdo assenta na convicção de que a categorização, enquanto passagem de dados brutos a dados organizados, não provoca desvios no material mas antes evidencia aspetos invisíveis. A construção do esquema de codificação a usar na análise foi também alvo de preocupações, até se considerar devidamente ajustado ao problema em questão, uma vez que se pretende “fornecer por “condensação” uma representação simplificada dos dados brutos” (Bardin, 1995), sem que se verifiquem distanciamentos em relação aos mesmos.

O sistema de categorização foi construído a partir de resultados de estudos em educação matemática, que se encontravam dispersos na bibliografia e que foram aplicados de forma integrada ao caso concreto desta investigação.

O sistema de dimensões e categorias do modelo Quarteto do Conhecimento, proposto por Rowland, Huckstep e Thwaites (2011), foi devidamente adaptado à problemática desta investigação através do “refinamento” das categorias, o que levou ao ajustamento de algumas categorias e à eliminação da categoria definida por Demonstração do professor (para ensinar um procedimento), no modelo apresentado pelos autores. O ensino e a aprendizagem das técnicas ou procedimentos na construção de um gráfico é uma das componentes da representação gráfica que interessa estudar e que se encontra presente na categoria Conhecimento procedimental, onde serão encaixados os momentos em que o professor revela conhecer adequadamente os procedimentos da representação gráfica na Estatística, no que respeita aos elementos que constituem cada um dos tipos de gráficos e à sua construção, quando ensina representação gráfica aos alunos. Não eliminar a categoria referida, faria com que o mesmo segmento de ensino fosse encaixado nas categorias Conhecimento procedimental e Demonstração do professor (para ensinar um procedimento) exatamente com a mesma justificação.

Na Tabela 4.3, evidenciam-se as dimensões, categorias e indicadores que constituem o sistema já refinado, construído para facilitar a análise da informação recolhida a partir dos vários instrumentos de recolha de dados adotados e apresenta-se a justificação da sua pertinência e relevância a partir de resultados da investigação centrada em estatística e educação estatística, mais particularmente, no tópico dos gráficos estatísticos.

Tabela 4.3: Sistema categorias e indicadores e fundamentação teórica, por dimensão

	Categorias	Evidentes quando o professor...	Justificação teórica
Fundamentação	Consciência dos objetivos	- revela conhecer o propósito principal de ensino, os objetivos gerais e os objetivos específicos de aprendizagem do tema estabelecidos no programa	<ul style="list-style-type: none"> • Em (Shulman, 1987), o conhecimento dos objetivos, finalidades e valores educativos e seus fundamentos históricos e filosóficos é uma das categorias em que divide o conhecimento base do professor. Outra das categorias envolve a compreensão das orientações curriculares. • Um currículo estatístico coerente enfatiza o propósito do que está a ser aprendido (Verschut & Bakker, Towards evaluation criteria for coherence of a data-based statistics curriculum, 2010), o que inclui saber o porquê usar determinado conceito ou procedimento estatístico, p.e., um determinado tipo de gráfico.
	Recurso a material didático-pedagógico	<ul style="list-style-type: none"> - recorre ao manual escolar - recorre a materiais de apoio à implementação do programa - recorre a centros virtuais de apoio ao professor 	<ul style="list-style-type: none"> • Os materiais curriculares desempenham um papel relevante no sentido de incentivar ou apoiar os objetivos do novo currículo (Herbel-Eisenmann, 2007). Assim, os autores dos materiais de apoio precisam de ter atenção às escolhas feitas para que não enfraqueçam as intenções do currículo (Verschut & Bakker, 2010).
	Conhecimento procedimental	- revela conhecer adequadamente os procedimentos da representação gráfica na estatística (relativamente aos elementos que constituem cada um dos tipos de gráfico e à sua construção)	<ul style="list-style-type: none"> • É importante que os alunos conheçam os procedimentos da construção e construam gráficos porque quando se constrói um gráfico, realizam-se uma série de ações e usam conceitos e propriedades que variam consoante o tipo de gráficos (Fernandes, Morais, & Lacaz, 2011).
	Identificação de erros e dificuldades	- revela conhecer conceções alternativas, os erros e equívocos comuns dos alunos na representação gráfica em estatística	<ul style="list-style-type: none"> • O conhecimento pedagógico do conteúdo refere a necessidade do professor conhecer os alunos e as suas características, nomeadamente os erros frequentes, crenças e conceções (Shulman, 1986). • Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) resumem algumas das investigações relativas a dificuldades, erros e obstáculos dos alunos mais frequentes na representação gráfica estatística que impedem um conhecimento dos gráficos estatísticos e cujo conhecimento, por parte dos professores, pode significar uma ajuda em termos profissionais.
	Evidente conhecimento do tema	- revela conhecer os conceitos e os procedimentos da representação gráfica na estatística de forma aprofundada e	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as componentes dos gráficos, as inter-relações entre essas componentes e o efeito dessas componentes na apresentação da informação nos gráficos contribui para o desenvolvimento de um bom sentido gráfico

Fundamentação		<p>minuciosa</p> <ul style="list-style-type: none"> - compreende os processos adequados de recolha e análise de dados - recorre à transnumeração - evidencia a relevância do contexto em que se insere um estudo estatístico - refere a variabilidade e as medidas para a medir - alerta para tópicos relacionados associados ao tema como escalas, proporções, percentagens, áreas, raciocínio proporcional, ... - desmonta as componentes chave de um conceito estatístico que são fundamentais para a compreensão e aplicação do conceito 	<p>(Friel, Curcio, & Bright, 2001).</p> <ul style="list-style-type: none"> • É importante fazer a transição da compreensão frequente de termos como centro e variabilidade para uma melhor compreensão estatística dos mesmos (Shaugnessy, 2007) • Os alunos precisam de ver a coerência entre os conceitos que aprendem e os princípios básicos da análise de dados (Tarr & Shaugnessy, 2007). • No modelo apresentado por Wild e Pfannkuch (1999), os tipos fundamentais de pensamento estatístico incluem o reconhecimento da necessidade de dados e da variabilidade, a transnumeração, o raciocinar com modelos estatísticos e a integração do contexto. • Segundo Rumsey (2002), deve-se apresentar sempre os dados em contexto para que os alunos possam ver o porquê de terem sido recolhidos e o que se pretende saber sobre eles. • A construção de um gráfico mobiliza conceitos como contagem, tabelas, escalas, origem, eixos, variáveis, independência, dependência, coordenadas, discreto, contínuo, frequência, distribuição (Espinell, González, Bruno, & Pinto, 2009). • O raciocínio proporcional é a essência que dota os gráficos de significado (Shaugnessy, 2007).
	Base teórica de pedagogia	<ul style="list-style-type: none"> - fomenta uma aprendizagem ativa na sala de aula - mantém um discurso que incentiva a discussão, a reflexão e a argumentação dos alunos - estabelece relações entre as experiências que proporciona aos alunos e o que o aluno já sabe 	<ul style="list-style-type: none"> • Shulman (1987) defende que o professor deve ter conhecimento da pedagogia geral com especial referência aos princípios amplos e estratégias de gestão e organização da sala de aula que transcende o tema. • Aprendizagem ativa permite aos alunos descobrir, construir e compreender ideias estatísticas importantes e modelar o pensamento estatístico. Outros benefícios do método da aprendizagem ativa é o desenvolvimento da comunicação em linguagem estatística e aprender a trabalhar em equipa (GAISE, 2005). • Para desenvolver uma cultura de aula diferente, alguns inquiridos consideram como fatores importantes a discussão e a reflexão bem como pedir aos alunos para justificarem o que dizem e o que fazem (Verschut & Bakker, Towards evaluation criteria for coherence of a data-based statistics curriculum, 2010). • O aluno não aparece como uma folha em branco, traz conceções já feitas e algumas poderão necessitar de ser reorganizada (Shulman, 1986). • Segundo Canavarro e Santos (2012), a seleção de uma tarefa constitui um

Fundamentação			trabalho complexo dado o leque muito amplo de escolhas e a necessidade de uma escolha que se traduza em aprendizagem significativa relativamente às exigências curriculares atualmente defendidas e aos propósitos específicos para as quais estão orientadas.
	Uso de terminologia e notação adequada	<ul style="list-style-type: none"> - utiliza com rigor e cuidado a linguagem específica dos gráficos - promove a fluência e o rigor com que os alunos se exprimem. 	<ul style="list-style-type: none"> • Friel, Curcio e Bright (2001) referem o uso da linguagem específica dos gráficos quando se raciocina sobre a informação que ele transmite como uma das componentes de desenvolvimento de um bom sentido gráfico. • Rumsey (2002) inclui a compreensão de determinados conceitos básicos estatísticos e terminologia como componente da competência básica estatística.

	Categorias	Evidentes quando o professor...	Justificação teórica
Transformação	Escolha de exemplo adequado	<ul style="list-style-type: none"> - recorre a um exemplo indutivo - recorre a um exemplo exercício 	<ul style="list-style-type: none"> • O conhecimento base para o ensino é distinguido pela “capacidade do professor para transformar o conhecimento do conteúdo que possui para formas pedagogicamente eficazes” (Shulman, 1987, p. 15). As analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações são formas de representar e formular as ideias de modo que os alunos as compreendam (Shulman, 1986, p. 9). • Rowland, Thwaites e Huckstep (2003) consideram que a escolha adequada, ou não, dos exemplos que apresentam aos alunos, feita pelos futuros professores, parece ser um indicador significativo do seu conhecimento do conteúdo matemático para ensinar.
	Escolha de representação	<ul style="list-style-type: none"> - opta por uma classificação, medida estatística ou representação e esclarece o porquê da opção feita, mostrando reconhecer quando é que um gráfico é mais útil que outro perante uma tarefa a realizar e dos dados a representar 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer quando um gráfico é mais útil do que outro consoante a tarefa a realizar e o tipo de dados a representar é outro dos fatores necessários para desenvolver um bom sentido gráfico e estabelecido por Friel, Curcio e Bright (2001) com base nas investigações sobre compreensão e interpretação de gráficos estatísticos.
	Material de ensino	<ul style="list-style-type: none"> - usa dados reais - recorre a atividades de aprendizagem motivadoras (tarefas de investigação baseadas em dados reais, aprendizagem baseada em problemas) - usa tecnologia para desenvolver a compreensão dos conceitos e a análise de dados - utiliza a avaliação para conhecer e melhorar a aprendizagem dos alunos. 	<ul style="list-style-type: none"> • No caso da estatística, é fundamental recorrer a trabalhos de investigação e que os projetos se usem para desenvolver raciocínio estatístico e não cálculos rotineiros (Batanero, 2009). • As tarefas selecionadas devem traduzir situações problema que promovam a contextualização dos conteúdos estatísticos e permitam a articulação de diferentes competências (Espinel, González, Bruno, & Pinto, 2009). É também importante a organização adotada pelo professor e os papéis que reserva para si e para os alunos. • Introduzir a comparação de conjuntos de dados antes mesmo da formalização da estatística é uma das recomendações de Shaughnessy (2007). • O professor deve usar a tecnologia e mostrar aos alunos como a usar para desenvolver a compreensão dos conceitos, a exploração e a análise de dados (GAISE, 2005). • Ponte (1991) considera que o computador liberta os gráficos da sua construção em detrimento da sua interpretação e cria um novo espaço de discussão.

	Categorias	Evidentes quando o professor...	Justificação teórica
Conexão	Antecipação da complexidade	- compreende o que torna uma tarefa fácil ou difícil, identificando os aspetos da tarefa que influenciam a sua complexidade	<ul style="list-style-type: none"> • No caso da educação estatística e, mais especificamente na representação gráfica, os erros e dificuldades mais frequentes que impedem um maior à-vontade para lidar com diferentes gráficos são alvos da investigação e o seu conhecimento pode considerar-se uma ajuda profissional para o professor (Batanero, Godino, Vallecillos, Green, & Holmes, 2012), o que permitirá uma antecipação da complexidade.
	Decisões sobre a sequencialidade	<ul style="list-style-type: none"> - planeia sequências de ensino adequadas ao desenvolvimento de procedimentos - planeia sequências de ensino que visam a compreensão e análise crítica da informação - planeia sequências de ensino em que o aluno escolhe adequadamente a representação mais adequada - planeia sequências de ensino que visam a comunicação das ideias matemáticas do aluno 	<ul style="list-style-type: none"> • A presença dos gráficos nos mais variados contextos faz da construção dos gráficos, leitura e interpretação um tema importante do currículo escolar da Matemática (Fernandes, Morais, & Lacaz, 2011). • Nos trabalhos que envolvem representação gráfica estatística, a capacidade dos alunos em lidar com os gráficos aumenta à medida que progridem na sua escolaridade e que, apesar de não manifestarem grandes dificuldades na sua leitura, o mesmo não acontece quando têm de responder a questões relacionadas com a interpretação, a construção ou fazer previsões baseadas na informação presente nos gráficos (Carvalho, 2009). Pelo que se deve insistir em atividades estatística que exijam mais do que uma simples leitura do gráfico. • Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) referem ser desejável o professor recorrer à exploração de alguns “gráficos maus” apresentados na comunicação social. No entanto, Rumsey (2002) refere a necessidade de mostrar também bons exemplos de gráficos para não tornar os alunos demasiado céticos relativamente ao uso de gráficos. • Comunicação estatística básica envolve leitura, escrita, demonstração e troca de informação estatística. Enquanto interpretação demonstra uma compreensão do aluno das ideias estatísticas, comunicação envolve passar as informações para outra pessoa de uma forma que a que a entenda (Rumsey, 2002).
	Conexões entre procedimentos	- faz conexões entre procedimentos	<ul style="list-style-type: none"> • O conhecimento do currículo inclui a capacidade de articular e fazer conexões entre os diferentes temas e tópicos matemáticos (Shulman, 1986)

	Conexões entre conceitos	- faz conexões entre conceitos e conteúdos	
	Reconhecimento de adequação conceptual	- discute quando, porquê e como usar determinado conceito.	<ul style="list-style-type: none"> • Segundo Verschut e Bakker (2010), o conhecimento estatístico coerente inclui saber quando, porquê e como usar determinado conceito ou procedimento estatístico.

	Categorias	Evidentes quando o professor...	Justificação teórica
Contingência	Responder a ideias do aluno	- avalia as ideias alternativas e questões colocadas pelos alunos, incorporando ou não dependendo da pertinência estatística	<ul style="list-style-type: none"> • O conhecimento pedagógico do conteúdo refere a necessidade do professor conhecer os processos de aprendizagem do aluno sobre o conteúdo a ensinar, conhecer os erros, crenças e concepções dos estudantes e das estratégias de ensino que se tornem úteis na reorganização da compreensão do aluno (Shulman, 1986). • Importa antecipar as abordagens dos tópicos a lecionar, os materiais curriculares a utilizar, as estratégias a adotar para ajudar os alunos a ultrapassar as dificuldades já detetadas, as conexões a estabelecer com outros tópicos matemáticos, as discussões a promover na turma e possíveis resoluções dos alunos para tentar reduzir situações imprevistas geradoras de desconforto para o professor e para o aluno (Nunes & Ponte, 2010). • As situações que um professor enfrenta na sua prática letiva têm como características a complexidade, a especificidade, a instabilidade, a desordem e a indeterminação. A capacidade de tomar decisões acertadas e de resolver problemas práticos e a capacidade de o fazer em interação com outros atores desempenha um papel essencial na atividade profissional. Essa capacidade é suportada por conhecimentos académicos mas também pelos conhecimentos que adquire através da experiência e da reflexão sobre essa experiência. A capacidade de tomar decisões na sala de aula envolve a criação de estratégias de ação para situações não habituais, o sentido de improvisação e de resposta rápida a situações novas e a autoconfiança (Schön, 1983).
	Desvio do plano de trabalho	- incorpora sugestões ou ideias dos alunos que surgem nas aulas ainda que implique desviar do plano de trabalho	
	Uso de oportunidade	- aproveita oportunidades de ensino e aprendizagem para aprofundar determinado aspeto que não tinha previsto desenvolver	
	Perceção do professor durante a aula	- se apercebe da predisposição do aluno para apreciar a Estatística pelo envolvimento e interesse manifestado	

A relação entre os objetivos visados nesta investigação, em que se procura estudar e conhecer o que as professoras Maria e Ana conhecem, como interpretam e o que fazem com o que conhecem e interpretam e as categorias e dimensões do modelo adotado estão estabelecidas na figura 4.3, que se apresenta a seguir.

No quadro, para incluir a dimensão da *fundamentação* e a da *não fundamentação*, foi adotada a notação (+ e -) que consta à frente do nome da dimensão e o mesmo foi feito para as outras dimensões. Foi construído partindo do princípio de que a aplicação do tema na sala de aula se baseia no que o professor sabe ou conhece, o que faz com que haja uma zona que diz respeito ao que o professor conhece, que abrange todo o quadro e mais especificamente, todas as categorias do modelo.

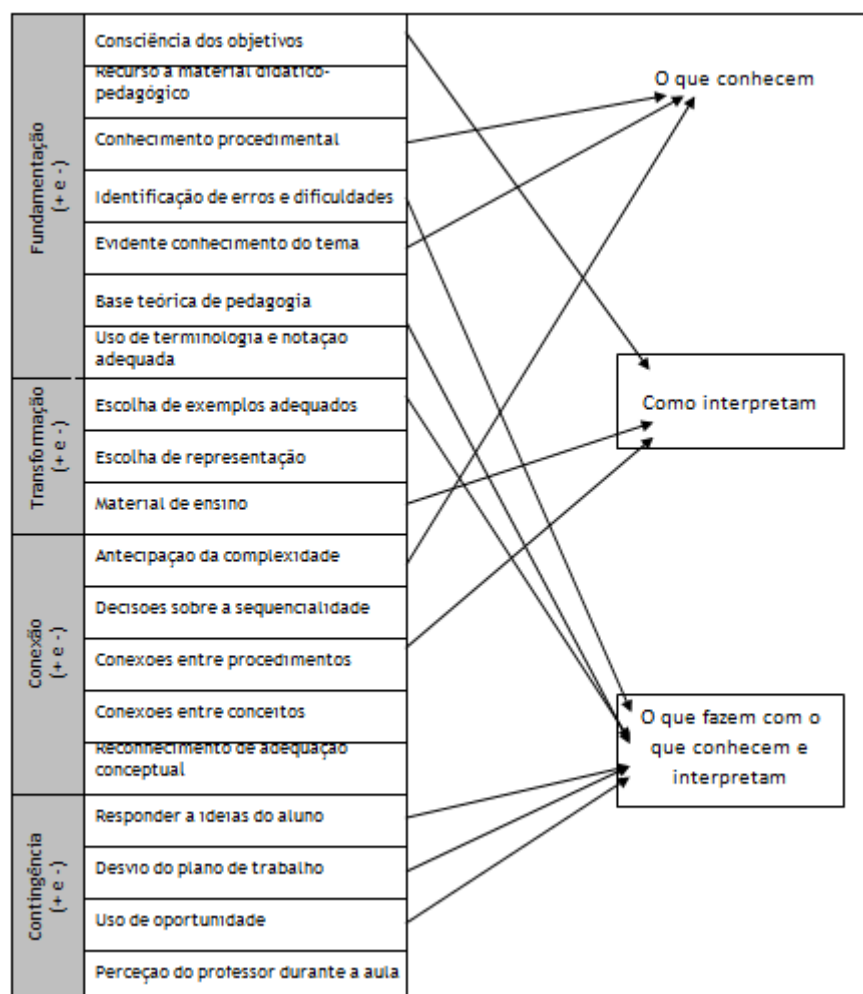


Figura 4.3:Relações entre categorias e dimensões e os objetivos do estudo

O Atlas.ti é uma aplicação informática de análise qualitativa de dados, que permite categorizar e registar os dados em função do problema de estudo definido pelo investigador, permitindo estabelecer relações e facilitando a descoberta de informação relevante na problemática em estudo.

Na análise dos dados e no resumo dos dados, o software ATLAS.TI revelou-se uma ferramenta útil por revelar uma grande eficiência em termos de organização e permitir alterar a

identificação de um episódio segundo uma categoria que a reflexão revelou menos adequada. Permite também uma visão dirigida a um aspeto específico que interessa analisar, por exemplo, limitando os segmentos de ensino apenas aos que foram encaixados na dimensão *fundamentação* para o estudo mais pormenorizado desta dimensão ou os segmentos de ensino que dizem respeito a uma determinada unidade de análise.

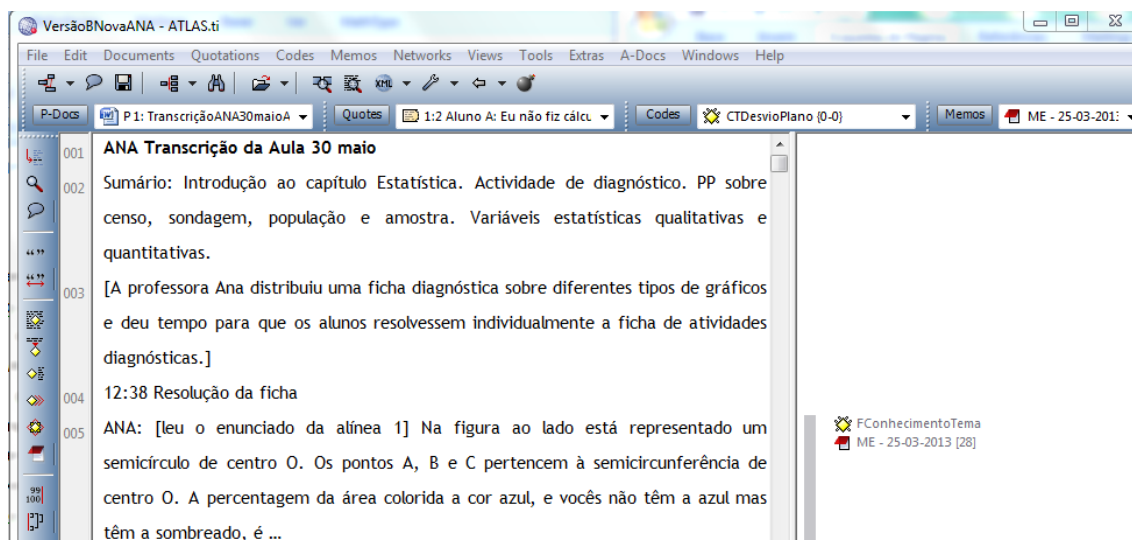


Figura 4.4: Visualização de parte da análise permitida pelo ATLAS:TI

Outras funcionalidades do software irão ajudar a ter uma visão geral sobre a análise de dados feita no seu todo e ajudar a responder às questões colocadas.

Cada segmento de ensino ou episódio destacado da sala de aula é apresentado em duas partes: uma mais geral de apresentação da sequência de ensino e outra mais específica no que respeita à representação gráfica estatística.

A primeira parte é constituída por uma tabela constituída pelos seguintes elementos:

- a identificação da professora (Maria ou Ana),
- a identificação da sequência de ensino,
- o objetivo a atingir com a sequência adotada,
- a(s) finalidade(s) do PMEB promovidas com a implementação da sequência,
- o(s) objetivos gerais do PMEB visados com a implementação da sequência,
- alguma observação considerada pertinente.

Tabela 4.4: Exemplo da primeira tabela da apresentação de um segmento de ensino destacado

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: Tarefa 2 - Quais são os nossos animais domésticos? incluída na proposta de sequência de tarefas para o 7.º ano - 3.º ciclo, da autoria dos professores das turmas piloto do 7º ano, elaborada no ano letivo 2008/2009.</p>

Objetivo definido para a tarefa: ler e interpretar gráficos de tipos distintos, revendo gráficos já estudados no ciclo anterior; aprender a recolher e registar dados.
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivo geral do programa:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p> <p>Observação: A tarefa prevê a leitura e interpretação de informação apresentada sob diversas formas de representação já estudadas anteriormente, gráfico de barras, pictograma, gráfico circular.</p>

A segunda parte, é iniciada com um quadro onde se destaca o tipo de representação gráfica presente no segmento de ensino, o nível de compreensão gráfica requerida e alguma observação considerada pertinente.

Tabela 4.5:Exemplo de um quadro inserido na segunda parte da apresentação do segmento de ensino

Tarefa 2
<p>Tipo de representação gráfica: gráfico de barras</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: construção e leitura com interpretação</p>

As tarefas e os exercícios são identificados pelo número pelo qual são apresentadas aos alunos; os PowerPoint e as atividades de ensino não enumerados serão sequenciados consoante a sua ordem de apresentação aos alunos.

Na apresentação do segmento de ensino, destacado tal como consta na transcrição da aula, estão identificados os seguintes elementos:

- o primeiro número traduz a ordem pela qual o segmento destacado surge no decorrer da implementação da tarefa, PowerPoint, atividade ou exercício;
- M identifica a professora Maria e A a professora Ana;

- de seguida, aparece o código que identifica o material de ensino foi implementado na aula: T_i a tarefa i ($i=1, 2, \dots$) e Q_j ($j=1,2,3,4$) a questão j da tarefa T_i ; PP PowerPoint; A_i a atividade i ($i=1, 2, 3, \dots$); AD atividade de diagnóstico; DT dados da turma; FE ficha de exercícios e Ex_i o exercício i ($i= 1, 2, \dots$);
- e por fim do dia em que a aula decorreu.

As tarefas e os exercícios são identificados pelo número pelo qual são apresentadas aos alunos; os PowerPoint e as atividades de ensino não enumerados serão sequenciados consoante a sua ordem de apresentação aos alunos.

Assim, o **segmento de ensino 1MT2Q1 - aula 20 de maio** foi o primeiro segmento a ser destacado quando a professora Maria implementou na turma a resolução ou discussão da questão 1 da tarefa 2 na aula do dia 20 de maio. Identifica-se também a dimensão e a categoria que se consideraram implícitas no segmento de ensino.

Tabela 4.6: Exemplo da apresentação do segmento de ensino

Segmento de ensino 1MT2Q1 - aula 20 de maio	
MARIA: A contagem que diz respeito projetei-a ali no quadro. Da forma como está, facilmente conto. Até está escrito, a Raquel falou, contavam 4 tracinhas e o quinto corta. O que é que acontece? Isso vai permitir que, eu olhando para aqui, não preciso de contar os tracinhas todos, digo logo: o cão, 5 mais 5 mais 3; o gato tem 5 mais três; o cágado tem 4; os peixes, 4, os passarinhos, 5; eu não preciso de contar os tracinhas. Imaginem que têm 60 respostas, 60 pauzinhos, das duas, uma, no meio daquilo tudo, já me estava a perder, assim, se fizer de 5 em 5 basta contar quantos conjuntos de 5 lá têm.	Fundamentação Conhecimento Procedimental

De seguida, procedia-se à análise do segmento (**Análise do segmento de ensino 1MT2Q1**) justificando devidamente o posicionamento daquele segmento de ensino no sistema de categorias e evidências refinado, ou seja, apresentando argumentos baseados na literatura em estatística, em educação matemática e educação estatística que clarifiquem a opção da dimensão e da categoria feita.

A análise de cada segmento de ensino, em cada caso de estudo, gerou um conjunto de resultados cuja análise permitiu descrever o conhecimento profissional das professoras quando implementam, na sala de aula, a representação gráfica estatística aos seus alunos de 7.º ano de escolaridade. Para isso, foi importante resumir esses resultados em tabelas que apresentam o número de segmentos de ensino que foram incluídos em cada uma das categorias e dimensões do modelo, bem como dos que foram incluídos nas categorias e dimensões *não fundamentação, não transformação, não conexão e não contingência*. Essas tabelas foram construídas com a ajuda do programa Atlas.ti, a partir de funcionalidades que facilitaram a obtenção dos totais que constituem cada uma das tabelas. O programa permitiu

ainda a apresentação de quadros que mostram o modo como as categorias das quatro dimensões se relacionam.

Essas tabelas e quadros foram analisados e discutidos e, como resultados dessa análise, emergiram interpretações e relações relativas à problemática em estudo, que permitiram responder às questões formuladas nesta investigação.

Capítulo 5

Análise da informação

Os objetivos desta investigação envolvem a compreensão dos conhecimentos do conteúdo, pedagógicos e do currículo de duas professoras quando colocam esse conhecimento em ação na sala de aula, perante os seus alunos do 7.º ano de escolaridade. O tópico adotado nesta investigação são as representações gráficas em Estatística.

Feita a recolha de informação, passou-se à análise da mesma, com base no enquadramento concetual elaborado a partir da revisão da literatura e tendo em atenção as questões de estudo formuladas. A fase da categorização envolveu muito tempo, muita discussão e reflexão, uma vez que, na investigação qualitativa, os dados não encaixam facilmente em tabelas e categorias (Faux, 2000).

Depois da análise cuidada dos dados, foi necessário resumir e tentar compreender as respostas que os mesmos davam às questões formuladas.

5.1. O caso da Maria

Os resultados obtidos na análise feita aos dados recolhidos no estudo de caso da professora Maria, resultaram da aplicação do sistema de categorização e evidências a segmentos de ensino considerados significativos relativamente a uma, ou mais, categorias. A observação das aulas e a sua discussão, em aspetos pontuais, nas entrevistas posteriores às aulas e a transcrição das mesmas constituíram uma base para a primeira análise.

5.1.1. Análise da informação recolhida no caso da professora Maria

O sistema de categorização e evidências foi aplicado às transcrições das aulas da professora Maria. Em cada sequência de ensino, constituída pela atividade implementada na sala de aula, procuraram-se evidências que permitiam considerar determinados segmentos de ensino significativos em relação a cada uma das dimensões do Quarteto do Conhecimento e às categorias definidas. Esta categorização constituiu um processo moroso e exigente, em termos de reflexão e discussão, em que se procurou encontrar a categoria que melhor ilustrava o segmento de ensino destacado.

Neste subcapítulo, apresenta-se então a análise que se realizou para validar a informação recolhida de cada um dos estudos de caso e para gerar os resultados do estudo.

Importa ainda recordar que o segmento de ensino **1MT1Q1 - aula 13 de maio** identifica o primeiro segmento de ensino destacado, quando a professora Maria implementou a questão 1 da tarefa 1, na aula do dia 13 de maio.

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: PowerPoint sobre o tema <i>organização e tratamento de dados</i>.</p> <p>Objetivo definido: introduzir o tema através de um PowerPoint que foca, entre outros, aspetos da história da Estatística.</p>
<p>Finalidades</p> <p><input type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática</p>

Na aula do dia 13 de maio, a professora recorreu a um PowerPoint, com que iniciou o tema *organização e tratamento de dados*, que realça aspetos históricos da Estatística que evidenciam a sua importância em diversas áreas do conhecimento e na tomada de decisões, nomeadamente, políticas e económicas. Evidencia ainda a matemática como uma ciência viva e em evolução. O PowerPoint incluía várias imagens que a professora ia pedindo aos alunos para comentarem.

No decorrer da aula, procuraram-se segmentos de ensino ou episódios da aula significativos em termos da *fundamentação, transformação, conexão e contingência*.


Segmento de ensino 1MPP1 - aula 13 de maio	
 <p>MARIA: [...] E agora, só no final, a frase que lá está: “Não vê que está a pisar a nossa recolha estatística?” O que é que vocês acham que está aqui?</p> <p>Aluno E: Qualquer coisa estatística.</p>	<p>Fundamentação Base teórica de pedagogia</p>

<p>MARIA: Alguma coisa estatística, o que será? Já o ano passado trabalharam a estatística, têm alguma noção, o que é que estará ali no chão?</p> <p>[Uns alunos respondem moda, um gráfico, ...]</p> <p>MARIA: Um gráfico. [...] Isto é só para chamar a atenção que, ainda que de um modo não muito rigoroso, e era porque não havia ferramentas para isso, já há muitos anos atrás falavam e desenhavam questões de estatística. Olhando para as roupas deles estão em que século? Pode ser até II ou III a.c.</p>	
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 1MPP1

A imagem escolhida permitiu à professora realçar que a Estatística não é uma área de estudo recente.

A Estatística tem estado sempre presente uma vez que enumerar, contar e recensear foi sempre uma preocupação em qualquer cultura. O Estado, seja grego, romano, egípcio ou outro, teve sempre necessidade de conhecer a sua população quer a nível económico quer a nível social. Este aspeto foi realçado pela professora através da imagem incluída no diapositivo.

Segmento de ensino 2MPP1 - aula 13 de maio	
<div data-bbox="284 1070 805 1462"> <p>Estatística</p> <p>Em 1085, Guilherme, O Conquistador, ordenou que se fizesse um levantamento estatístico de Inglaterra – informações sobre terras, proprietários, empregados, animais – serviria de base para o cálculo de impostos.</p>  </div> <p>MARIA: Em 1085, Guilherme ordenou que se fizesse um levantamento estatístico em Inglaterra. O Rei Guilherme, francês que conquistou Inglaterra, e se não estou em erro, era o primeiro de França e segundo de Inglaterra, chegou a Inglaterra e queria saber o que se passava no seu país relativamente a terras, proprietários, empregados, animais, etc, etc. Mas não foi só para saber quantas pessoas lá viviam. Foi para calcular impostos e se vocês se lembrarem dos filmes que retratam esta época, havia uns senhores que eram os coletores de impostos que vinham com uma equipa militar e iam de casa em casa recolher impostos, quer as pessoas tivessem quer não tivessem. Por exemplo, Brave Heart é um dos filmes que retratam isso.</p>	<p>Fundamentação Consciência dos objetivos</p>

Análise do segmento de ensino 2MPP1

Deste modo, a professora apresentou alguns detalhes da história da Estatística e evidenciou a importância que os estudos estatísticos tinham e as implicações que as conclusões obtidas podem ter, por exemplo, ao nível de decisões governamentais.

Os recenseamentos da população eram realizados tendo em vista a cobrança de impostos e o recrutamento militar. No entanto, as decisões baseadas nas conclusões estatísticas eram tomadas de forma intuitiva uma vez que os recenseamentos não se baseavam em princípios estatísticos credíveis ou não eram feitos exaustivamente, segundo o site Ação Local de Estatística Aplicada (ALEA).

A professora revelou ter consciência dos objetivos do tema e da sua aprendizagem, evidenciando a utilidade, a aplicação e o poder da Estatística, que não pode ser vista como um conjunto de receitas sob a forma de fórmulas que basta aplicar.

No programa de Matemática do ensino básico, um dos objetivos gerais estabelecidos é que “os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática. Isto é, devem ser capazes de reconhecer a importância da Matemática em outras disciplinas escolares e na vida diária”. No que respeita ao tema *organização e tratamento de dados*, este propósito dificilmente será atingido se as fórmulas e cálculos forem o ponto central do seu ensino, apesar do papel importante que têm para se ser estatisticamente competente.

Segmento de ensino 3MPP1 - aula 13 de maio	
<div data-bbox="204 1160 710 1536"> <p>Estatística</p> <hr/> <p>Actualmente, a Estatística tem uma grande influência na sociedade, pois contribui para um melhor conhecimento da mesma e para a tomada de decisões fundamentadas a vários níveis, nomeadamente a nível político e económico.</p> </div> <p>MARIA: [...] Havia a questão relacionada com o emprego [nos censos]. Se a pessoa estava, naquele momento, a trabalhar ou não. E para o que é que interessa? Não é só para dizer assim: nós somos dez milhões e temos isto e aquilo. É que algumas decisões políticas são em função destes números, destas informações. Imaginem que chegam à conclusão de que 5% da população não tem casa de banho e que esses 5% estão concentrados numa determinada zona. Bom, os nossos governantes podem decidir que se as pessoas daquela zona não têm determinadas condições então vamos dar-lhes essas condições. São decisões a nível político e económico que se vão fazer.</p>	<p>Fundamentação Consciência dos objetivos</p>

Análise do segmento de ensino 3MPP1

A professora voltou a reforçar a importância da Estatística e o seu objetivo, desta vez, através do Censos.

Na Estatística, importa “extrair informação dos dados para obter uma melhor compreensão das situações que representam” (ALEA). Nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2000, p.52) é referida como espantosa a quantidade de dados disponíveis que ajudam a tomar decisões nos negócios, na política, na investigação e na vida quotidiana. Esses dados aparecem através de inquéritos ao consumidor que orientam a comercialização de um produto, de sondagens que ajudam a determinar estratégias de campanhas políticas, da experimentação e estudos estatísticos que visam uma maior segurança e eficácia de novos produtos médicos. Num mundo cada vez mais complexo, é importante preparar o aluno para aprender a lidar, de forma autónoma, com a grande quantidade de informação disponível no mundo moderno e para olhar criticamente para a sociedade em que vive.

Neste diapositivo, pode ler-se a definição de Estatística, que consta no site ALEA e adotada pela professora - “ciência que dispõe de processos apropriados para recolher, organizar, classificar, apresentar e interpretar conjuntos de dados. Estuda uma ou várias características, ou propriedades, de uma população, permitindo tirar conclusões sobre um conjunto de dados”. A partir da definição e da noção de censo, realçou aspetos importantes de um estudo estatístico relacionados com a questão que se pretende abordar no estudo e o plano estabelecido.

Segmento de ensino 4MPP1 - aula 13 de maio	
MARIA: [...] O que é que nós vimos sobre os censos? Foi pensado muito tempo antes e foi, com certeza, testado num conjunto de pessoas para verificar se as pessoas tinham dúvidas quando preencheram, para testar. E a ideia é, se eu tenho um inquérito com muitas perguntas, é porque essas perguntas me vão dar informações relativamente àquilo que eu quero. Então, se eu quero fazer um estudo, tenho de pensar exatamente naquilo que eu quero para não estar a desperdiçar tempo.	Fundamentação Evidente conhecimento do tema

Análise do segmento de ensino 4MPP1

No artigo Statistical Thinking in Empirical Enquiry, Wild e Pfankuch (1999) discutem o pensamento envolvido na resolução de problemas estatísticos desde a sua formulação às conclusões e sugerem um modelo com quatro dimensões - o ciclo investigativo, tipos de pensamento, o ciclo interrogativo e disposições. O ciclo investigativo PPDAC (problema, plano, dados, análise, conclusões) prevê a necessidade de alguns ciclos iterativos entre as fases que o compõem, nomeadamente entre o problema e o plano, dada a necessidade de formular adequadamente o problema estatístico a trabalhar. A professora demonstrou um

evidente conhecimento do tema ao realçar estes aspetos importantes num estudo estatístico - o da definição adequada e clara do problema a estudar e o do plano estabelecido que faz com que, por vezes, seja necessário iterar entre o problema e o plano até formular adequadamente a situação estatística a estudar.

Segmento de ensino 5MPP1 - aula 13 de maio	
<p>MARIA: [...] Vamos ver, quero estudar a escola. Acham que vou fazer uma entrevista a todos os alunos da escola? Não era funcional então escolho um conjunto de alunos da escola. A esse conjunto de alunos não posso chamar população, população é a escola e então vou-lhe chamar amostra. Só que a amostra convém que seja bem escolhida. Vou dar-vos um exemplo: Há uns dez anos atrás, li num jornal desportivo que o clube preferido dos portugueses era o Benfica e a seguir era o Sporting e depois o Porto. Os das outras equipas não ficaram muito contentes e o que decidiram fazer o mesmo estudo mas à porta do estádio. Se fizer o estudo à porta do estádio num dia que há jogo, por exemplo, Sporting e Marítimo, no estádio de Alvalade, o que é que as pessoas respondem quando pergunto de que clube são? Acham que escolhi bem a amostra?</p> <p>Alunos: Não.</p>	Fundamentação Evidente conhecimento do tema

Análise do segmento de ensino 5MPP1

A professora revelou também compreender os processos de recolha de dados. Com um exemplo, reforçou as noções de população e amostra, realçando uma situação em que a representatividade da amostra é afetada.

“Historicamente o uso das sondagens tem tido os seus altos e baixos, devido essencialmente a juízos errados acerca do uso de uma amostra” (Hill & Vicente, 2011). As autoras consideram que isso se deve à crença de que, para conhecer algo sobre uma população, é melhor contactar a população toda do que apenas uma parte e referem as vantagens de recorrer a uma sondagem: fornece informação mais rica, mais complexa, mais barata e em menos tempo. Interessa depois extrapolar os resultados obtidos à população e, para que isso seja válido, as amostras têm de ser representativas. A fiabilidade dos resultados de uma sondagem reside, essencialmente na forma como a amostra é selecionada mas também na forma como o instrumento de recolha de dados é construído.

À medida que os alunos progridem nos anos de escolaridade, deverão desenvolver uma compreensão dos elementos centrais da análise estatística: definir uma amostra adequada, recolher informação a partir dessa amostra, descrever a amostra e fazer inferências plausíveis relativas à amostra e à população (NCTM, 2000, p.55).

Também em Martins e Ponte (2010, p. 21) é realçado que os alunos à medida que vão progredindo nas etapas educativas vão colocando as suas próprias questões, deixam de se

restringir ao ambiente da turma e começam a compreender que os resultados obtidos do estudo de um determinado conjunto de dados se podem generalizar, em determinadas condições. Torna-se então importante a distinção entre população e amostra e a referência a situações que podem afetar a representatividade de uma amostra em relação à respetiva população.

Segmento de ensino 6MPP1 - aula 13 de maio	
MARIA: [...] Imaginem que eu era dona da fábrica, quero saber se o gelado é bom ou não para os meus negócios, distribuo por um conjunto de elementos da população, dei a provar. Depois, no final, vou perguntar se gostaram ou não gostaram, se acham que vale a pena apostar ou não na produção daquele gelado. Os resultados são estes [aponta para a direita] e eu decido para aqui [aponta para a esquerda]. Então, para que gastei dinheiro a fazer ... A não ser que considere que o estudo estava mal feito mas então, devia ter pensado muito bem, organizá-lo muito bem. Era aquela parte, logo no início, quando eu faço um estudo eu tenho de pensar antes muito bem o que eu vou fazer, como é que vou fazer, que conclusões penso tirar, senão ...	Fundamentação Evidente conhecimento do tema

Análise do segmento de ensino 6MPP1

Um dos tópicos do tema *organização e tratamento de dados* estabelecido no programa de Matemática do ensino básico é o planeamento estatístico, subdividido em: a especificação do problema, a recolha de dados e população e amostra (Ponte, et al., 2007, p. 60) . Um dos objetivos específicos é “formular questões e planear adequadamente a recolha de dados tendo em vista o estudo a realizar”. A professora, uma vez mais, realçou a importância de formular questões pertinentes e usar os dados para lhes responder adequadamente com base no modo como os dados foram recolhidos.

Nas normas da Análise de dados (NCTM, 2000, p.52) é recomendado que os alunos formulem questões que possam ser respondidas através da utilização de dados e recolher, organizar e apresentar os dados relevantes que permitem responder a essas questões.

Uma investigação estatística começa, habitualmente, com uma questão e numa questão estatística, as respostas constituem dados que variam. Konold e Higgins (2003) consideram que um dos primeiros desafios numa investigação estatística é transformar uma questão geral numa questão estatística que possa ser respondida através de dados. Os autores defendem que, na aprendizagem da formulação de questões estatísticas e a recolha e análise de dados, os alunos: (i) devem formular questões estatísticas suficientemente específicas de modo a permitir a recolha de dados relevantes mas que não trivializem a questão inicial e (ii) não podem esquecer que os dados produzidos são “números num contexto” e, simultaneamente, devem abstrair os dados do contexto que os gerou.

Segmento de ensino 7MPP1 - aula 13 de Maio	
<p>MARIA: Aqui população não é no sentido habitual com que usamos população, população é o conjunto de elementos que eu quero estudar, pode ser, por exemplo, flores. Então, se tem dimensão infinita, não é possível estudar a população toda, como por exemplo, a população constituída pelas pressões atmosféricas. Outra situação, imaginem que se estudasse todos os elementos levava à distribuição. Imaginem que sou proprietária de uma fábrica de fósforos e queria ver se os fósforos que estou a produzir são ou não bons, são eficientes. O que eu devia fazer?</p> <p>Aluno J: Devia experimentar.</p> <p>MARIA: Todos? Mas aí a minha produção vai toda ao ar e eu perco imenso dinheiro.</p> <p>Aluna MT: Nessas fábricas têm controladores que vão experimentando.</p> <p>MARIA: Sim, os controladores de qualidade. Vai seleccionando algumas. Imaginem que temos um tapete onde as caixas estão a correr e o senhor que controla...</p> <p>Aluno J: Vai tirando uma caixa e outra...</p> <p>MARIA: Pega numa e depois pega noutra. Se foi tirando uma caixa qualquer, e se experimenta e funciona bem, o que vocês deduzem para o resto das caixas? Á partida, que as outras estarão nas mesmas condições. Então, o que fizemos, experimentámos a população toda, todas as caixas da produção?</p> <p>Aluno M: Escolhemos uma amostra.</p> <p>MARIA: Escolhemos uma amostra. E é isso que fazem a maior parte das vezes.</p> <p>Aluno J: É como a fruta, para ver se é ou não boa. Ou os perfumes.</p>	Fundamentação Conhecimento procedimental

Análise do segmento de ensino 7MPP1

No episódio destacado, a professora Maria retomou a exploração das noções de população e de amostra com exemplos que ilustram o que pretende ensinar, referindo motivos que justificam optar por uma amostra em vez de trabalhar com a população.

As intervenções dos alunos revelavam o à-vontade e interesse no tema e a professora transformou a definição de população e amostra em comunicação, incentivando a troca de informações entre os alunos e ela própria de forma que todos entendam ideias básicas, os termos e a linguagem estatística, evitando, deste modo, falar das definições ou dos termos de forma isolada. A última frase do aluno J, “É como a fruta, para ver se é ou não boa. Ou os perfumes.”, é elucidativa da compreensão feita na distinção de população e amostra e nas razões que justificam o recurso a uma amostra.

Em Estatística, recorre-se a amostras para obter conclusões para a totalidade da população cujo conhecimento seria, de outra forma, impossível. Segundo Martins e Ponte (2010) o trabalho a desenvolver com os alunos deve envolver: (i) a análise de situações em que é adequado o estudo de toda a população ou apenas de uma amostra; e (ii) a análise crítica de

estudos estatísticos face ao uso de amostras não representativas e a ponderação de elementos que afetam a representatividade de uma amostra. O Programa de Matemática (PMEB, 2007), no 3.º ciclo, indica que os alunos devem desenvolver a noção que a seleção aleatória da amostra constitui o único processo que garante representatividade.

Segmento de ensino 8MPP1 - aula 13 de maio	
<p>MARIA: Outra razão para não se estudar a população toda é ser demasiado dispendiosa. Por exemplo, nas sondagens. Reparem, as eleições são a 5 de junho e nós já temos várias sondagens. No fim das sondagens, ouve-se ou lê-se: sondagem feita a 1200 pessoas, por exemplo. 1200 pessoas não são muitos eleitores.</p> <p>Aluna M: E aparece a margem de erro.</p> <p>MARIA: Exatamente, um estudo tem que ter sempre uma margem de erro. O que acontece, não é viável perguntar a todas as pessoas do país com mais de 18 anos em quem vão votar, se não demorava muito tempo e era muito dispendioso.</p>	Não Contingência Não Uso de oportunidade

Análise do segmento de ensino 8MPP1

Neste episódio, a professora referia que, quando o estudo da população se torna dispendioso se recorre, por exemplo, a sondagens, tão presentes na altura devido às eleições legislativas portuguesas que se realizaram no dia cinco de junho. A intervenção da aluna referindo a margem de erro que “aparece” nas sondagens foi oportuna e relevante.

A professora concordou com a aluna mas não incorporou a questão da margem de erro.

Relativamente à margem de erro numa sondagem, Hill e Vicente (2011) referem um episódio das eleições americanas de 1936 em que “a revista Literary Digest perguntou a 2 milhões de cidadãos americanos qual a sua intenção de voto entre dois candidatos, Landon e Roosevelt e concluiu que Landon ganharia confortavelmente, indo de encontro ao sentimento generalizado dos americanos. Ao mesmo tempo, Georges Gallup inquiriu 4 mil americanos e concluiu que Roosevelt ganharia com 56% dos votos. Ora, quem triunfou foi Roosevelt com cerca de 61% dos votos. A amostra da revista Literary Digest, apesar de estratificada por sexo e idade, estava claramente enviesada porque era constituída apenas por leitores da revista”. Este fato mostrou que a exatidão de uma sondagem não depende apenas da dimensão da amostra mas de uma correta seleção da mesma e que a previsão da margem de erro pode ser determinante.

Há aspetos importantes que podiam ter sido referidos na sequência da intervenção da aluna como a ficha técnica que acompanha qualquer sondagem, a questão da variabilidade e a importância dos alunos começarem a compreender que existem maneiras de quantificar o grau de certeza de alguns resultados estatísticos. Gal (2002) refere que algumas mensagens na comunicação social podem ser criadas para convencer o leitor ou o ouvinte a adotar um

determinado ponto de vista ou rejeitar outro. E que alguns jornais e canais da comunicação social tendem a empregar as convenções em relatórios de resultados estatísticos, como referindo-se ao "erro de amostragem" (ou "margem de erro") ao discutir resultados de pesquisas, mas sem explicar o significado dos termos usados. Na aula, a questão da margem de erro implicaria um desvio do plano de trabalho mas permitiria realçar aspetos importantes inerentes à Estatística, como o grau de confiança que se pode depositar nos resultados e conclusões apresentados de um determinado estudo estatístico. Segundo Martins (2006), "a Estatística é uma ciência que estuda a variabilidade apresentada pelos dados. Permite-nos, a partir dos dados retirar conclusões, mas também exprimir o grau de confiança que devemos ter nessas conclusões. É precisamente nesta particularidade, que se manifesta toda a potencialidade da Estatística."

Segmento de ensino 9MPP1 - aula 13 de Maio	
MARIA: [...] Mais exemplos de variáveis quantitativas? Aluna D: O número de alunos da turma. MARIA: Se eu for estudar o número de alunos das turmas na escola, agora se eu for estudar só o número de alunos desta turma não interessa.	Não Contingência Não Uso de oportunidade

Análise do segmento de ensino 9MPP1

Também neste episódio, apesar de responder adequadamente ao aluno, a professora não evidenciou o papel da variabilidade na estatística.

A questão proposta pela aluna "Quantos alunos tem a minha turma?" não é uma questão estatística uma vez que é respondida com uma única resposta. A questão "Quantos alunos há nas turmas da escola?" já é uma questão estatística atendendo a que o número de alunos não é igual em cada turma. Em *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education* (GAISE, 2005, p. 15) elucidam que "a formulação de uma questão estatística requer uma compreensão da diferença entre uma questão que antecipa uma resposta determinista e uma resposta baseada em dados que variam".

Wild e Pfankuch (1999) identificaram a variabilidade como uma componente essencial no desenvolvimento da compreensão dos alunos da distribuição de dados. Segundo estes autores, "qualquer pensamento estatístico (num sentido moderno) preocupa-se com aprender e tomar decisões sobre incertezas. Muitas dessas incertezas derivam de onnipresença da variação." Também Shaughnessy (2007) realça a importância de construir noções intuitivas de centro e variabilidade nos alunos. Os alunos "trazem para a mesa" a noção de média para centro da distribuição e de "algo que muda com o tempo" para variabilidade. A partir daí é necessário desenvolver a compreensão estatística destes conceitos. Para este investigador, "os conjuntos de dados contam histórias e o coração de qualquer história estatística encontra-se habitualmente na variabilidade nos dados."

Segmento de ensino 10MPP1 - aula 13 de maio	
<p>MARIA: [...] Olhem para aqui, para estas características que estão aqui referenciadas e vejam lá, das quantitativas umas são discretas e outras são quantitativas. Quais são as discretas e quais são as contínuas?</p> <p>Aluna M: O número de irmãos é discreto. E outra é altura.</p> <p>MARIA: Se estiver a trabalhar com um número restrito de pessoas, posso pensar que ela é contínua, se for um número alargado, não ia pôr numa tabela todos os dados das alturas. Por exemplo, o tempo que eu demoro de casa à escola, é qualitativa ou quantitativa?</p> <p>Alunos: Quantitativa.</p> <p>MARIA: E será contínua ou discreta?</p> <p>[Alunos dizem contínua, outros dizem discreta.]</p> <p>Aluna M: Eu posso contá-lo.</p> <p>MARIA: Sim mas dizes 5 minutos e não são exatamente 5 minutos. Só acrescentar que um resultado que eu observo é um dado estatístico. Provavelmente, vocês já viram este tipo de gráficos que eu vou entregar agora. Vão responder rapidamente, no caderno.</p>	Não Contingência Não percepção do professor durante a aula

Análise do segmento de ensino 10MPP1

A contingência é a dimensão do sistema de categorias do modelo adotado que inclui a percepção do professor relativa à predisposição do aluno para apreciar a Estatística atendendo ao envolvimento e interesse manifestado. No decorrer da aula, o professor pode aperceber-se também se um determinado conceito ou procedimento está, ou não, suficientemente claro nos alunos ou se há necessidade de reforçar o que quer ensinar.

Neste episódio, as intervenções dos alunos permitem concluir que a classificação das variáveis quantitativas em discretas e contínuas não está clara. A classificação de uma variável quantitativa em discreta ou contínua continuou a levantar algumas dúvidas nos alunos da professora Maria, uma vez que, na aula seguinte, pediram à professora para tornar a esclarecer essa distinção.

A professora deixa algumas questões em aberto, como a classificação das variáveis "altura dos alunos" e "tempo que cada aluno demora de casa à escola". A professora não especificou a classificação destas variáveis, optando por responder de forma evasiva e pouco esclarecedora. A dúvida manteve-se uma vez que os alunos pediram à professora para insistir na distinção de variáveis discretas ou contínuas na aula seguinte.

Ao longo das aulas pode-se insistir nas designações das variáveis e é importante realçar que as ferramentas para trabalhar os dados resultantes das observações dessas variáveis são diferentes consoante a sua natureza. Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) apresentam resultados de investigações em educação estatística relacionadas com a representação

gráfica. Os resultados de uma das investigações apresentadas realçam que os futuros professores do 1.º ciclo participantes nessa investigação, não distinguiram procedimentos de representação de dados observados de uma variável qualitativa ou quantitativa discreta e de dados resultantes da observação de uma variável contínua ou dados agrupados em classes. Os autores do estudo consideram que a dificuldade na adoção das ferramentas adequadas para trabalhar os dados obtidos na observação de variáveis se deve tentar ultrapassar através de um ensino que incida explicitamente na distinção da natureza das variáveis em estudo.

Também Garfield (2002) considera que a distinção da natureza das variáveis estatísticas deve ser discutida e clarificada, uma vez que, para esta autora, desenvolver nos alunos o raciocínio estatístico sobre os dados implica desenvolver a capacidade para reconhecer ou categorizar os dados como quantitativos ou qualitativos, discretos ou contínuos e saber a razão pela qual um tipo específico de tabela, gráfico ou medida estatística se adequa a um certo tipo de dados.

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: tarefa 1 - Comentar situações e notícias</p> <p>Objetivo definido para a tarefa: ler e interpretar gráficos de tipos distintos, revendo gráficos já estudados no ciclo anterior.</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p>

A tarefa 1 - Comentar situações e notícias consta na sequência de tarefas para o 7.º ano - 3.º ciclo, da autoria dos professores das turmas piloto do 7º ano, elaborada no ano letivo 2008/2009. A tarefa está dividida em 4 itens e, em cada uma, procuraram-se segmentos de ensino ou episódios da aula significativos em termos das dimensões e categorias definidas. Os segmentos de ensino destacados por terem sido considerados significativos em termos da *fundamentação*, *transformação*, *conexão* e *contingência* encontram-se distribuídos tabela apresentada a seguir, em que os segmentos estão identificados do modo já sugerido, neste caso: o primeiro número traduz a ordem pela qual o segmento destacado surge no decorrer da implementação da tarefa; M identifica a professora; T1 identifica a tarefa e Qj (j=1,2,3,4) a questão da tarefa T1, seguida do dia em que a aula decorreu.

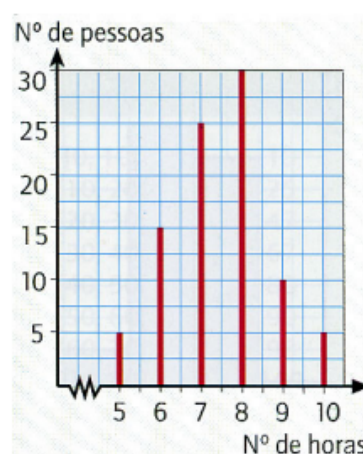
Tarefa 1			
Questão1	Questão 2	Questão 3	Questão 4
Segmentos	Segmentos	Segmentos	Segmento
1MT1Q1	5MT1Q2	9MT1Q3	12MT1Q4
2MT1Q1	6MT1Q2	10MT1Q3	
3MT1Q1	7MT1Q2	11MT1Q3	
4MT1Q1	8MT1Q2		

Tarefa 1 - Questão 1
<p>Tipo de representação gráfica: gráfico de barras</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: leitura com interpretação</p>

Tarefa 1 – Comentar situações e notícias

1. Observa atentamente o gráfico que representa a distribuição do número de horas diárias de sono de um conjunto de pessoas.

- De quantas pessoas se registou o número de horas de sono?
- Qual é o número de horas de sono mais frequente neste conjunto de pessoas?
- Neste estudo, quantas pessoas dormem menos de 8 horas?
- Qual é a percentagem de pessoas do estudo que dormem mais de 8 horas?
- Diz se é verdadeira ou falsa cada uma das seguintes afirmações e justifica as tuas respostas:
 - 50% das pessoas dorme mais do que 7,5 horas;
 - 25% das pessoas dorme menos do que 7 horas.



Segmento de ensino 1MT1Q1 - aula 13 de maio	
<p>MARIA: “De quantas pessoas se registou o número de horas de sono?” [a professora leu o enunciado da questão 1.a. e os alunos respondem 90.] Mas esse 90, caiu do céu?</p> <p>Aluno M: $5+15+25+30+10+5$.</p> <p>MARIA: Ah, talvez não seja má ideia escrever lá como apareceu esse número porque o 90 não caiu do céu.</p> <p>[...]</p> <p>MARIA: Mas não tiveram de fazer primeiro uma leitura do gráfico?</p> <p>Aluno M: Começámos por aí.</p> <p>MARIA: Começou por aí. Primeiro leram o gráfico, tiraram dados do gráfico e depois?</p> <p>Aluno T: Somámos.</p> <p>MARIA: Aí já pode ter sido de cabeça. Mas o resultado 90 não apareceu ... Para eu poder explicar, nem é explicar, para eu poder informar a quem vai ver e a</p>	<p>Fundamentação Base teórica se pedagógica</p>

<p>mim própria quando tornar a ver, como é que eu fiz isto, convém escrever cá os dados que eu tirei do gráfico. Então, quantas pessoas dormiram 5 horas? Quantas dormiram 6 horas? E 7, 8, 9 e 10 [um aluno ia respondendo e a professora ia escrevendo no quadro] E agora, dá 90. Resposta [que escreve no quadro]: Registou-se o número de horas de sono de 90 pessoas.</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 1MT1Q1

A ficha de trabalho onde constava a tarefa 1 - Comentar situações e notícias, foi distribuída a vinte minutos do final da aula do dia 13 de maio. A tarefa visa a leitura e interpretação de gráficos de tipos distintos e, na primeira questão, é apresentado um gráfico de barras que representa o número de horas diárias de sono de um grupo de pessoas. A professora disponibilizou tempo da aula para que os alunos resolvessem individualmente as alíneas da questão 1., passando depois à sua correção, que foi feita conjuntamente com os alunos. Estes foram facultando as respostas que encontraram para cada uma das alíneas, discutindo e participando através do questionamento oral que a professora ia promovendo na aula e alertando, deste modo, para a necessidade de apontar caminhos, de propor soluções e de justificar devidamente as respostas dadas.

A professora realçou a necessidade e a importância de ler corretamente o gráfico, insistiu na justificação das respostas dadas e escreveu no quadro as informações que considerou relevantes e as respostas às questões. Estas opções da professora no que respeita à interação com os alunos ao longo da aula vão de encontro ao sugerido no programa: “A comunicação oral é desenvolvida através do questionamento do professor, tanto em tarefas problemáticas e investigativas como na resolução de exercícios, levando os alunos a interpretar e discutir informação apresentada de vários modos, descrever regularidades, explicar e justificar conclusões e soluções usando linguagem natural e matemática, apresentar argumentos de modo conciso e matematicamente fundamentado, e avaliar a argumentação matemática (por exemplo, de um colega, de um texto, do próprio professor)” (Ponte, et al., 2007, p. 63).

Segmento de ensino 2MT1Q1 - aula 16 de maio	
<p>MARIA: Pronto, no total é que vai dar 90. Estamos a ver aqui 20 pessoas [aponta para o número 20 do eixo vertical]. Há alguma resposta para o conjunto de pessoas correspondente a 20? Não, então não me interessa. Esse dado está cá porque está numa escala, certo? Estão a entender o que eu estou a dizer? Eu só vou olhar ao número de pessoas correspondente às 5 horas, 6 horas, 7, 8 ou 10. Estes estão cá porque a escala está de 5 em 5 e eu não posso saltar do 15 para o 25, podia não estar cá escrito o 20 mas tem de cá estar marcado. Penso que a Cláudia e a Ana Margarida baralharam isto na questão-aula.</p>	<p>Fundamentação Identificação de erros e dificuldades</p>

Análise do segmento de ensino 2MT1Q1

A questão aula, a que a professora se referia na última frase do segmento da aula, apresentava um gráfico de barras que representava os dados relativos ao número de livros que os alunos de uma turma tinham lido nas férias. Na sua resolução, alguns alunos da turma da professora Maria revelaram dificuldades na leitura do gráfico, relacionadas com a escala adotada. A professora registou essa dificuldade e tentou clarificar a necessidade da escala e a sua construção. Segundo Batanero, Godino, Vallecillos, Green e Holmes (2012), a identificação de erros e dificuldades dos alunos é necessária para que o professor possa preparar situações didáticas que permitam aos alunos confrontarem-se com os seus obstáculos cognitivos e tentarem superá-los. A professora insistiu na leitura simples de um gráfico de barras na questão aula seguinte, onde o gráfico apresentado resumia os dados relativos ao número de vezes que cada aluno de uma turma almoçou na cantina, numa determinada semana, e as questões que aí figuravam eram do mesmo tipo das da questão aula anterior, nomeadamente, o número de alunos da turma e a tabela de frequências absolutas e relativas.

Fernandes (2009) apresentou um quadro com alguns resultados de investigação em Estatística em Portugal relativos a dificuldades, erros e obstáculos de alunos do 7.º ano e 12.º ano de escolaridade e de futuros professores do 1.º e do 2.º ciclo. Relativamente ao gráfico de barras, como dificuldades detetadas constam: decidir em qual dos eixos colocar a variável, construir a escala e legendar o gráfico. A preocupação da professora com a questão da escala é evidente também quando, na entrevista posterior à aula de 20 de maio, refere um trabalho estatístico a realizar em grupo pelos alunos e as condições em que os alunos farão esse trabalho: os alunos terão de fazer os gráficos de barras com papel e lápis para sentirem a necessidade de estabelecer a escala adequada, o que não seria necessário se o fizessem no Excel, por exemplo.

Na entrevista posterior à aula, foram então abordados aspetos como a escala e as dificuldades dos alunos relativas à escala usada ou a usar e o recurso ao computador.

Entrevistadora: Referiste a realização de um trabalho onde os alunos terão de escolher o gráfico que represente a distribuição. Esse gráfico vai ser feito manualmente, podem recorrer ao Excel, por exemplo...?

MARIA: A minha ideia é eles fazerem todos em papel, primeiro, mesmo que seja um circular, se eles acharem que é o circular o ideal para aquela situação, e só depois vão recorrer ao Excel porque eles têm de saber escolher a escala, por exemplo, que é uma dificuldade, seja a do eixo horizontal seja a do eixo vertical. E se não passarem pela necessidade de construírem o gráfico, eu acho eles nunca vão sentir isso e o Excel dá tudo. Por isso, eles vão primeiro construir as tabelas à mão, fazer os cálculos da frequência relativa se a pergunta assim o exigir à mão ou o gráfico à mão, escolham eles o que escolherem e só depois vão poder fazer no Excel.

Segmento de ensino 3MT1Q1 - aula 16 de maio	
MARIA: Penso que a Cláudia e a Ana Margarida baralharam isto na questão-aula.	Transformação Material de ensino

Análise do segmento de ensino 3MT1Q1

As questões aula são um instrumento de avaliação a que a professora recorria para aferir o conhecimento dos alunos sobre aspetos bem determinados do tema e tentar melhorar a aprendizagem. Numa questão aula, os alunos aplicavam, no final da aula, o que foi trabalhado na própria aula, o que permitia conhecer a aprendizagem dos alunos e ajudava na gestão do processo de ensino e aprendizagem uma vez que a professora identificava erros e dificuldades e averiguava, deste modo, a necessidade de insistir no objetivo avaliado. delMas (2002) defende que um objetivo que não é avaliado não é realmente um objetivo e lembra que a avaliação não tem de ocorrer apenas como função de uma prova escrita formal.

No GAISE College Report (GAISE, 2005) sugerem utilizar a avaliação para conhecer e melhorar a aprendizagem dos alunos, sendo esta uma das seis recomendações feitas a pensar no desenvolvimento da literacia estatística. As questões aula, que eram corrigidas para a aula seguinte, informavam a professora acerca dos progressos de cada aluno num tópico muito específico, ajudando a perceber se cada aluno já tinha atingido a compreensão ou se havia necessidade de mais informação ou discussão sobre o objetivo avaliado, revelando-se assim uma ajuda na perceção do estado real das aprendizagens dos alunos e na gestão no processo de ensino-aprendizagem. O segmento torna-se significativo em termos da categoria Material de ensino, da dimensão *transformação*, pela utilização da avaliação para conhecer e melhorar a aprendizagem dos alunos.

Segmento de ensino 4MT1Q1 - aula 16 de maio	
<p>MARIA: Ah, então dormem 6 horas ou 5. E quantas pessoas dormem 6 horas? 15. Quantas pessoas dormem 5 horas? 5. Então quantas pessoas dormem menos de 7 horas? 20 pessoas dormem menos de 7 horas. São 25%? [Os alunos respondem que não] Então como é que vou determinar a percentagem correspondente a estas 20 pessoas?</p> <p>Alunos falam numa regra de três simples, numa equação, em dividir.</p> <p>MARIA: Quantas pessoas estão em estudo? 90 pessoas que correspondem a 100% e então 20 pessoas correspondem a x [a professora determina o valor aproximado de x no quadro]. Dá, aproximadamente, 0,22 que corresponde a que percentagem? Logo, são aproximadamente 22%.</p>	Fundamentação Evidente conhecimento do tema Conexão Conexão entre procedimentos

Análise do segmento de ensino 4MT1Q1

As chamadas de atenção feitas pela professora, neste e em episódios anteriores, mostram que estava atenta a tópicos relacionados com o tema organização e tratamento de dados como as escalas e as percentagens. Esta atenção evidencia um conhecimento do tema que lhe permite articular conteúdos matemáticos e revela uma preocupação pedagógica por ter em conta os conhecimentos prévios dos alunos e a possibilidade de adotar diferentes abordagens quando fazem matemática.

As alíneas d. e e. abordam questões de percentagens. Quando questionados pela professora sobre o cálculo de uma percentagem, foram vários os procedimentos propostos pelos alunos. A professora optou pela regra de três simples a partir da correspondência do número total de pessoas a 100%, destacando, deste modo, a conexão com a Álgebra. A correspondência está devidamente estabelecida e o valor obtido para x é o valor da percentagem pretendido. No entanto, o resultado que a professora referiu é uma aproximação do quociente entre o número de pessoas que dormem menos de 7 horas e o número total de pessoas inquiridas, misturando dois modos distintos de calcular a percentagem, o que pode gerar confusão em alunos com dificuldades no cálculo de percentagens.

Tarefa 1 - Questão 2
<p>Tipo de representação gráfica: Pictograma</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: leitura com interpretação, leitura em contexto</p>

2. A informação deste pictograma é referente ao número de carros vendidos em alguns países da Europa. Sabe-se que, em 2008, no Reino Unido foram vendidos 2 131 794 carros. Analisa o seguinte pictograma.



- Que informação podemos obter a partir deste gráfico?
- No pictograma, cada imagem representa, aproximadamente, quantos carros vendidos?
- O número de vendas em Espanha é superior ou inferior a 50% das vendas no Reino Unido?
- Indica um valor aproximado para o número de vendas na Holanda. E em Portugal?
- Luxemburgo é um país rico mas foi onde houve menor volume de vendas. Indica uma justificação possível para esta situação.

Segmento de ensino 5MT1Q2 - aula 16 de maio	
<p>MARIA: É um pictograma. E neste pictograma o que nós colocamos são símbolos que tenham a ver com o que estamos a estudar. Neste caso, era o número de carros vendidos e por isso no gráfico o símbolo é o carro. Cada carro corresponde a um número, a um valor e cada carro corresponde a um valor, todos os carros têm de corresponder, cada um deles vai corresponder exatamente à mesma quantidade, o que se torna complicado porque depois tenho de fazer como no Luxemburgo em que é só uma roda, ali na Suécia que é um carro inteiro e mais um bocadinho para além da roda e em Portugal é a mesma história. Ou seja, não é muito fácil de fazer. Mas há algumas características a ter em conta quando estou a interpretar ou a fazer um gráfico, um pictograma. Como já disse, cada símbolo tem de corresponder exatamente ao número de, neste caso, de</p>	<p>Não Fundamentação Não Evidente conhecimento do tema</p> <p>Fundamentação Conhecimento procedimental</p>

carros vendidos e não vou representar um carro muito grande e um carro muito pequeno.	
---------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 5MT1Q2

A professora revelou saber usar adequadamente o procedimento de construção do pictograma, deixando subjacente que é uma representação idêntica ao gráfico de barras, onde se substitui a barra pelo número de símbolos correspondentes a cada categoria. Referiu que o símbolo usado deve ser alusivo à variável que se está a estudar e que pode representar mais do que um indivíduo. Nesta questão, o símbolo usado é um carro e cada um representa 177 650 carros de passageiros vendidos em 2008, aproximadamente. Na alínea b. os alunos construíram a legenda, isto é, determinaram, aproximadamente, quantos carros vendidos correspondiam a cada símbolo, a partir da informação de que, no Reino Unido foram vendidos 2 131 749 carros.

A professora referiu que, num pictograma, cada símbolo representa o mesmo número de indivíduos. O símbolo replica-se o número de vezes adequado, podendo utilizar-se, se necessário, uma sua fração.

Pode, no entanto, substituir-se a barra por uma figura cuja área ocupada por parte do gráfico seja proporcional ao valor que essa parte representa, o que pode tornar complexo um simples pictograma por abranger um amplo campo concetual, envolvendo noções matemáticas como o da área ou a de reduzir ou ampliar proporcionalmente uma figura (Carvalho, 2009). A professora, ao afirmar que “não vou representar um carro muito grande e um carro muito pequeno”, está a excluir a hipótese da construção do pictograma recorrendo a um só símbolo com a área adequada para cada categoria e há, na comunicação social, muitos exemplos de gráficos enganadores exatamente por quebrarem o princípio das áreas. A abordagem a pictogramas construídos desta forma afigura-se como uma oportunidade para melhorar o ensino e perseguir um dos objetivos definidos no programa, “promover uma atitude crítica relativamente à utilização de gráficos enganadores” (Ponte, et al., 2007, p. 60).

Segmento de ensino 6MT1Q2 - aula 16 de maio	
<p>MARIA: Raquel, o número de vendas em Espanha, é inferior ou superior, a 50% das vendas no Reino Unido? Eu disse Raquel, toda a gente está a pensar e a Raquel é que vai responder. Vamos olhar para o símbolo, para o gráfico.</p> <p>Aluna R: Os carros inteiros valem os 177 650 e o último carro vale metade dos 177 650.</p> <p>MARIA: Mais ou menos metade. Mas achas que precisamos de fazer essas contas? Quando eu estou a pensar em 50%, estou a pensar em quê? [Em metade, responderam os alunos.] Então, olha para lá e pensa lá melhor. Raquel, quantos carros estão representados no Reino Unido? Quantos</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p> <p>Não Transformação Material de ensino</p>

símbolos carros? 12. E na Espanha, quantos símbolos lá tens? 6 mais um bocadinho. Então, em Espanha vendem - se mais ou menos que no Reino Unido? [Mais, responde a aluna.]	
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 6MT1Q2

Neste segmento de ensino, a professora revelou um conhecimento aprofundado do tema ao apresentar um modo de resolução da questão diferente do proposto pela aluna, recorrendo ao número de símbolos e não ao número de carros vendidos que representam. A proposta de resolução da aluna passava por determinar o número de carros de passageiros vendidos em 2008 em Espanha e no Reino Unido e depois comparar os números obtidos. A professora questionou a pertinência do cálculo proposto pela aluna, orientando a resolução para o número de símbolos que representam o número de passageiros vendidos em cada um dos dois países.

O pictograma representa os dados disponíveis de uma forma considerada mais apelativa e de modo a facilitar a compreensão e interpretação dos resultados.

Recorrendo ao número de símbolos e não ao número de carros vendidos, a professora justificou o recurso ao pictograma e o gráfico ganhou mais significado, mais poder.

Depois de trabalhadas as questões que constam no exercício e atendendo à ordem de grandeza dos dados pouco usual nas aulas, teria sido interessante pedir aos alunos que elaborassem um outro gráfico estatístico que apresentasse os mesmos dados, sem recorrerem a programas de computador ou calculadora gráfica. Os alunos teriam de escolher a representação gráfica e, no caso de optarem por um gráfico de barras, a escala adequada.

Teria assim transformado a questão 2 numa forma pedagogicamente forte em relação à compreensão gráfica. Carvalho (2009) refere um estudo feito anteriormente com alunos do 7.º ano de escolaridade durante a realização de tarefas estatísticas em que não é indicado explicitamente o modo de apresentar os resultados disponíveis. Num dos exemplos apresentados pela autora, a tarefa consistia em apresentar de um outro modo os dados relativos ao número de automóveis vendidos de diversas marcas em Portugal, ao longo dos anos de 1990 e de 1991, disponibilizados em texto, numa notícia de uma revista de carros. Os alunos privilegiaram os gráficos como modo de apresentação dos dados por serem visualmente mais imediatos mas depararam-se com algumas dificuldades. Para além do fato de terem duas distribuições, a ordem de grandeza dos dados, que era de 10^4 , trouxe dificuldades acrescidas aos alunos, pouco habituados a trabalhar com números com esta ordem de grandeza nas aulas. As dificuldades com as escalas manifestaram-se na procura de um intervalo que abrangesse todos os dados da distribuição. Alguns alunos não conseguiram descobrir, desistiram da construção do gráfico e optaram, na sua maioria, por reescrever o texto.

A investigação sobre o ensino e aprendizagem da Estatística têm evidenciado que os alunos revelam, frequentemente, dificuldades e ideias incorretas tanto no campo conceitual como em aspetos computacionais (Martins & Ponte, 2010). Os autores sugerem que algumas das

dificuldades se relacionam com a natureza da Estatística mas que outras derivam das estratégias de ensino utilizadas e do tipo de experiências proporcionadas aos alunos.

Torna-se então importante criar situações na aula em que estas dificuldades e erros, já diagnosticados pelos professores na sua prática letiva e na investigação em educação estatística, sejam alvo de discussão e de reflexão na aula, evitando deste modo obstáculos cognitivos ou tentar ultrapassá-los no caso de se verificarem (Batanero, Godino, Vallecillos, Green, & Holmes, 2012).

Para que o professor possa preparar essas situações didáticas em que o aluno é confrontado com os seus obstáculos cognitivos e os tenta superar, é necessário que conheça as conceções alternativas, os erros e equívocos comuns dos alunos que já foram detetados e estudados na investigação em educação estatística.

Segmento de ensino 7MT1Q2 - aula 16 de maio	
<p>MARIA: Daniela, quantos símbolos lá estão?</p> <p>Aluna D: Um carro mais um bocado.</p> <p>MARIA: E o que é esse bocado? Há um bocado disse, dividam em 4 partes. O que tens aqui? Uma das 4 partes, ou seja, tens 1 quarto. Em Portugal, temos 1 símbolo mais 1 quarto de símbolo ou seja, 1,25. Temos 1,25 vezes 177 650, que dá aproximadamente 222 063 carros. E venderam um número de carros inteiro. E se pedissem em relação à Suécia, quantos símbolos tem o país Suécia? [Os alunos responderam 1 e meio] Depois é fazer a mesma coisa. E ao Luxemburgo? Nem é uma roda. É um quarto. Estão a ver a dificuldade do pictograma quando não são símbolos inteiros? Fica-se na dúvida se aquilo corresponde exatamente a um quarto ou a um bocado mais do que um quarto. Ou seja, para além de ser difícil nós fazermos, imaginem que temos de fazer estes símbolos, já é difícil nós estarmos a fazer um pictograma, às vezes a leitura também suscita-nos algumas dúvidas. O pictograma é bonito mas não é nada prático nós fazermos.</p>	Fundamentação Conhecimento procedimental

Análise do segmento de ensino 7MT1Q2

A professora referiu as dificuldades inerentes à construção e à leitura de um pictograma. No pictograma da questão 2 estuda-se o número de carros de passageiros vendidos em alguns países da Europa no ano de 2008, o símbolo usado é um carro e a legenda estabelecida indica que a cada símbolo corresponde aproximadamente a 177 650 carros vendidos. Curcio (1989) realça que, quando uma legenda é imposta, deixando de haver uma relação de um para um entre o símbolo e o item que simboliza, passa a ter que ser levada em conta para interpretar o pictograma, o que pode causar dificuldades aos alunos porque, por vezes, é necessário recorrer a uma fração do símbolo usado. A dificuldade em estabelecer a relação entre a fração do símbolo considerada e a frequência absoluta que representa foi devidamente realçada pela professora.

Na entrevista posterior à aula, a professora justificou a adoção desta tarefa, onde as dificuldades manifestadas pelos alunos na interpretação do pictograma não a surpreenderam.

MARIA: Em relação às dificuldades, no pictograma, a ideia foi mesmo eles trabalharem e eles próprios sentirem alguma dificuldade, ou não, na interpretação do pictograma. Se, à partida, fosse falar muito sobre o que é o pictograma, as características, às tantas aqueles pormenores deles dizerem como é que eu vou olhar para além e vejo que é metade ou é um quarto ou é.... às tantas, não sentiam isso.

Segmento de ensino 8MT1Q2 - aula 16 de maio	
<p>MARIA: “O Luxemburgo é um país rico mas foi onde houve menos volume de vendas. Indica uma justificação possível para esta situação.” [A professora leu o enunciado da alínea.]</p> <p>Aluna R: É um país que tem menos população.</p> <p>Aluna L: Andam de bicicleta.</p> <p>MARIA: A Raquel diz que uma das razões pode ser essa. Diz que é um país muito pequenino. Vocês têm a noção do tamanho do Luxemburgo?</p> <p>Alunos: É muito pequeno.</p> <p>MARIA: O Luxemburgo é para aí do tamanho do concelho da Covilhã, um bocado mais um bocado menos, não sei exatamente. Então o país é muito pequenino, muito pequenino mesmo, ainda é mais pequenino do que vocês estavam a pensar. Pode ser uma razão, a da Raquel. A Leonor diz que andam todos de bicicleta. Mas o país é muito sobe e desce e eu não acredito que andem todos de bicicleta.</p> <p>Aluna L: É tudo atleta. [risos]</p> <p>MARIA: Além da razão da Raquel, outra pode ser eles estão muito concentrados na cidade, na capital, andam de transportes públicos.</p>	Transformação Material de ensino

Análise do segmento de ensino 8MT1Q2

“Construir, analisar e interpretar representações dos dados (incluindo o histograma) e tirar conclusões” (Ponte, et al., 2007, p. 60) é um dos objetivos específicos do tema organização e tratamento de dados no 3.º Ciclo, o que implica que o trabalho nas aulas com gráficos não se deve limitar ao desenvolvimento de competências relacionadas com a sua construção e consequente marcação de eixos, de pontos ou de escalas nem se deve esgotar em leituras simples do gráfico. Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) defendem que “mais do que insistir na construção, o professor deve procurar ir além da informação imediata resultante de uma simples leitura dos dados.” Para os autores, “os gráficos não devem surgir como um fim em si mesmo, mas como um meio de comunicar um pensamento ou para investigar dados através de diferentes representações” (p. 99). Neste segmento de aula, a professora discutiu com os alunos as possíveis justificações para o fato do Luxemburgo ser um país rico e, no entanto, ter

sido o país que registou o menor volume de vendas, propondo assim uma “leitura por detrás dos dados”. Uma “leitura por detrás dos dados” traduz-se num nível de compreensão gráfica que inclui estabelecer conexões entre o contexto e o gráfico, procurando as condicionantes que levam a que num determinado momento se produzam uns dados e não outros (Shaugnessy, 2007). A importância do conhecimento do contexto na procura de causas para a variação e na relação entre as variáveis subjacentes aos dados é também reconhecida por Wild e Pfanchkuch (2004).

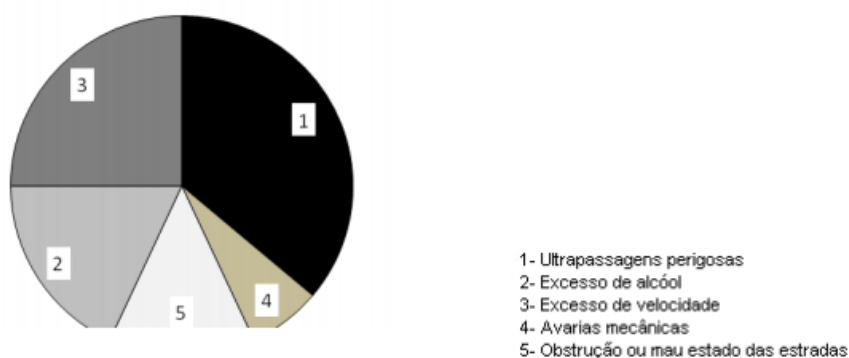
A discussão promovida em torno da leitura do gráfico vai ainda de encontro às recomendações feitas por Curcio (1987) que sugere que a discussão dos gráficos em anos básicos gire em torno da linguagem, o que inclui ouvir, falar, ler e escrever. O autor defende que o aluno deve ser encorajado a falar ou a escrever sobre os gráficos, o que lhes permite clarificar o pensamento e comunicar a sua interpretação aos outros.

A comunicação matemática é uma das capacidades transversais a todo o trabalho na disciplina de Matemática e a professora promoveu nesta aula a interação necessária para o desenvolvimento dessa capacidade. Através do questionamento oral, levou os alunos a interpretar e discutir informação apresentada no gráfico, visando uma leitura que não é imediata.

Tarefa 1 - Questão 3
<p>Tipo de representação gráfica: Gráfico circular</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: leitura com interpretação</p>

3. Observa o gráfico circular com os resultados de um estudo realizado sobre as causas de acidentes de viação.

Causas de Acidentes de Viação
Estudo feito sobre amostra de 1000 acidentes



- Qual foi a causa da maioria dos acidentes?
- Indica a causa de um quarto dos acidentes.
- Explica por que são verdadeiras as seguintes afirmações:
 - “mais de metade dos acidentes teve como causa o excesso de velocidade e as ultrapassagens perigosas”;
 - “o excesso de álcool e a obstrução ou mau estado das estradas causou mais de um quarto dos acidentes”.
- Observa o gráfico e escreve uma afirmação falsa e outra verdadeira.

Segmento de ensino 9MT1Q3 - aula 16 de maio	
<p>MARIA: É um gráfico piza, cortada às fatias.</p> <p>Aluno M: Há alguém que vai comer mais. [risos]</p> <p>MARIA: Sim, ali há alguém que vai comer mais. A cada fatia, nós chamamos um setor circular. Setor porque é uma parte do círculo. Quando falarmos em setor circular, já toda a gente sabe que falamos de uma porção daquele gráfico.</p>	<p>Não Contingência Uso de oportunidade</p>

Análise do segmento de ensino 9MT1Q3

Na questão 3, o gráfico a estudar é um gráfico circular em que se representam os resultados de um estudo realizado sobre as causas de acidente de viação. Os gráficos circulares ou de setores são outro exemplo de representação gráfica muito presente na comunicação social.

São usados essencialmente para dados qualitativos e o número de setores varia de acordo com as modalidades consideradas, neste caso, cinco causas de acidentes de viação. No episódio destacado, a professora podia ter aproveitado a brincadeira do aluno e averiguado o porquê do aluno fazer tal correspondência, abrindo caminho para o raciocínio proporcional. A observação do aluno parte da sua experiência e podia ter sido explorada como ponto de partida para a proporcionalidade a estabelecer entre os ângulos dos setores e a frequência de cada modalidade.

Segmento de ensino 10MT1Q3 - aula 16 de maio	
MARIA: [...] Nestes gráficos ... estão-se a lembrar do primeiro, das horas de sono? Que era um gráfico de barras? Na escala horizontal tinha uma legenda, na escala vertical tinha outra legenda, lembram-se? Número de horas de sono na horizontal, número de pessoas na vertical. O pictograma tinha uma legenda em cima e depois teria o que cada símbolo vale. Neste caso, a legenda tem de estar cá mesmo aqui ao lado, senão, eu não sei o que cada fatia daquelas corresponde. Assim, com a legenda que aqui está, já sei que a mais escura, vou aqui e leio. No gráfico circular tenho de ter mesmo a legenda aqui ao lado senão não entendo nada. Porque na outra a legenda estava no próprio gráfico e nesta está mesmo ao lado do gráfico, senão depois fica sobreposto e pode ser uma grande confusão.	Fundamentação Conhecimento procedimental

Análise do segmento de ensino 10MT1Q3

Curcio (Curcio, Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs, 1987) considera que a facilidade com que um sujeito interpreta os dados e generaliza a informação contida num determinado tipo de representação gráfica depende das experiências a que já foi exposto com essa forma de representação. São essas experiências que lhe irão permitir identificar informação relevante e necessária para a compreensão do gráfico, por exemplo: o tipo de gráfico, a relação matemática e as ideias que traduzem e as operações matemáticas que encerra e possibilita. O autor inclui estes três fatores nos mais consequentes para a compreensão gráfica.

Ao trabalhar com tipos de gráficos com que os alunos já contactaram, gráfico de barras, pictograma e gráfico circular, a professora estabelece relações entre as experiências que lhes proporciona e os conhecimentos prévios que já devem ter adquirido em experiências anteriores. Na entrevista posterior à aula, a professora revela a importância que atribui às relações estabelecidas:

Entrevistadora: [...] recorres várias vezes aos conhecimentos que eles têm anteriores, no sentido de que façam um esforço para se lembrar daquilo que já conhecem em vez de chegar lá e fazer revisões, acabas por esperar que sejam eles próprios a recordar e a fazer e a recorrerem-se de conhecimentos anteriores para resolver determinada

tarefa ou determinada atividade. Achas que esses conhecimentos anteriores são importantes para a base daquilo que eles vão aprender a seguir ou podias...

MARIA: Fazer tábua rasa ...

Entrevistadora: E partir do princípio que nada sabem e vamos trabalhar daí e construir tudo do zero?

MARIA: Não, acho que é importante e até perceberem que há coisas que eles sabem, mesmo que não seja da escola, da sala de aula, que podem contribuir para a aprendizagem. Portanto, acho que é importante, muito importante.

Segmento de ensino 11MT1Q3 - aula 16 de maio	
<p>MARIA: Então tenho de olhar para o setor 1 e para o setor 3. O 3 já sei que é um quarto. E o 1?</p> <p>Os alunos responderam que é mais de um quarto.</p> <p>MARIA: Os dois juntos fazem...</p> <p>Aluna L: Representam um quarto mais um bocadinho. [A aluna vai explicar ao quadro] Ou seja, fica um quarto mais um quarto faz dois quartos e dois é metade de quatro, ou seja, fica metade da circunferência, e se fica mais um bocadinho de um quarto, faz mais de metade.</p>	Contingência Uso de oportunidade

Análise do segmento de ensino 11MT1Q3

“Sem raciocínio proporcional, os alunos apenas veem contas e perdem o poder de reduzir dados e de mostrar tendências dos gráficos. O pensamento proporcional é fundamental para que os gráficos estatísticos façam sentido” (Shaugnessy, 2007) (Shaugnessy, 2007, p. 989). Também Watson e Nathan (2008) destacaram a importância do raciocínio proporcional num estudo em que recorreram a um problema que inclui uma tabela de dupla entrada para analisar as respostas dadas por 29 professores relativas à ideia estatística por detrás do problema proposto e sugerir respostas apropriadas e não apropriadas que esperavam que os alunos dessem. A maior parte dos professores que colaboraram no estudo compreenderam que o problema exposto requeria raciocínio proporcional e, de um modo geral, sugeriram a necessidade de recorrer a percentagens, frações ou rácios. No entanto, vários professores consideraram o problema difícil demais para colocar aos seus alunos e apenas 16 sugeriram explicitamente a solução matemática do problema, o que constituiu uma decepção para as autoras que consideram o raciocínio proporcional um elemento essencial no pensamento estatístico e as capacidades de raciocínio proporcional fundamentais na formação matemática dos alunos.

O raciocínio proporcional ganhou espaço por diversas vezes ao longo da aula e a professora aproveitou as iniciativas de uma das alunas para o desenvolver nos outros alunos da turma.

Tarefa 1 - Questão 4
<p>Tipo de representação gráfica: Gráfico de linha e gráfico circular</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: leitura com interpretação</p>

4.



Para cada uma das notícias escreve um pequeno texto com três informações significativas retiradas de cada um dos gráficos.

Segmento de ensino 12MT1Q4 - aula 16 de maio	
<p>Aluna M: Ainda não percebi o que é para fazer.</p> <p>MARIA: Estes gráficos são gráficos de um jornal e são aqueles gráficos que nós estamos constantemente a ver nos jornais, nas revistas, na televisão e são situações reais. O que se pede aqui é, destes dois gráficos, tirarem informações, imaginem que querem falar sobre eles à turma ...</p> <p>Aluna M: Mas só três.</p> <p>MARIA: Sim, podemos tirar muitas. O gráfico do lado direito é um gráfico circular, apesar de ter um buraco no meio, e o da esquerda é um gráfico de linha. Vão tirar três informações e amanhã falamos sobre elas.</p>	<p>Conexão</p> <p>Antecipação de complexidade</p> <p>Transformação</p> <p>Material de ensino</p>

Análise do segmento de ensino 12MT1Q4

Na questão 4. da tarefa 1 - comentar situações e notícias, são apresentados dois gráficos, um de linhas intitulado “a idade das vítimas” e um circular com o título “O que é necessário para combater a violência nas escolas?” do jornal O Público e solicita-se aos alunos que escrevam um pequeno texto com três informações significativas retiradas de cada um dos gráficos. A professora propôs que cada aluno resolvesse individualmente a questão, colocando por escrito a interpretação de cada um dos dois gráficos e as informações que dele conseguiam obter. O

exercício foi proposto para casa e, na aula seguinte, discutiriam as frases escritas. Os alunos revelaram alguma dificuldade em compreender o que lhes era solicitado.

O recurso a gráficos da comunicação social torna-se importante pela necessidade de chamar a atenção das pessoas para o fato de que o mesmo fenómeno em investigação pode produzir modos de apresentação distintos e possivelmente conflituosos e que há gráficos criados intencionalmente para enganar ou destacar/ocultar uma tendência específica ou uma diferença (Gal, Adult statistical literacy: meanings, components, responsibilities, 2002). Também Espinel, Gonzalez, Bruno e Pinto (2009) referem que o professor deve dispor de ferramentas didáticas que lhe facilitem o seu trabalho e aí incluem o recurso aos gráficos da imprensa escrita que consideram que podem ser excelentes para motivar os alunos em contexto escolar, incluindo gráficos enganadores.

O programa de Matemática segue estas recomendações da investigação em educação estatística, referindo que o professor deve “promover uma atitude crítica relativamente à utilização de gráficos enganadores e amostras mal selecionadas, exemplificando algumas destas situações” (Ponte, et al., 2007, p. 60).

Numa investigação de carácter qualitativa, Dolores e Cuevas (2007) exploraram o tipo de leituras e interpretações feitas pelos estudantes da educação básica de gráficos selecionados da comunicação social. Concluíram que os alunos fazem uma leitura maioritariamente ponto a ponto, privilegiam máximos e mínimos, fazem descrições qualitativas de como muda referindo que sobem ou descem, não estabelecem relações co-variacionais nem calculam quanto mudam as variáveis e não procuram a razão dessa mudança. As evidências obtidas também indicam pouco conhecimento dos significados dos conceitos sociais representados nos gráficos.

Rumsey (2002) defende que também é importante apresentar bons exemplos, onde a estatística é utilizada de forma correta, e não apenas maus exemplos para evitar que os alunos se tornem demasiado cétricos relativamente à estatística usada na comunicação social. Carvalho (2009) concluiu que a capacidade dos alunos em lidar com gráficos aumenta à medida que progridem na sua escolaridade e que, apesar de não manifestarem grandes dificuldades na sua leitura, o mesmo não acontece quando têm de responder a questões relacionadas com a interpretação, a construção ou fazer previsões baseadas na informação presente nos gráficos. Na entrevista, a professora revelou compreender o que torna uma tarefa fácil ou difícil, identificando na tarefa os aspetos que influenciam a sua complexidade:

MARIA: É, eu acho que eles gostam dos gráficos, eles olham e gostam mesmo que não saibam muito bem o que dizer deles (risos). Eles têm dificuldade em passar para o papel, eles tiram os dados e eles dizem, mas depois quando têm de passar para o papel têm alguma dificuldade

Entrevistadora: A interpretação tem sido fácil, eles têm feito a interpretação mas não sei até que ponto vão para lá disso, não é?

MARIA: É isso, escrevê-la, escrevê-la como se tivessem de fazer uma notícia ou de tirar três tópicos isso já têm dificuldade. Mas isso já vai para além da matemática, a dificuldade que eles têm em escrever...

Realça ainda a dificuldade, já diagnosticadas nos seus alunos, de escrever um texto, de colocar por escrito as informações que conseguem retirar do gráfico.

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: Tarefa 2 - Quais são os nossos animais domésticos?</p> <p>Objetivo definido para a tarefa: ler e interpretar gráficos de tipos distintos, revendo gráficos já estudados no ciclo anterior; aprender a recolher e registar dados.</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p>

A tarefa 2 - Quais são os nossos animais domésticos? - encontra-se na proposta de sequência de tarefas para o 7.º ano - 3.º ciclo, da autoria dos professores das turmas piloto do 7º ano, elaborada no ano letivo 2008/2009. Está dividida em 3 questões e é referido, na proposta, que os professores devem valorizar, na discussão, as respostas às alíneas da questão 3. A professora tinha solicitado aos alunos que resolvessem a tarefa em casa, numa folha, para que a pudesse corrigir, o que permitiu detetar erros cometidos na sua resolução e esclarecê-los na aula aquando a discussão da tarefa. A tarefa prevê a leitura e interpretação de informação apresentada sob diversas formas de representação já estudadas anteriormente, gráfico de barras, pictograma, gráfico circular.

Em cada uma das três questões desta tarefa, encontraram-se segmentos de ensino que se destacaram em termos das dimensões e categorias definidas, distribuídos do seguinte modo:

Tarefa 2		
Questão 1	Questão 2	Questão 3
1MT2Q1	7MT2Q2	9MT2Q3
2MT2Q1	8MT2Q2	10MT2Q3
3MT2Q1		11MT2Q3
4MT2Q1		
5MT2Q1		
6MT2Q1		

Tarefa 2

Tipo de representação gráfica: gráfico de barras

Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:

☒ Ler os dados ☒ Ler entre os dados ☒ Ler para lá dos dados ☒ Ler por detrás dos dados

Observações: construção e leitura com interpretação

Tarefa 2 – Quais são os nossos animais domésticos?

Na escola, um grupo de alunos decidiu averiguar se as famílias têm animais domésticos e no caso de os terem, que animais domésticos é que têm. Foram para a porta da escola e às primeiras 50 pessoas que passaram fizeram as seguintes perguntas:

Tem algum animal doméstico? Se sim, qual o animal doméstico que tem há mais tempo?

Para anotar a informação que iam recebendo, tinham uma folha de papel, idêntica à do lado.

À medida que as pessoas iam respondendo, anotavam com um traço. Faziam grupos de 5 traços, em que o quinto traço corta os outros 4. Estes grupos tomam mais fácil a contagem posterior.

Não:	
Sim:	
Cão	
Gato	
Cágado	
Petros	
Passarinho(s)	
Porquinho(s)-da-Índia	
Ratinho(s)	
Coelho(s)	
Galinha(s)	
Pombos	

1. Organiza os dados numa tabela.

2. Constrói um gráfico de barras.

3. Responde às seguintes questões:

- Houve mais pessoas a responderem que tinham cão ou gato?
- Das pessoas que responderam, qual o animal que era menos frequente ter em casa?
- Se o mesmo grupo de alunos tivesse feito a mesma pergunta a outras 50 pessoas, no mesmo local e à mesma hora, o que é que esperavas que as pessoas respondessem mais vezes? Porquê?
- Se no segundo grupo das 50 pessoas inquiridas, 9 pessoas respondessem que tinham gato, ficavas admirada(o) ou achavas essa resposta muito possível? Porquê?
- Se, ainda neste novo grupo, 20 pessoas dissessem que tinham em casa galinhas, ficavas admirado? Porquê? Mais ou menos quantas pessoas esperarías que dissessem que tinham galinhas?

Texto adaptada de Martins, M. Eugénia Graça; Loure, Luisa Castro e Mendes, M. Fátima. *Análise de dados*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Segmento de ensino 1MT2Q1 - aula 20 de maio	
MARIA: A contagem que diz respeito projetei-a ali no quadro. Da forma como está, facilmente conto. Até está escrito, a Raquel falou, contavam 4 tracinhos e o quinto corta. O que é que acontece? Isso vai permitir que, eu olhando para aqui, não preciso de contar os tracinhos todos, digo logo: o cão, 5 mais 5 mais 3; o gato tem 5 mais três; o cágado tem 4; os peixes, 4, os passarinhos, 5; eu não preciso de contar os tracinhos. Imaginem que têm 60 respostas, 60 pauzinhos, das duas, uma, no meio daquilo tudo, já me estava a perder, assim, se fizer de 5 em 5 basta contar quantos conjuntos de 5 lá têm.	Fundamentação Conhecimento Procedimental

Análise do segmento de ensino 1MT2Q1

A professora projetou a tarefa 2 - Quais são os nossos animais domésticos?, em que os dados são apresentados por um esquema de contagem gráfica (tally chart) e destacou a vantagem da contagem dos dados por tally chart, que permite identificar cada uma das categorias que a variável pode assumir no conjunto de dados e organizar os dados de forma a facilitar a contagem do número de elementos em cada categoria, estabelecendo de forma clara a frequência absoluta de cada categoria.

Segmento de ensino 2MT2Q1 - aula 20 de maio	
MARIA: [...] A questão é: organiza os dados numa tabela. E numa tabela, o que eu devo ter em conta a quê? As respostas referentes a quê? [os alunos não respondem] O nosso trabalho é em relação aos animais domésticos. Numa tabela, vou colocar ... o que nós estamos a falar? Aluno A: Animal. MARIA: Animal ...não é um animal qualquer, é um animal doméstico [constrói uma tabela no quadro e, na primeira coluna, escreve animal e depois completa com doméstico].	Fundamentação Uso de terminologia e notação adequada

Análise do segmento de ensino 2MT2Q1

A professora Maria promoveu, no decorrer das aulas, o rigor com que os alunos se exprimiam, aspeto importante para que a comunicação seja clara. O uso de terminologia adequada permite que os alunos aperfeiçoem os seus processos de comunicação, o que lhes facilitará descrever e explicar as estratégias e procedimentos estatísticos utilizados, bem como as conclusões a que chegam.

A questão da linguagem utilizada no contexto de ensino e aprendizagem pretende-se rigorosa e clara para facilitar a transmissão de ideias. Os alunos têm de usar as suas habilidades de linguagem quando transmitem a sua compreensão de situações em que a estatística pode

desempenhar um papel. Gal (2003) apontou a capacidade de uma pessoa transmitir a sua ideia sobre uma informação estatística como um aspeto fundamental do pensamento estatístico e da literacia estatística.

Sproesser e Kuntz (2013), num estudo sobre o papel da linguagem na literacia estatística e no pensamento estatístico, concluem que os alunos tendem a recorrer à linguagem do dia-a-dia para transmitir as suas ideias relativas a um problema estatístico e que, muitas vezes, a não disponibilidade dos conceitos adequados afeta a qualidade das suas afirmações. Concluem também que o uso de linguagem apropriada e a compreensão estatística parecem estar relacionados e desempenham ambos um papel importante na abordagem dos alunos aos problemas estatísticos. Na amostra em estudo, o desenvolvimento da linguagem não acompanhou o desenvolvimento da intuição ou da compreensão. Em termos mais gerais, o melhoramento da compreensão estatística e o desenvolvimento da linguagem de domínio específico parecem quase duas faces de uma medalha, pela sua importância complementar na aprendizagem conceitual.

Segmento de ensino 3MT2Q1 - aula 20 de maio	
<p>MARIA: Cágado? 4; peixes, 4; passarinhos, 5; porquinhos da Índia, 1; ratinhos, 2; coelhos, 3; Galinhas, 2; pombos 3 [os alunos vão dizendo os valores da frequência absoluta e a professora vai completando a tabela no quadro]. Este total há-de ser quanto?</p> <p>Alunos: 50.</p> <p>MARIA: 50 foram as que responderam ao inquérito. 45 foram as que disseram que têm animal doméstico. Então, quando somo isto tudo tem de dar 45 [conferiu a soma]. Agora quem colocou na tabela “Não”, já percebeu porque tem lá um ponto de interrogação ou algum reparo.</p>	Transformação Material de ensino

Análise do segmento de ensino 3MT2Q1

O fato dos alunos terem resolvido a tarefa 2 - “Quais são os nossos animais domésticos?” em casa, para ser entregue à professora e corrigida, permitiu que a professora identificasse alguns erros cometidos pelos alunos e esclarecer algumas questões na aula seguinte. A escolha da tarefa 2 permitiu confrontar os alunos com uma situação que gerou dificuldades na construção da tabela. Os alunos tiveram de decidir se deveriam, ou não, incluir a resposta “Não” na tabela e houve alguns alunos que, na resolução da questão 1 e 2 da tarefa 2, aceitaram a resposta “Não” como uma categoria da variável. Na procura do total das frequências absolutas e, conseqüentemente, na determinação das frequências relativas, esta questão de terem sido entrevistadas 50 pessoas mas apenas 45 terem respondido positivamente à questão “Tem algum animal doméstico?”, levantou algumas dúvidas que foram esclarecidas na aula.

Segundo Carvalho e César (2001), “não basta alterar os planos curriculares para que os alunos passem a aprender Estatística evitando a excessiva computação que o seu ensino tem contemplado”. É importante que as práticas dos professores sigam as orientações curriculares e metodológicas e proporcionem aos alunos experiências capazes de transformar a aprendizagem numa atividade significativa e gratificante para os alunos e para o professor. Para isso, o professor deve dispor de ferramentas didáticas que facilitem o seu trabalho de sequenciar o conhecimento a transmitir de modo a torna-lo o mais compreensível possível, como, por exemplo, ferramentas para confrontar os alunos com determinadas dúvidas suscitadas em tarefas escolhidas para o efeito. A experiência profissional do professor e a discussão que mantém com outros professores, nos momentos de planificação ou de formação, podem facilitar a antecipação de algumas das dificuldades com que os alunos se deparam. No caso da educação estatística e, mais especificamente, na representação gráfica, “os erros e dificuldades mais frequentes que impedem um maior à-vontade para lidar com diferentes gráficos são alvos da investigação e o seu conhecimento pode considerar-se uma ajuda profissional” (Batanero, Godino, Vallecillos, Green, & Holmes, 2012).

Segmento de ensino 4MT2Q1 - aula 20 de Maio	
<p>MARIA: [...] A frequência relativa, cujo símbolo f_i, há mais símbolos mas nós usamos este, e vamos colocar, porque nos dá mais jeito, em percentagem.</p> <p>Aluna L: Então podíamos colocar em quê?</p> <p>MARIA: Sem ser em percentagem, os valores, os resultados dos quocientes. Na frequência relativa, será 13 a dividir por 45, dá 0,288888, em percentagem, multiplicar por 100, quanto vai dar? [projeta a calculadora gráfica para fazer os cálculos necessários e os alunos irem acompanhando]</p> <p>Aluna M: 28,888.</p> <p>MARIA: Se 28,888, ou seja, se eu quiser com uma casa decimal, vem 28,9%. E ainda vou continuar. 8 a dividir por 45, dá 0,177777... em percentagem, fica 17,8% [continua a calcular as frequências relativas, escrevendo no quadro todos os cálculos feitos e completando a tabela com os valores das frequências relativas]. 4 a dividir por 45 dá 0,08888...em percentagem?</p> <p>Alunos: 8,9%</p> <p>MARIA: Vocês já sabem os arredondamentos. Agora é outra vez 4, não preciso de estar ... 5 a dividir por 45, isto é, 0,1111... em percentagem?</p> <p>Alunos: 11,1%.</p>	Fundamentação Identificação de erros e dificuldades

Análise do segmento de ensino 4MT2Q1

No episódio acima transcrito, a professora insistiu no cálculo de percentagens, item em que alguns dos seus alunos já revelaram dificuldades. A reflexão acerca das dificuldades encontradas pelos alunos, quando confrontados com uma representação gráfica, levanta a

hipótese das dificuldades mais significativas nos gráficos, circulares ou de barras, estarem relacionadas com a proporcionalidade e que, por isso, se deve aproveitar a oportunidade de trabalhar nas percentagens, nas escalas e nas regras de três simples.

Schield (2006) apresenta resultados de uma investigação que visa estudar as dificuldades na leitura de tabelas e de gráficos de rácios e percentagens e na descrição e na comparação dos dados. Refere, por exemplo, a dificuldade na simples descrição de uma percentagem apresentada num gráfico circular e a dificuldade registada na comparação de dados quando se usam termos como “duas vezes mais” na descrição de dados de uma tabela de dupla entrada. O autor conclui que os conceitos de razão, proporção e a compreensão de percentagens são fundamentais na representação gráfica estatística e que os professores de Estatística deviam aceitar a responsabilidade de ensinar os alunos a ler, interpretar e comunicar de forma correta dados resumidos em tabelas e gráficos.

Segmento de ensino 5MT2Q1 - aula 20 de maio	
<p>MARIA: [...] A soma destes valores todos que estão nesta coluna [aponta para a coluna das frequências absolutas] terá que dar quanto? Este total é 45, número total de pessoas que responderam animal doméstico. A soma destes valores todos que estão nesta coluna toda [destaca com a mão a coluna das frequências relativas], terá de dar quanto?</p> <p>Aluno A: 100.</p> <p>Aluno B: 100, não, porque 100 é 50.</p> <p>MARIA: Reparem que o meu total agora é 45. Foi esse número que entrou em jogo.</p> <p>Aluna M: Ah! Vai dar 100%.</p> <p>MARIA: Das pessoas que responderam Sim, porque os que disseram Não, não me interessa agora, 13 responderam cão, quantos responderam gato, ...tem de dar 100%.</p> <p>Aluna L: Porquê?</p> <p>MARIA: Todas as pessoas que estão aqui representadas responderam que têm animais domésticos. Vamos somar [adicionou os valores aproximados das frequências relativas na calculadora projetada no quadro]. Vejam lá se não estou a enganar-me. E deu mesmo 100. Às vezes, não dá.</p> <p>Aluno M: Por causa dos arredondamentos.</p> <p>MARIA: Por causa dos arredondamentos.</p>	Transformação Material de ensino

Análise do segmento de ensino 5MT2Q1

O desenrolar da aula reforça a pertinência da tarefa escolhida. A dificuldade exposta no momento anterior ainda persiste. Pela intervenção do aluno que diz “100, não, porque 100 é 50” pode-se aperceber que nem todos os alunos ficaram convencidos do erro cometido ao

incluir a resposta Não como uma categoria da variável. Foi preciso retomar a questão, esclarecer uma e outra vez, até ouvir a interjeição da aluna “Ah! Vai dar 100%.”

Segmento de ensino 6MT2Q1 - aula 20 de maio	
<p>Aluna M: Quando aparece um sim e um não, nunca pomos o não.</p> <p>MARIA: Sim. A não que o que tu estejas a estudar seja sim ou não. Imagina, a pergunta podia não ter a ver que tipo de animal doméstico tem. Podia ser, tem animal doméstico ou não tem animal doméstico. Aqui estás a estudar os sim e os não. Por exemplo, mora na Covilhã ou não mora na Covilhã? Sim, não.</p>	Transformação Escolha de exemplos

Análise do segmento de ensino 6MT2Q1

A professora esclareceu a aluna com um exemplo simples e elucidativo, referindo o caso do tratamento dos resultados de um inquérito em que a resposta possível fosse Sim ou Não. Rowland, Thwaites e Huckstep (2003) apresentaram o enquadramento teórico adotado nesta investigação, o quarteto do conhecimento, aplicado ao estudo do conhecimento do conteúdo matemático de futuros professores do ensino básico enquanto ensinam. Uma das categorias destacadas pelos autores foi a escolha de exemplos. Num conjunto de exemplos apresentados pelos futuros professores participantes no estudo, muitos foram considerados desadequados pelos autores e confirmaram que os estudantes para professores necessitam de ajuda e orientação no que se refere aos diferentes papéis que os exemplos desempenham no ensino da Matemática. Os autores do artigo consideram ainda que a escolha adequada, ou não, dos exemplos que apresentam aos alunos, feita pelos futuros professores do ensino do primeiro ciclo, pode ser um indicador significativo do conhecimento do conteúdo matemático para ensinar.

Segmento de ensino 7MT2Q2 - aula 20 de maio	
<p>MARIA: O Miguel fez este gráfico. Mas a continuação do gráfico está aqui. Aham que tem lógica?</p> <p>Alunos: Não.</p> <p>MARIA: Então eu estou a ver aqui o gráfico e depois tenho de virar a página para ver aqui o resto?</p> <p>Aluno M: Então como é que fazia?</p> <p>MARIA: Podia fazer tudo na parte detrás ou então encolhias as barras e já cabia tudo. A questão é: Para que é que a gente faz um gráfico? Para interpretar o que lá está nos dados. Então, se faz metade num lado e metade no outro, como é que eu olho e interpreto alguma coisa?</p>	Fundamentação Consciência de objetivos

Análise do segmento de ensino 7MT2Q2

A correção da tarefa permitiu conhecer os erros cometidos pelos alunos, alertar e discutir esses mesmos erros na turma. Um aluno construiu parte de um gráfico de barras numa folha e a outra parte no verso da folha e justificou a resolução com o nome comprido das categorias da variável. A professora aproveitou para reforçar o objetivo da Estatística de reduzir os dados e apresentá-los de forma a facilitar a sua leitura e interpretação, o que não é cumprido no caso de ter o gráfico dividido em dois, como fez o aluno. O tipo de gráfico escolhido pelo aluno era adequado à situação estatística e à variável a representar e apresentava os elementos de forma correta, título, eixos e sua identificação e escala, no entanto, era uma construção incorreta do gráfico por não facilitar a leitura dos dados. A professora pôde confrontar o aluno com as dúvidas que o levaram à construção do gráfico e sugerir alternativas.

É importante ter presente que “a compreensão dos gráficos é uma habilidade dos leitores que permite obter informação a partir de um gráfico criado por eles mesmos ou por outros” (Friel, Curcio, & Bright, 2001). A professora revelou consciência dos objetivos do tema ao criar no aluno a necessidade de, ao fazer um gráfico, o faça de modo a permitir que ele próprio e os outros leitores retirem facilmente a informação que pretende transmitir.

Numa das entrevistas realizada após uma aula, esclarece a justificação da insistência na referência aos objetivos da representação gráfica em Estatística:

Entrevistadora: [...] volta e meia fazes referência aos objetivos da representação gráfica estatística. Achas importante referir a esses objetivos? Tu podias tê-los em mente e não os referir sequer, no entanto, volta e meia referes esses objetivos. Sentes que isso é importante para os garotos, para o decorrer da aula e do tema em si?

MARIA: Acho, é sempre com a esperança que “água mole em pedra dura, tanto bate até que fura”. Se nós formos dizendo uma vez e outra, pode ser que se eles não ouvem à primeira pode ser que ouçam à segunda, com esse sentido. Acho sempre ...

Entrevistadora: ... que é importante eles saberem ao fim e ao cabo para que é que estão a trabalhar, o sentido do trabalho.

MARIA: E acho que esta matéria... se há matéria, que eu acho, que lhes diz muito até é esta porque é muito do dia-a-dia e então agora com tanta informação que lhes tem aparecido, e acho que aqui se eles conseguirem não se esquecer de determinados pormenores e os possam usar no dia-a-dia e explicar ao pai, à mãe, ao tio, à avó, só têm a ganhar com isso. Pelo menos, tenho essa esperança.

Segmento de ensino 8MT2Q2 - aula 20 de maio	
MARIA: Alguns pormenores, se eu não identificar o que coloco no eixo das abcissas ou no eixo horizontal e no eixo vertical, como é que depois eu interpreto o gráfico? Tenho que ter nomes. O que é que nós vamos colocar	

<p>aqui? [aponta para o eixo horizontal]</p> <p>Alunos: Os animais.</p> <p>MARIA: E o que vamos colocar aqui? [aponta para o eixo vertical] Posso escrever aqui número de pessoas ou frequência absoluta e aqui, animal doméstico. Antes de interromper, estava a dizer que posso escolher frequência absoluta ou frequência relativa. Se não disserem, eu opto por aquela que quiser. Quantos animais temos? Um, dois, três, ..., dez. Neste eixo, tem de estar cá...</p> <p>Aluno B: Dez barras.</p> <p>MARIA: Dez barras mas não são 10 barras quaisquer, são 10 barras todas com a mesma largura. Como temos palavras compridas, como é que posso resolver? Ponho ao alto. Aqui estará o que respeita ao cão, ao gato, E entretanto, tenho de chegar ao 13, como disse a Carolina [no eixo vertical; a professora vai construindo o gráfico de barras no quadro]. Então, o cão tem 13 respostas, certo? [constrói a primeira barra, correspondente ao cão] O gato tem 8. E por aí fora, acabam em casa. Moral da história: qual é a particularidade das barras? Todas com a mesma largura e igualmente espaçadas, não é umas coladas, outras afastadas, ou então umas com 1 quadrícula no meio e outras com 2. Não, todas com a mesma largura e igualmente espaçadas.</p>	<p>Fundamentação Conhecimento procedimental</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------

Análise do segmento de ensino 8MT2Q2

A professora revelou conhecer adequadamente o procedimento da construção do gráfico de barras ao alertar os alunos para a necessidade de legendar os eixos, de estabelecer uma escala para o eixo vertical e de usar barras com a mesma largura e igualmente distanciadas. Na tarefa proposta, sugeriu ainda que escrevessem o nome das categorias na vertical uma vez que há nomes compridos.

O título, as legendas nos eixos e as escalas são parte importante num gráfico (Curcio, *Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs*, 1987) porque “fornecem informação contextual necessária à interpretação das variáveis representadas e das relações entre os diferentes elementos do gráfico” (Arteaga, Batanero, Cañadas, & Contreras, 2013). No estudo apresentado pelos quatro autores, foram poucos os futuros professores participantes no estudo que construíram gráficos sem lhe terem atribuído um título ou legendas mas muitos os que atribuíram um título ou uma legenda imprecisa. Houve também participantes que usaram escalas inapropriadas, por não abarcarem o intervalo de variação da variável representada, como encontraram Li e Shen (1992) ou por serem demasiado amplas, erro descrito por Wu (2004).

Segmento de ensino 9MT2Q3 - aula 20 de maio	
<p>MARIA: [...] Agora a questão “c) Se o mesmo grupo de alunos tivesse feito a mesma pergunta a outras 50 pessoas, no mesmo local e à mesma hora, o que é que esperavas que as pessoas respondessem mais vezes? Porquê?”</p> <p>Aluno: Cão.</p> <p>MARIA: Ok, cão. Mas porquê cão?</p> <p>Aluno B: Porque é o animal de estimação mais habitual.</p> <p>MARIA: Mas porque tu achas que é ou porque os dados assim o dão?</p> <p>Alunos: Por causa dos dados.</p> <p>MARIA: Atenção, eu posso imaginar que a resposta vai ser esta, no entanto, conheço os dados e a resposta é esta. Então é com esta informação que eu tenho de lidar. Porque das duas uma, ou eu estou errada ou então ... e tudo bem, só tenho de saltar para a outra informação. Se eu estou a usar aquilo que eu acho então não precisava de ter feito o estudo. Eu posso viver numa terra ou num grupo de pessoas que me levam a pensar, a seguir um determinado caminho quando na realidade alargando a todas as pessoas da nossa escola, tenho de pensar noutro. Então a resposta não pode ser assim: é cão porque é o animal doméstico mais habitual. Não, o resultado esperado seria cão porque segundo os resultados que eu obtive, com aquela amostra de 50 pessoas, me levou a concluir que o cão era o animal mais frequente. Vamos responder à questão 3.c), a resposta esperada será cão uma vez que os resultados obtidos a essa conclusão conduzem. E já agora, uma questão: e se fosse gato? É verdade que há uma diferença de 5 mas às tantas se a maior parte das pessoas desse grupo respondessem gato, não seria de estranhar, pois não?</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do</p> <p>Transformação Material de ensino</p> <p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p>

Análise do segmento de ensino 9MT2Q3

Um aspeto importante, também realçado pela professora, é o contexto em que se insere um trabalho estatístico. A professora realçou a necessidade de se ter em conta os dados e o contexto em que se recolhem as respostas, para dotar de significado o que se representou no gráfico e evitar a personalização dos dados, revelando um conhecimento aprofundado do tema e uma atenção especial a aspetos importantes identificados na Estatística. Carvalho e César (2001) evidenciam que “quando surgem algumas dificuldades na realização da tarefa, os sujeitos recorrerem à sua experiência quotidiana, o que se pode designar por argumentações baseadas no senso comum, para justificar as opções que vão tomando.”

Nesta alínea da tarefa é pedido aos alunos que compreendam a informação estatística, a interpretem e façam uma previsão das respostas que dariam as pessoas de um outro grupo de 50 pessoas a quem fosse colocada a mesma questão, no mesmo local e à mesma hora. Em GAISE College Report (2005), alertam que, mesmo numa sala de aula tradicional, é possível

envolver ativamente os alunos no processo de ensino e aprendizagem através de atividades de discussão. A professora transformou esta alínea da tarefa numa discussão entre alunos e entre alunos e ela própria, envolvendo os alunos e transformando a alínea num episódio de aprendizagem ativa e efetiva. Esta transformação é possível pela confiança que a professora deposita no seu saber estatístico e no à-vontade que sente em relação aos alunos desta turma, que lhe permitem fomentar uma aprendizagem ativa.

Segmento de ensino 10MT2Q3 - aula 20 de maio	
<p>MARIA: [...] alínea “e) Se, ainda neste novo grupo, 20 pessoas dissessem que tinham em casa galinhas, ficavas admirado? Porquê? Mais ou menos quantas pessoas esperarías que dissessem que tinham galinhas?” Quantas pessoas deste grupo responderam galinhas?</p> <p>Alunos: 2.</p> <p>MARIA: Duas pessoas. daquelas 50 pessoas, das 45 que disseram que sim, duas disseram galinhas como animal doméstico. Doméstico quer dizer que pode estar dentro da minha casa. Neste conjunto de pessoas, 2 responderam galinha. Vocês acham que noutra grupo de 50, no mesmo dia, à mesma hora, se o grupo de pessoas que aqui está for aleatório e o outro for aleatório, acham que vão ter 20 respostas galinha?</p> <p>Alunos: Não.</p> <p>MARIA: Ou seja, se aqui temos duas respostas, qual é o valor que vocês esperam?</p> <p>Aluno: 3 ou 4.</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p> <p>Transformação Material de ensino</p> <p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p>

Análise do segmento de ensino 10MT2Q3

Nesta alínea, foi feita uma “leitura por detrás” dos dados, em que se procurou estabelecer uma conexão entre o contexto e o gráfico. Este nível de compreensão gráfica denominado “leitura por detrás” abarca mais do que a “leitura para lá” do gráfico. Shaughnessy (2007) refere que a estatística estabelece-se dentro do contexto e que o papel especial da estatística como disciplina científica está em fazer conexões entre o contexto e o gráfico, isto é, está por trás do gráfico. Na decisão sobre a sequencialidade a implementar, a professora adotou uma sequência de ensino que visa a análise crítica da informação e que exige mais do que uma simples leitura do gráfico.

Segmento de ensino 11MT2Q3 - aula 20 de maio	
<p>[A professora escreveu no quadro “O que é que um gráfico tem que ter”]</p> <p>MARIA: Um gráfico tem que ter um título, já vimos isso. Se for um gráfico de barras, a que conclusão chegámos? Em relação aos retângulos?</p> <p>Aluna M: Têm que ter a mesma largura.</p> <p>MARIA: E igualmente espaçados [escreve no quadro as características do gráfico para que fique registado no caderno diário dos alunos]. E vimos outra coisa, aliás vimos várias. Que outras coisas vimos?</p>	Fundamentação Base teórica de pedagogia

Análise do segmento de ensino 11MT2Q3

A professora procurou que todos os alunos se envolvessem na aprendizagem, quer com chamadas de atenção constantes relativas à necessidade de estar atento na aula, de ouvir com atenção, de colocar dúvidas quer disponibilizando as tarefas e os exercícios projetados no quadro e questionando e promovendo discussão acerca dos mesmos.

Foi ainda escrevendo no quadro o que considerava mais relevante e que devia constar no caderno diário dos alunos, não se limitando a ditar. O conhecimento que revelava dos alunos permitiu reconhecer em alguns a necessidade de ter um caderno organizado e contribui, deste modo, para esse objetivo. A professora Maria revelou uma boa relação com os alunos e procurou maneiras de os ajudar e de tornar a matemática uma disciplina mais apreciada e compreendida por eles. A professora vai escrevendo no quadro as características dos diferentes gráficos já abordados nas aulas. O porquê dessa opção foi questionado pela investigadora na entrevista após a aula, onde é realçada a preocupação da professora ajudar os alunos e permitir que tenham uma boa base de estudo com apontamentos das aulas, organizados e claros.

Entrevistadora: Em relação à aula de 20 de Maio, algo que vi nessa aula mas que já tenho reparado noutras aulas é que escreves no quadro tudo aquilo que consideras, penso eu, que consideras importante. Achas de facto importante escrever tudo isso no quadro para eles lerem?

MARIA: Algumas coisas é porque acho que são importantes, outras é porque sinto que há alguns alunos, dois ou três, que gostam de ter o caderno muito organizadinho e que são eles próprios que pedem, pode não ter sido nestas aulas, mas já pediram noutros momentos e eu acabo por escrever talvez mais a pensar nesses.

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: Tarefa 2 da página 36 do manual adotado “antes de começar”</p> <p>Objetivo definido para a tarefa: ler e interpretar um gráfico de linha</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p>

A tarefa prevê a leitura e interpretação de informação apresentada num gráfico de linha relativa ao número de alunos matriculados no 3.º Ciclo do ensino básico de 1996 a 2007. Procuraram-se segmentos de ensino ou episódios da aula significativos em termos das dimensões e categorias definidas na resolução da tarefa 2 que levanta 4 questões.

Tarefa 2 da página 36 do manual adotado
<p>Tipo de representação gráfica: gráfico de linha</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: leitura com interpretação</p>



- 1 Em que anos lectivos se registaram o menor e o maior número de alunos matriculados?
- 2 Em 1999, qual era aproximadamente o número de alunos matriculados no 3.º ciclo do ensino básico?
- 3 Qual foi aproximadamente o aumento do número de alunos matriculados de 2004 a 2007?
- 4 Descreve a variação do número de alunos matriculados.

Segmento de ensino 1MT2 - aula 16 de maio	
<p>MARIA: Carolina, “descreve a variação do número de alunos matriculados.”</p> <p>Aluna C: De 1994 a 2004 está a descer e de 2004 a 2007 está a subir.</p> <p>MARIA: Mas isso é a reportagem do ciclista que vai à Serra da Estrela que sobe até a Torre e depois desce?</p> <p>Aluna C: De 1996 até 2004 desce aproximadamente 100 mil alunos e depois de 2004 até 2007 sobe 40 mil alunos, aproximadamente.</p>	<p>Fundamentação</p> <p>Uso de terminologia e notação adequada</p> <p>Fundamentação</p> <p>Base teórica de pedagogia</p>

Análise do segmento de ensino 1MT2

A professora projetou no quadro a tarefa, que apresenta um gráfico de linhas que descreve a variação do número de alunos matriculados no 3.º ciclo do ensino básico de 1996 a 2007 numa escola. Depois de ler o enunciado, pede para os alunos resolverem individualmente. Os alunos

responderam sem hesitação aos dois primeiros itens que exigia uma leitura simples dos dados do gráfico.

No episódio destacado, a professora promovia frequentemente o cuidado e rigor com a linguagem dos alunos. Os alunos devem habituar-se a falar e a escrever adequadamente aquando a resolução de uma questão, por uma questão de comunicação e de bons hábitos. Depois de discutidas com os alunos, todas as conclusões foram escritas no quadro, de forma clara e rigorosa, sob a forma de respostas completas. Para que os alunos compreendam a estatística o suficiente para consumir a informação com que se deparam no dia-a-dia, pensar criticamente sobre a mesma e tomar decisões baseada nessa informação, ou seja, para que se tornem estatisticamente literatos, precisam de compreender as ideias básicas, os termos e a linguagem estatística. A comunicação é uma forma de partilhar ideias e contribui para clarificar a compreensão matemática. Os alunos que se envolvem em discussões e que justificam as suas conclusões, adquirem uma melhor compreensão matemática à medida que tentam esclarecer os seus pontos de vista. Atividades que promovem a discussão também ajudam os alunos a desenvolver uma linguagem para exprimirem ideias matemáticas e a dar valor à necessidade de precisão dessa linguagem (NCTM, 2000, p. 66). Nas aulas, os alunos devem ser encorajados e apoiados para falar, escrever, ler e ouvir e, deste modo, comunicarem para aprender matemática e aprenderem a comunicar matematicamente.

O programa, no que respeita ao desenvolvimento das capacidades transversais, estabelece que se espera que os alunos do 3º ciclo “progridam na fluência e no rigor com que se exprimem, oralmente e por escrito, tanto na linguagem natural como na linguagem matemática, usando a notação e a simbologia específica dos diversos tópicos matemáticos e desenvolvem a sua capacidade de interagir num grupo e na turma” (Ponte, et al., 2007, p. 62).

A professora estabelece relações entre as experiências que proporciona aos alunos e o que o aluno já sabe. Ao trabalhar os gráficos com que os alunos já contactaram, opta pela sua leitura e interpretação ao mesmo tempo que vai recordando as componentes e características de cada um.

Segmento de ensino 2MT2- aula 16 de maio	
<p>MARIA: Temos um gráfico de barras, no eixo horizontal estão os anos do estudo de 1995 até 2050 e no eixo vertical está a idade. Reparem as colunas estão lado a lado e eu consigo ver que em 1995 as colunas das mulheres corresponde a uma idade superior à da coluna dos homens. Eu consigo olhar e ver. A mesma informação está no gráfico de linhas. Reparem exatamente a mesma informação. Qual deles é que acham que é mais fácil ler?</p> <p>[Os alunos respondem todos ao mesmo tempo, uns dizem o de cima, outros dizem é o mesmo.]</p>	<p>Transformação Escolha de exemploadequado</p> <p>Conexão Conexão de conceitos</p>

<p>MARIA: Se eu quiser comparar por exemplo a evolução da esperança de vida dos homens e a esperança de vida das mulheres de 1995 e 2050, o gráfico de baixo é o que me permite fazer uma melhor comparação. Se quiser comparar por exemplo no ano 2000, ou ano a ano, em que ano é que a esperança de vida das mulheres é superior à dos homens, nesse caso, o gráfico de cima é mais fácil de comparar. Moral da história: temos vários gráficos para analisar dados que recolhemos ou que nos dão e há gráficos que se adaptam melhor do que outros em função daquilo que nós queremos fazer.</p>	<p>Não Transformação Não Escolha de representação</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------

Análise do segmento de ensino 2MT1Q1

O gráfico de linhas é um gráfico especialmente adequado para representar observações de variáveis ao longo do tempo, sendo também denominado por série temporal e é uma representação gráfica frequentemente utilizada na comunicação social. Nesta aula, foram trabalhados dois gráficos de linha que representam a esperança de vida à nascença, em Portugal, em determinados anos, para homens e para mulheres e que facilitam o estudo comparativo, por estarem no mesmo referencial. Foi ainda selecionado um gráfico de linha relativo ao número de alunos matriculados no 3.º ciclo do ensino básico de 1996 a 2007, que é constituído por pares ordenados em que a abcissa é o ano em causa e a ordenada é número de alunos do 3.º ciclo do ensino básico matriculados nesse ano. O recurso a este tipo de gráfico para mostrar a relação entre as duas variáveis evidencia a conexão com a Álgebra.

A questão colocada pela professora, sobre o gráfico que consideram permitir uma leitura mais fácil dos dados, surgiu já depois do toque de final da aula e por isso não houve tempo para que fosse explorada devidamente. Os alunos visualizaram os mesmos dados apresentados com diferentes representações mas não tiveram oportunidade de argumentar sobre a resposta dada à questão feita. Nesta altura, já os alunos se encontravam a arrumar os materiais escolares para saírem da sala de aula e não deram a devida atenção.

Wild e Pfannkuch (1999) criaram a palavra transnumeração porque, por vezes, na fase da organização e análise dos dados, uma determinada representação dos dados tem o poder de realçar ou revelar características que se encontravam escondidas e que podem ter um impacto significativo na interpretação dos dados num contexto específico. A transnumeração vai então mais além de uma mera transformação ou representação dos dados uma vez que a escolha da representação gráfica adequada para representar um conjunto de dados pode depender do que se pretende realçar na distribuição desses dados.

Devido à sua relevância estatística, o exemplo apresentado merecia mais tempo e discussão com os alunos, o que permitiria abordar outras questões como uma possível previsão feita para 2025. A professora revelou reconhecer a pertinência estatística do exemplo mas não o transformou de modo a gerar compreensão. Podia ter adiado esta questão para a próxima aula mas teria sido necessário retomar as representações apresentadas, retomar a discussão

já feita e o tempo surge sempre como um constrangimento e fator de preocupação, apesar deste programa ser um programa de ciclo.

A sequência adotada em relação à representação gráfica foi referida na entrevista que ocorreu depois da aula do dia 16 de maio:

Entrevistadora: A sequência em termos dos gráficos apresentados, barras primeiro, pictograma, circular e de linha. Foi alvo de uma reflexão, ou seja, isto aparece assim de forma natural, ...

MARIA: O gráfico de barras eles já conhecem, portanto faz todo o sentido que ser o início, depois é pela ordem de... até da sequência que aparece por exemplo no manual ou nas tarefas. Não foi uma sequência propriamente pensada ou refletida, tipo vamos pôr isto ou pôr aquele, foi uma sequência natural.

Entrevistadora: E a reação deles tem sido muito natural aos gráficos.

MARIA: É, eu acho que eles gostam dos gráficos, eles olham e gostam mesmo que não saibam muito bem o que dizer deles (risos).

Professora Maria

Sequência de ensino: Exercício 2 da página 42 do manual “Antes de começar”

Objetivo definido para o exercício: Explorar a importância da legenda num gráfico circular.

Finalidades:

☑ a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.

Objetivos gerais do ensino da Matemática

☑ 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da Matemática.

☑ 2. Os alunos devem desenvolver uma compreensão da matemática.

☑ 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.

☑ 7. Os alunos devem ser capazes de estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas.

O exercício 2 da página 42 do manual “Antes de começar” (Conceição & Almeida, 2010) prevê a elaboração da legenda de um gráfico circular já construído. A professora referiu como construir um gráfico circular e as dificuldades inerentes à sua construção a partir das informações que constam na página 41 do manual Antes de começar e, na alínea e) do exercício, explorou a importância da legenda no gráfico circular. Os segmentos relativos à informação serão denotados por Informação e os que dizem respeito ao exercício 2 por E2.

PARA SABER

Gráfico circular

A Marta quer construir um gráfico circular com os resultados obtidos na votação para o delegado da sua turma.

Para obter o **gráfico circular** da distribuição anterior, calculamos **valores da amplitude dos ângulos correspondentes a cada um dos sectores**.


Por exemplo, para o sector “Ana”:

100% _____ 360°	
25% _____ x (em graus)	$x = \frac{25 \times 360}{100} = 90^\circ$

Aluno	Porcentagem
Ana	25%
Inês	36%
André	24%
Nelson	15%



Traçamos um círculo.



Utilizando o transferidor, marcamos, no círculo, todos os ângulos obtidos.



Pintamos cada sector com uma cor diferente, fazemos a legenda e damos um título ao gráfico.

Segmento de ensino 1MInformação - aula 20 de maio	
<p>MARIA: [...] Portanto, o gráfico circular que eu use para representar estes dados tem que dizer respeito aos 100 por cento, certo? Agora, a minha questão é: como é que vamos calcular a amplitude de cada sector? Alguns são fáceis. O 1 por exemplo, é fácil, 25%, vimos no outro dia, corresponde a um quarto do círculo. Então é a amplitude deste ângulo?</p> <p>Aluna L: 90.</p> <p>MARIA: Ok, então este está, os outros não são assim tão diretos. Bom, então posso fazer, qual é a amplitude do círculo?</p> <p>Alunos: 360 graus.</p>	<p>Conexão Conexão entre procedimentos</p>

Análise do segmento de ensino 1MInformação

Neste momento, ao abordar a construção do gráfico circular, a professora faz a inevitável conexão com a Geometria relacionando o ângulo de cada setor com a frequência relativa da categoria que representa. Cada setor representa uma fração do total de dados e a sua construção pode não ser simples, uma vez que é necessário dividir 360° , a amplitude do ângulo giro, em amplitudes proporcionais às frequências relativas das categorias para construir os setores circulares.

Segmento de ensino 2MInformação - aula 20 de maio	
<p>Aluna L: E qual é a abertura do compasso?</p> <p>MARIA: O compasso? O que tu quiseres. Se tens muita informação, convém ser maior.</p> <p>Aluno J: Se tiver só duas ou três informações, pode ser pequenino.</p> <p>MARIA: Exato. Quanto mais informação tiver, deve ser maior.</p>	<p>Não Fundamentação Não Evidente conhecimento do tema</p>

Análise do segmento de ensino 2MInformação

“Quanto mais informação tiver, deve ser maior [a abertura do compasso, ou seja, o raio do círculo].” Esta afirmação pode criar no aluno a ideia de que não há limite para a quantidade de informação a representar num gráfico circular porque basta aumentar o raio do círculo. Há situações em que o gráfico circular não é o mais adequado para transmitir a informação, por exemplo, quando o número de categorias é grande e se tem de se marcar muitos ângulos, o que pode tornar a informação confusa ou quando algumas categorias têm valores de frequências muito próximos ou ainda quando se pretende comparar duas distribuições e algumas categorias tenham valores próximos o que torna difícil a comparação entre as áreas dos setores. O gráfico circular é a representação adequada quando se pretende realçar a forma como os dados se distribuem pelas categorias, quando se pretende comparar um setor,

ou seja, cada categoria como parte do "todo" sendo o "todo" representado pelo círculo e equivale a 100%.

Segmento de ensino 3MInformação - aula 20 de maio	
<p>Aluna MR: Nós vamos saber a amplitude do sector e depois marcamos com o transferidor.</p> <p>MARIA: Sim, vamos fazer para os outros. Fazer um gráfico circular é fácil mas às vezes engano-me a marcar e depois sobra um bocadinho ou falta um bocadinho.</p>	Fundamentação Conhecimento procedimental

Análise do segmento de ensino 3MInformação

Para desenhar os setores circulares é necessário utilizar um transferidor e uma das dificuldades da construção do gráfico circular é a falta de destreza dos alunos para o manuseio do transferidor. Outra dificuldade, que foi referida pela professora, prende-se com a dificuldade em marcar com precisão o ângulo que se pretende.

Curcio (1987) refere a habilidade da criança para usar o compasso e o transferidor como um dos fatores decisivos para o sucesso na construção deste tipo de representações, evidenciando ainda que “a preferência por desenhar gráficos de barras alerta-nos para a dificuldade que os alunos sentem em relação à medição dos ângulos nos gráficos circulares”. Num gráfico de setores transformam-se dados em proporções e estas em ângulos, tornando os conceitos de razão, proporção e a compreensão de percentagens fundamentais, o que faz com que os gráficos circulares sejam, entre os gráficos tradicionais, os que levantam mais dificuldades aos alunos relativamente à compreensão e à construção (Curcio, 1989), apesar da sua popularidade junto da comunicação escrita.

Carvalho (2001; 2004) apresenta episódios da implementação a alunos do 7.º ano de escolaridade de uma tarefa que inclui a construção de um gráfico circular para representar as respostas de 125 alunos à questão “O que mais gosto de ver na televisão”. No caso exposto, um dos alunos não apresentou dificuldades na aplicação da regra de três simples, tendo efetuado corretamente os cálculos necessários para encontrar os valores dos ângulos. Porém, a utilização do transferidor revelou-se complicada uma vez que o único ângulo corretamente assinalado é o primeiro que foi traçado no círculo, estando todos os outros incorretamente traçados. Neste exemplo, o aluno não teve a preocupação de colocar uma legenda, que elucidaria sobre a informação a transmitir mas considerou importante embelezar o gráfico para que se tornasse visualmente mais agradável.

Exercício 2
<p>Tipo de representação gráfica: gráfico circular</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p>

Observações: elementos de um gráfico circular

2 O Lin é um jovem chinês que vive em Portugal.
Na sua escola foi realizado um inquérito para saber qual a nacionalidade dos alunos. Os resultados estão indicados na seguinte tabela:



Chineses	Angolanos	Cabo-verdianos	Portugueses	Ucranianos

a) Representa os dados numa tabela de frequências
b) Quantos alunos tem a escola do Lin.
c) Representa estes dados num gráfico de barras.
d) Ao analisar a tabela, o Lin afirmou que:

- Há tantos angolanos como cabo-verdianos.
- Os ucranianos estão em menor número.
- Os portugueses são os que estão em maioria.

Concordas com o Lin? Justifica a tua resposta.

e) Na figura está representado um gráfico circular relativo à nacionalidade dos alunos da escola do Lin. Faz a sua legenda.

42

Segmento de ensino 4ME2 - aula 20 de maio	
<p>Aluna C: Quando nos pedem para fazer uma legenda, pomos a percentagem ou ...</p> <p>MARIA: Neste caso, fazemos um quadradinho pintado a rosa e dizemos tal; um quadradinho pintado a azul e dizia ...</p>	<p>Não Contingência Não Perceção do professor</p>

Análise do segmento de ensino 4ME2

Na categoria Perceção do professor durante a aula, da *contingência*, incluem-se momentos em que o professor se apercebe da predisposição dos alunos para fazer estatística pelo interesse e envolvimento manifestado ou se convence que pode avançar no tema pela reação positiva dos alunos ou, pelo contrário, verifica que tem de insistir um pouco mais em determinado aspeto. São breves os momentos que despertam essa intuição, uma frase ou uma interjeição de um aluno, o menear da cabeça de outro aluno... Na alínea e) deste exercício é

solicitada a elaboração a legenda de um gráfico circular já construído. Neste episódio, a intervenção da aluna revelava alguma confusão relativa à legenda e ao seu papel. Incorporar a intervenção da aluna na aula e tentar perceber qual a sua ideia talvez fosse melhor opção do que simplesmente resolver a questão. Mas o professor tem de tomar decisões rápidas no que respeita à avaliação da pertinência de uma intervenção de um aluno e à opção de a incorporar ou não na aula. Como realça Schön (1983), a capacidade de tomar decisões e de resolver problemas práticos e, no caso dos professores, a capacidade de o fazer em interação com outros atores, principalmente com os alunos mas também com os colegas e outros elementos da comunidade, desempenha um papel essencial na atividade profissional. Esta capacidade pode apoiar-se no saber científico mas exige outros recursos como a apreensão intuitiva das situações, articulando pensamento e ação, e a gestão dinâmica das relações sociais. A capacidade de tomar decisões na sala de aula envolve também a criação de estratégias de ação para situações não habituais, o sentido de improvisação e de resposta rápida a situações novas e a autoconfiança.

Segmento de ensino 5ME2 - aula 20 de maio	
MARIA: [...] e eu vou escrever uma alínea a mais que vocês no final da aula passam. [A professora escreveu no quadro: f) Qual a medida dos ângulos correspondentes ao sector rosa e ao sector azul?]	Conexão Conexão de procedimentos

Análise do segmento de ensino 5ME2

Neste episódio é realçado uma vez mais a conexão da Estatística com a Geometria a partir da medição de ângulos para a construção de gráfico circulares. A alínea ditada pela professora pedia para os alunos calcularem a medida da amplitude de dois dos setores do gráfico. Na entrevista posterior à aula, a professora refere-se a esta alínea adicional que foi proposta para ser realizada em casa:

MARIA: A ideia era ter sido trabalhado na sexta-feira, como não foi possível, pedi para eles fazerem em casa, acrescentei uma alínea, tinha a ver com a determinação da medida de amplitude de dois sectores. Uma vez que é difícil construírem eu pensei fazer ao contrário, pedi a amplitude e depois corriji, projetei no quadro.

Segmento de ensino 6ME2 - aula 23 de maio	
MARIA: [...] Ana Margarida, o que é eu faço ... quero determinar a frequência relativa dos chineses. Aluna AM: 95 a dividir por 20. MARIA: 95 é o total. 20 são os chineses. 20 a dividir por 95. E depois? 5 a dividir por 95 e por aí fora. 20 a dividir por 95, dá 0,21. [...]	Conexão Conexão de conceitos

<p>Aluna MT: Imagine que dava em vez de 0,21 era 2,1231132...</p> <p>MARIA: Marta, este quociente vai ter sempre o numerador inferior ao denominador, quando muito igual. Quando tenho um quociente, um numerador, um denominador [desenha no quadro uma fração com “caixas” no numerador e no denominador]. Se este é maior do que este, por exemplo, tenho 100 rebuçados a dividir por 90 pessoas, dá um rebuçado a cada um e ainda sobre um bocadito. Então, repara, quando este é maior que este, seja ele qual for, o resultado é sempre maior que 1. Se este for menor, por exemplo, 90 rebuçados para 100 pessoas, consigo distribuir um a cada um? [os alunos respondem não] Ou seja, dá sempre um número menor que 1. Quando o numerador é menor do que o denominador, dá sempre menor que 1. Aquele resultado aqui nunca podia aparecer.</p>	<p>Contingência Perceção do professor durante a aula</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------

Análise do segmento de ensino 6ME2

Neste episódio é ainda realçada a conexão com os Números e Operações, mais especificamente, com as frações. Durante as aulas dedicadas ao tema Organização e Tratamento de dados foram construídas várias tabelas de frequência que incluíram a coluna das frequências absolutas e a das frequências relativas. Pelas intervenções das alunas, a professora percebeu algo de errado no sentido do número racional. Os erros onde intervêm frações são muito comuns e a justificação habitual dada pelos professores é a falta de estudo, parecendo não reconhecer a complexidade inerente ao tema (Monteiro, Pinto, & Figueiredo, 2005). Monteiro e Pinto (2007) referem que uma fração é uma representação versátil e muito rica porque permite expressar diferentes relações. Mas esta multiplicidade de significados pode trazer ambiguidades, sendo fundamental que os professores estejam alertados para dificuldades que irão surgir durante o ensino.

Segmento de ensino 7ME2 - aula 23 de maio	
<p>MARIA: [...] Bom, a seguir, pede... e aqui é que, pelos vistos, há problemas, na alínea e) Faz uma legenda relativa à nacionalidade dos alunos da escola do Lin. Como não tenho marcadores, tenho alguma dificuldade em fazer a legenda do gráfico. Como é que devo fazer a legenda do gráfico circular? Vou colocar aqui ao lado, vou colocar um quadradinho aqui azul, um quadradinho verde ...</p> <p>[Os alunos referem que colocaram números.]</p> <p>MARIA: Colocaram números. Ok, então 1, 2, 3, 4, 5. E depois escrevo. Claro que é fácil quando olho para aqui [aponta para a tabela]. Claro que se tenho uma legenda, tem de ser uma legenda clara, certo? Se não for uma legenda clara também não está lá a fazer rigorosamente nada. Ou com</p>	<p>Fundamentação Conhecimento procedimental</p> <p>Contingência Responder a ideias do aluno</p>

quadrado de cada cor ou com números, tem de ser é, olho para aqui e para além e tiro logo as respostas [aponta a legenda e o gráfico].	
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 7ME2

Com o exercício 2 da página 42 do manual, a professora trabalhou dois aspetos da representação gráfica em estatística: a leitura e interpretação de um gráfico já construído por outros e a sua construção. No gráfico apresentado é necessário fazer uma legenda que permita a leitura dos dados apresentados numa tabela. Na resolução do exercício, realçou a importância do título e da legenda e da sua clareza. O título deve estar presente em qualquer tipo de representação gráfica e visa orientar o leitor na sua interpretação. No dossiê didático relativo às representações gráficas, que consta do site ALEA, é também referido que uma boa legenda não deve apenas etiquetar as componentes do gráfico mas deve realçar o que é importante e qual o objetivo do gráfico, obrigando assim a quem faz o gráfico a estruturar a informação. A legenda é constituída por símbolos e as respetivas designações. O preenchimento dos símbolos, com cores ou outros, deve ser realizado de modo a não permitir qualquer confusão visual entre eles e deixar clara a ligação entre os símbolos e a componente representada e as designações devem ser claras e concisas.

A professora tinha sugerido fazerem a legenda com cores e os alunos sugeriram recorrer à numeração dos setores, pelo que a legenda do gráfico circular foi feita com números, aproveitando a sugestão dos alunos.

Segmento de ensino 8ME2 - aula 23 de maio	
<p>MARIA: [...] Então o quadrado 1, que é o quadrado azul, diz respeito a que nacionalidade?</p> <p>Aluno B: A ucranianos.</p> <p>MARIA: Ucranianos, de certeza? Porquê?</p> <p>[alguns alunos dizem que sim, outros dizem que não]</p> <p>Aluna R: Sim porque é o menor. Ali na tabela, os ucranianos são 5 e ali como é o menor de todos ...</p> <p>MARIA: É a fatia mais pequena. Ok, a nossa azul ou 1 seria ucranianos. Claro que também devia ter um título, alunos da escola de Lin, por exemplo. 2, é o nosso verde, Ana Raquel, a este setor circular, a esta fatia, à verde, qual é a nacionalidade que corresponde?</p> <p>Aluno B: Pode ser a duas.</p> <p>[A MARIA manda-o calar para que a aluna Ana Raquel responda.]</p> <p>MARIA: À fatia verde, corresponde que nacionalidade?</p> <p>Aluna AR: Aos portugueses.</p> <p>MARIA: Mas se eu quiser que seja aos chineses, posso ou não?</p> <p>Aluna AR: Pode.</p>	Não Contingência Não Uso de oportunidade

<p>MARIA: Mas porquê?</p> <p>Aluna AR: Porque os portugueses e os chineses estão em igual número.</p> <p>MARIA: E não pode ser a fatia dos angolanos? Porquê?</p> <p>Aluna AR: Porque a fatia é mais pequena.</p> <p>MARIA: Olhando para cá, tu achas que esta fatia é mais pequena que esta? [Sim, responde a aluna.] E é igual a qual? À rosa? [A aluna confirma.] Então, se estas duas fatias se são iguais correspondem ao mesmo número de pessoas. Estas fatias podem ser ou chineses ou portugueses. A cinco é a nossa rosa. São quê? Cláudia, a amarela e a vermelha parece que têm a mesma amplitude então serão ou para os angolanos ou para os cabo-verdianos, é? [a aluna confirma] Então, tal como para os chineses e os portugueses, é o que eu quiser. Então, a fatia três, que seria a amarela, será que nacionalidade, qual é que tu escolhes?</p> <p>Aluna Cl: Angolanos.</p>	
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 8ME2

Para fazer a legenda do gráfico, como proposto na última alínea do exercício 2, foi necessário recorrer ao raciocínio proporcional. No episódio acima transcrito, os alunos não revelaram dificuldades na resolução desta alínea e aplicaram com desembaraço o raciocínio proporcional, num caso em que se poderiam ter levantado algumas questões relacionadas com o desenvolvimento desse raciocínio. Hilton G., Hilton A., Dole, Goss e O'Brien (2012) referem o raciocínio proporcional como um aspeto importante do pensamento formal e realçam que os alunos que não desenvolvem o raciocínio proporcional durante o ensino básico podem vir a manifestar dificuldades em temas que requerem pensamento quantitativo, como em ciência, tecnologia, engenharia e matemática e também em algumas habilidades da vida real tais como cozinhar, ler um mapa e no dimensionamento de um objeto. Recomendam então que os professores ofereçam aos alunos o máximo de oportunidades para desenvolver o raciocínio proporcional ao longo dos anos de escolaridade básica.

O programa de Matemática do ensino básico (Ponte, et al., 2007, p. 5) alerta para a necessidade dos alunos conhecerem os diferentes tipos de representações, de serem capazes de as utilizar em diferentes situações e de selecionar a representação mais adequada à situação. Esse à-vontade com as representações gráficas permitirá também reconhecer um “mau” gráfico no sentido de um gráfico mal construído e questionar um gráfico apresentado. Segundo o programa, “é importante promover uma atitude crítica relativamente à utilização de gráficos enganadores” (Ponte, et al., 2007, p. 60). O gráfico trabalhado na aula, incluído no exercício 2, podia ter sido aproveitado para realçar este aspeto importante da representação gráfica e ter-se transformado num desafio ao raciocínio proporcional, para além da correta correspondência feita entre os setores e as categorias da variável. Como há apenas três valores distintos de frequência absoluta, 5, 20 e 25, a professora podia ter explorado a proporcionalidade entre o ângulo de cada setor e a frequência absoluta da

categoria que representa. Assim, ângulo do setor correspondente à frequência absoluta 20 deveria ter uma amplitude quatro vezes maior que a do ângulo do setor correspondente à frequência absoluta 5 e o ângulo do setor correspondente a 25 deveria ter uma amplitude 5 vezes maior, o que não acontece. Ainda, a soma das medidas das amplitudes dos ângulos dos dois setores correspondentes a 25 é maior que 180 graus, uma vez que o total é 95, o que é discutível no gráfico apresentado.

Na última entrevista realizada com a professora MARIA, foi feita uma reflexão sobre esta questão:

Entrevistadora: No gráfico o chinês, podias ter explorado o raciocínio proporcional. Pensas que esse tipo de raciocínio é importante na estatística?

MARIA: É e se não fiz porque nenhum aluno chamou a atenção e eu não me lembrei desse pormenor. Mas acho muito importante e eu chamo sempre a atenção, com alguma regularidade, que temos de ter atenção com os gráficos que nos aparecem na televisão, nas revistas, nos jornais, na internet, nos manuais, porque as informações às vezes saem erradas da leitura, isto é, nós lemos bem, o gráfico é que não está bem construído. Esse aí, eu penso que o nosso alvo de preocupação de resposta era um e não nos concentrámos nesse. Mas acho importante.

Segmento de ensino 9ME2 - aula 23 de maio	
<p>MARIA: [...] Lembraste no outro dia, eu ter dito assim, é muito bonito olhar para um gráfico circular, fazê-lo não é tão fácil assim. E se te lembras eu até disse, temos de determinar a amplitude de cada setor e o que é que acontece? Quando vamos marcar, como somos um bocadinho trapalhões a fazer medições e a marcar amplitudes de ângulos, o que vai acontecer é que sobra um bocadinho ou falta um bocadinho.</p> <p>Aluna Mt: Eu arredondei. Podemos arredondar?</p> <p>MARIA: Tinhas de arredondar em algum momento. Marta, quando estamos a fazer um arredondamento aqui, um arredondamento acolá, de repente, se nos enganamos a fazer arredondamentos ou se fazemos com um número de casas decimais curto, pode ser que dê erro e depois ... Imagina, dá 28,33 graus e eu vou medir com um transferidor 28,33 graus. Fica ali a meio entre o 28 e o 29. Moral da história: vou cometer um erro, a seguir cometo outro erro e depois outro, e depois falta-me. Nós estivemos a analisar o que eu projetei e chegámos à conclusão que construirmos um, nós, não é muito fácil.</p>	<p>Conexão Conexão de procedimentos</p> <p>Fundamentação Conhecimento procedimental</p>

Análise do segmento de ensino 9ME2

Um aspeto que assume grande importância em Estatística é o das conexões (Martins & Ponte, 2010). Neste episódio, é fácil destacar, uma vez mais, a conexão com a Geometria, através

do círculo e da marcação de ângulo de determinada medida de amplitude e da dificuldade inerente a essa marcação.

A professora chama a atenção para a dificuldade na construção do gráfico circular que decorre do manejo do transferidor e que faz com que muitos alunos não optem pelo gráfico circular quando têm de escolher uma representação gráfica para apresentar um conjunto de dados. É, no entanto, a representação ideal quando se procura realçar a forma como os dados se distribuem pelas categorias. Este é um aspeto a ter em conta quando se pretende selecionar um modo de representar graficamente uma distribuição de dados e deveria ter sido realçado aos alunos, uma vez que estes dificilmente chegam a esta conclusão sozinhos.

Segmento de ensino 10ME2 - aula 23 de maio	
<p>MARIA: Quantos alunos ucranianos há na escola do Lin?</p> <p>Aluna I: 5.</p> <p>MARIA: Num total de quantos?</p> <p>Alunos: 95.</p> <p>MARIA: 95 ... ainda não apaguei a tabela de propósito. 95 é a totalidade dos alunos. Neste gráfico, [aponta para o gráfico circular] têm de estar cá representados todos os alunos, é ou não é? Ou seja, os 100% dos alunos está aqui representada ou os 95. Quando eu desenho uma circunferência, recordámos isso no outro dia, qual é a amplitude do arco completo? 360 graus [responderam os alunos]. Então, aqui, na nossa circunferência de 360 graus ... eu estou a fazer com a frequência absoluta e podíamos fazer com a frequência relativa. [Escreve a correspondência entre os 95 alunos e 360°.] Quantos alunos tem o setor azul? 5 [a aluna Inês respondeu]. Então 5 corresponderá uma amplitude x. E agora, [fez as contas e dá, aproximadamente, 18,9 graus] Se tivesse de construir, iria construir um setor com esta amplitude. Mas não nos pede só este, este é o azul. Pede o rosa. O rosa diz respeito aos portugueses ou aos chineses. Mas o número de alunos é o mesmo. Então é a mesma história. Aos 360 graus correspondem os alunos todos, estão lá todos. Ao setor rosa, correspondem quantos alunos? 20 [responde a aluna] Então, a 20 alunos corresponderá y. y será 20 vezes 360 a dividir por 95 dá, arredondado à unidade, dá 76 graus [confirmou na calculadora].</p>	<p>Conexão Conexão de procedimentos</p>

Análise do segmento de ensino 10MT2Q2

No episódio anterior destaca-se a conexão da Estatística com a Geometria, através da marcação de ângulos no círculo. Para marcar o ângulo, é necessário determinar a medida da sua amplitude e essa determinação implica o recurso a conhecimentos algébricos, o que evidencia a conexão com a Álgebra.

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: Tarefa 3 da página 40 do manual “Antes de começar”</p> <p>Objetivo definido para a tarefa: construir um diagrama de caule-e-folhas, o conceito de extremos e amplitude.</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p>

A tarefa 3 da página 40 do manual “Antes de começar” (Conceição & Almeida, 2010) orienta os alunos na construção do diagrama de caule-e-folhas e sugere a elaboração de um pequeno texto com as conclusões retiradas do diagrama.

Tarefa 3
<p>Tipo de representação gráfica: gráfico de caule-e-folhas</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: construção e leitura do diagrama; a questão 2 propõe a elaboração de um texto com conclusões retiradas do diagrama mas os alunos não o fizeram na aula</p>

TAREFA 3

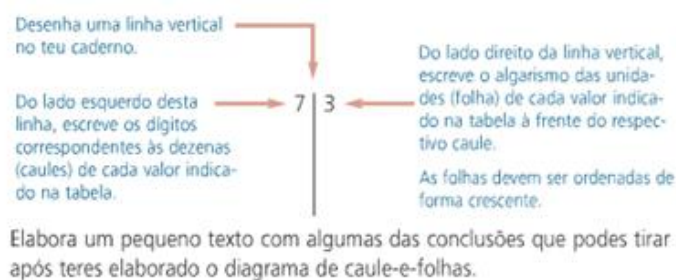
Numa escala de 0 a 100, as classificações dos testes de Matemática da turma da Marta foram os registados ao lado:

1 Qual a diferença entre o maior e o menor valor dos dados?

2 Para organizar estes dados, a Marta pretende usar uma representação situada entre uma tabela e um gráfico designada por **diagrama de caule-e-folhas**.

Vamos ajudar a Marta a construir o diagrama.

73	98	42	75	84
79	66	90	79	57
49	71	53	58	62
75	77	95	46	55
65	87	55	64	74



Segmento de ensino 1MT3Q1 - aula 20 de maio	
MARIA: Extremos são os que estão na ponta. Amplitude, vocês já falaram na Geografia, penso eu, em amplitude térmica [os alunos dizem que não]. Amplitude é, tipo, o espaço que está entre o menor valor e o maior, a diferença de um ao outro.	Conexão sobre conceitos

Análise do segmento de ensino 1MT3Q1

No 2.º ciclo do ensino básico é recomendada “a compreensão e a determinação dos extremos e da amplitude de um conjunto de dados por serem ferramentas úteis na interpretação e análise dos dados, tal como as representações gráficas” (Ponte, et al., 2007, p. 43) No 3.º ciclo incluem-se outras medidas estatísticas como a mediana, os quartis e amplitude interquartis.

A amplitude é a medida mais simples para medir a variabilidade apresentada num conjunto de dados e obtém-se calculando a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo dos dados. Como o seu cálculo se baseia em apenas dois dos dados, que podem não ser elucidativos do conjunto de dados em questão, é uma medida que pode ser enganadora.

Também a amplitude térmica é calculada a partir de dois dados, o valor máximo e o valor mínimo da temperatura registado num determinado período de tempo. A conexão com outras áreas do conhecimento como os Estudos Sociais, a Biologia ou a Geografia é também feita a partir dos variados modos de representar os dados e de os analisar para melhor transmitir uma determinada informação, adotados da Estatística.

Segmento de ensino 2MT3Q2 - aula 20 de maio	
MARIA: [...] Vamos fazer todos ao mesmo tempo e seguir os passos que eu vou fazer. Não vai ficar ainda a versão final mas vamos começar a organizar. Tenho de ter um caule, um tronco [lê o que está na tarefa e traça uma linha vertical]. Nós temos notas entre 98 e 42. Temos notas correspondentes à dezena do 40, 50, 60, 70, 80 e 90. Escrevemos então 4, 5, 6, 7, 8 e 9.	Transformação Escolha de exemplo adequado

Análise do segmento de ensino 2MT3Q2

A tarefa orientava os alunos na construção do diagrama e sugeria que dividissem cada dado em duas partes, o caule e a folha, que se dispõem à esquerda e à direita de um traço vertical, respetivamente. A professora ia construindo o diagrama de caule e folhas seguindo as orientações dadas na questão 2 da tarefa, sem revelar mais pormenores relativos a este tipo de representação gráfica.

Foi assim, através de um exemplo indutivo, que a professora introduziu o diagrama de caule e folhas. Num exemplo indutivo, um procedimento geral é apresentado a partir da execução de um exemplo particular desse procedimento, neste caso, a construção de um diagrama de caule e folhas.

Rowland, Thwaites e Huckstep (2003) distinguiram o uso de exemplos em exemplos indutivos e exercícios. Um exemplo indutivo é um caso particular de uma generalidade e um exercício é ilustrativo e orientado para a prática e propõem-se vários deste tipo para consolidar, por repetição, um determinado procedimento. A seleção dos exemplos apresentados numa aula não é trivial nem arbitrária. Os autores sugerem que essa seleção deve ser resultado de uma reflexão feita sobre um leque de opções disponíveis.

Segmento de ensino 3MT3Q2 - aula 20 de maio	
<p>MARIA: [...] Escrevemos então 4, 5, 6, 7, 8 e 9.</p> <p>Aluna L: Porquê esses?</p> <p>MARIA: Já vais ver.</p>	<p>Não Contingência Não Responder a ideias do aluno</p>

Análise do segmento de ensino 3MT3Q2

A professora optou por não responder explicitamente à aluna, possivelmente porque esperava que a própria aluna encontrasse, através do exemplo, a resposta à sua questão e compreendesse o porquê de usar aqueles algarismos como dígitos dominantes.

No entanto, nem sempre a escolha dos dígitos dominantes, que figuram como caules, é imediata. Neste caso, toma-se para dígito dominante, o algarismo das dezenas, figurando o das unidades como folha mas nem sempre é assim, atendendo a que as observações da variável podem envolver números com três algarismos significativos ou números decimais. Além disso, uma escolha que conduza a muitos caules e por isso a uma representação muito dispersa ou que conduza a poucos caules e assim poder esconder padrões nos dados, não é útil. A professora podia ter esclarecido a aluna e ter alertado para estas questões relativas à escolha dos dígitos dominantes. Também não foi referida a falta de uma legenda do tipo “7|3 representa a classificação 73”, que pode, em muitos casos, ser elucidativa do tipo de valores em causa.

A questão da escolha dos caules não foi abordada pela professora ao longo das aulas que dedicou à organização e tratamento de dados.

Este tópico está recomendado para o 2.º ciclo do ensino básico mas estes alunos apenas tomaram contacto com este novo programa de Matemática do ensino básico neste ano letivo, 7.º ano de escolaridade, e é importante que a professora, neste período de transição, inclua os tópicos ainda não lecionados aos alunos em anos anteriores.

Segmento de ensino 4MT3Q2 - aula 20 de maio	
<p>Aluna M: Oh setora, e se não houvesse nenhum 80?</p> <p>MARIA: Não pões ou então pões e deixas em branco.</p> <p>Aluna M: Então, podemos pôr ou não pôr?</p> <p>MARIA: Neste momento, nem sei responder a isso. Não, é melhor pôr para não pensarmos que foi descuido, não há mesmo. Tem mesmo de ter.</p>	Fundamentação Base Teórica de Pedagogia

Análise do segmento de ensino 4MT3Q2

A boa relação que a professora mantinha com os alunos é evidenciada a partir de alguns aspetos como o à-vontade com que assumia a sua hesitação quando um aluno colocava uma questão e não estava segura quanto à resposta a dar. Neste episódio, os alunos estavam a aprender a construir um diagrama de caule e folhas, a partir de uma tarefa que consta no manual e na qual se pretende estudar as classificações de 0 a 100 dos alunos da turma da Marta num teste de Matemática.

Quando um aluno ou um professor está perante uma tarefa com uma representação gráfica e tem de mobilizar vários conceitos e competências de natureza diferente pode cometer erros e/ou ter dificuldades. Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) realçam que “quando se pensa em termos de aprendizagem, cometer erros ou dizer as coisas de um modo imperfeito não é um mal a evitar, é algo inerente ao próprio processo de aprendizagem.”

A professora não hesitou em assumir perante os alunos que, no aspeto particular do tópico a ensinar focado pela aluna, não se sentia segura e que tinha dúvidas relativas à resposta adequada a dar. No entanto, precisou apenas de um breve momento de reflexão para responder adequadamente à aluna, num diagrama de caule e folhas devem constar os caules “sem folhas”. A questão estatística discutida neste episódio foi já referida na investigação em educação estatística. Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) referem que a dificuldade de alguns alunos no reconhecimento da ordem dos algarismos, os problemas causados por um caule sem folhas ou quando o zero é um dado são dificuldades diagnosticadas na investigação em representação gráfica em estatística, mais especificamente, no diagrama de caule e folhas.

Segmento de ensino 5MT3Q2 - aula 20 de maio	
<p>MARIA: A Carolina está a dizer que gosta mais do de barras. Então vamos olhar para ali e imaginem aquele gráfico a rodar.</p> <p>Aluna M: Fica um gráfico de barras.</p> <p>MARIA: Eu estou a dizer para rodar só porque normalmente gostamos mais de ver os gráficos de barras na vertical mas também podem estar na horizontal. Aluna M: E podemos fazer o gráfico de barras assim?</p> <p>MARIA: Sim, desde que ponham direito os eixos, podem.</p>	<p>Não Fundamentação Não Evidente conhecimento do tema</p>

Análise do segmento de ensino 5MT3Q2

Neste episódio, a professora fez o paralelo entre as imagens obtidas por um diagrama de caule e folhas e um “gráfico de barras”. Esse paralelo deveria ter sido feito com o histograma mas os alunos ainda não tiveram contato com este tipo de representação gráfica.

No entanto, e apesar de não conhecerem ainda o histograma, era importante realçar que a cada barra não iria corresponder um valor da variável mas todos os valores da variável que pertencem a um dado intervalo ou classe. Tendo em conta que o histograma é um dos tópicos curriculares propostos para este ano de escolaridade, esta referência poderia contribuir para a distinção entre o gráfico de barras e o histograma, que é um dos erros frequentemente cometido pelos alunos. Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) referem resultados da investigação em educação estatística relativa a representação gráfica que indicam que alguns alunos não diferenciam o procedimento de representação dos gráficos de barras para variáveis qualitativas ou quantitativas discretas dos histogramas para as variáveis contínuas para dados agrupados em classes.

A confusão feita entre gráficos aparentemente idênticos, como os histogramas e os gráficos de barras, foi detetado em alunos do ensino secundário, por Wu (2004). Também Lee e Meletiou (2003) referem a interpretação de um histograma como a representação de uma variável discreta, assumindo que cada retângulo se refere a um valor isolado da variável e não a um intervalos de valores, como erro cometido pelos alunos quando trabalham com histogramas.

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: Exercício 4 da página 43 do manual “Antes de começar”</p> <p>Objetivo definido para o exercício: Comparar duas distribuições de dados apresentados em dois diagramas de caule e folhas, com um caule comum.</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p>

A professora deu tempo para que os alunos resolvessem individualmente todas as alíneas do exercício e, posteriormente, promoveu a sua discussão, confrontando as respostas dadas. De seguida, discutiu o cálculo das medidas de localização central de um conjunto de 5 dados.

Exercício 4
<p>Tipo de representação gráfica: diagrama de caule e folhas</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: O exercício prevê a interpretação de gráficos e a comparação de observações relativas à mesma variável recolhidas em populações distintas.</p>

4 Observa as classificações (em %) obtidas numa turma do 5.º ano nos dois últimos testes de Ciências da Natureza.		
Penúltimo teste		Último teste
3 2 0	3	8
5 5 3 0	4	2 4 7
3 2 2 2 0	5	0 2 2 5 5 7
8 5 5 5 3 3 2	6	1 2 3 3 7 7 8
7 6 5 1	7	2 7 9 9 9
4 3 2	8	0 6 7
0	9	2 5

© ANAÍAL LENTINI	a) Qual o número de alunos desta turma?
	b) Em qual dos testes se verificou uma maior percentagem de positivas?
	c) Qual foi a classificação mais baixa desta turma? E a mais alta?
	d) O professor atribui o nível Bom quando um aluno obtém no teste uma classificação entre 70% e 89%. A quantos alunos foi atribuído o nível Bom em cada um dos testes?

43

Segmento de ensino 1ME4 - aula 23 de maio	
MARIA: Toda a gente se recorda de ver isto no outro dia? Independentemente das perguntas que estão aí no enunciado, eu olho para além e fico a saber que há alguma nota, por exemplo, na casa dos 20? [Os alunos respondem que não.] Não, eu olho para lá, neste caule só está o 3, 4, 5, 6, 7, 8 e o 9 ...só há notas na casa dos 30 até à casa dos 90. Como é que eu faço a leitura disto? O último teste é daqui para além [aponta para a direita] e no penúltimo teste é dali para aqui [aponta para a esquerda]. Só que em vez de fazer um diagrama para cada um dos testes, assim é mais fácil olhar e tirar as informações contidas. A primeira questão pergunta quantos alunos tem a turma.	Transformação Escolha de representação

Análise do segmento de ensino 1ME4

No PMEB é sugerido que os alunos realizem “estudos estatísticos que incluam a comparação de dois ou mais conjuntos de dados, identificando as suas semelhanças e diferenças” (Ponte, et al., 2007, p. 59). A professora escolheu um exercício do manual, onde são apresentadas as classificações dos alunos nos dois últimos testes de Ciências Naturais de uma turma de 5º ano. As observações são comparadas a partir dos diagramas de caule-e-folhas apresentados, em que para o lado esquerdo se apresentam as classificações do penúltimo teste e para o direito as classificações do último teste. “O gráfico de caule e folhas é muito útil para comparar observações que digam respeito à mesma variável, mas que tenham sido recolhidas de grupos (populações) distintos” (Martins & Ponte, 2010). Ao selecionar este exercício, a professora mostra a sua preocupação em desenvolver nos alunos um conhecimento relacional e não apenas um conhecimento instrumental dos conceitos. Carvalho e César (2001) consideram que quando se domina uma coleção isolada de regras e algoritmos, aprendidos através da repetição e da rotina, obtém-se um conhecimento instrumental de um conceito. Este tipo de conhecimento permite apenas a resolução de um conjunto limitado de situações, em contextos semelhantes aos aprendidos. O conhecimento que se tem e que pode ser atualizado sempre que novas situações o exijam, chama-se conhecimento relacional. Carvalho e César (2001) referem que o desenvolvimento de competências que permitam aos alunos descrever, julgar e inferir informações acerca de dados, argumentando-os e interpretando-os, deve

proporcionar aos alunos uma compreensão relacional e não apenas um conhecimento instrumental dos conceitos.

Segmento de ensino 2ME4 - aula 23 de maio	
<p>MARIA: Ok, vocês olharam só daqui para baixo ... ou então ao contrário, olharam daqui para cima e viste que há mais negativas neste que neste então é porque há mais positivas neste do que neste [vai apontando para as classificações do penúltimo ou do último teste, conforme vai falando e escreve a resposta no quadro]. Então, a maior percentagem de positivas verificou-se no último teste. Daniela, qual foi a classificação mais baixa da turma, não pede em que teste? 30% [a aluna responde e a professora confirma]. E a mais alta no penúltimo teste? 95% [um dos alunos respondeu]. Podemos acrescentar, Tiago, qual foi a nota mais baixa do penúltimo teste? [O aluno responde 30.] E a nota mais alta do penúltimo teste? [O alunos responde 90.] João, e no último teste, qual foi a nota mais baixa? [O aluno respondeu 38.] E a mais alta? [O aluno responde 95.] Esta pergunta estava um bocado dúbia, parecia dos dois ou então podemos responder assim. Se eu disser, no último teste, tal, no penúltimo teste, tal ... Ana Sofia, o professor atribui o nível Bom quando um aluno obtém no teste uma classificação entre 70% e 89%. A quantos alunos foi atribuído o nível Bom em cada um dos testes? Agora diz em cada um dos testes. Ana Sofia, no último teste, quantos alunos tiveram Bom?</p> <p>[A aluna responde 8, a professora escreve no quadro e há alunos que dizem 7. Esses alunos reparam depois que é no último teste.]</p> <p>MARIA: Como é que eu faço essa leitura?</p> <p>Aluna AS: Temos de olhar para a linha dos 70 e dos 80.</p> <p>MARIA: Até ao fim?</p> <p>Aluna AS: Até aos 80. Não até aos 89.</p>	<p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p>

Análise do segmento de ensino 2ME4

Nesta aula, a professora realçou a utilidade do gráfico de caule-e-folhas para comparar dois conjuntos de dados relativos à mesma variável, a classificação no teste de Ciências Naturais numa turma de 5.º ano, e que a facilidade com que essa comparação é feita se deve à representação dos dados adotada. Na entrevista após a aula, a professora faz referência a essa facilidade e à perceção que teve relativa ao envolvimento dos alunos na exploração deste exercício.

Entrevistadora: [...] Consideras que esse é um dos objetivos desse tema, a comparação de distribuições?

MARIA: Eu penso que sim até porque há gráficos de mais fácil leitura e eu penso que neste aqui a comparação é capaz de ser um ... pelo menos, foi-lhes fácil, eu senti que lhes foi fácil. E talvez a comparação seja uma coisa que eles estão habituados a fazer, comparam resultados e como eram duas turmas acharam engraçado, penso eu. Mas acho que foi fácil comparar e sinceramente também não estou a ver em termos de miúdos de 7º ano muito mais utilidades para o diagrama de caule e folhas.

Na decisão da sequencialidade adotada na representação gráfica, a professora inclui exercícios que visam a compreensão e análise crítica da informação. Neste exercício, onde é sugerida a comparação das classificações dos alunos de uma turma de 5.º ano nos dois últimos testes de Ciências Naturais, não foi feita uma simples leitura dos dados em que os alunos se limitam a retirar os dados dos diagramas. Para interpretar informação resumida nas representações gráficas, recorria a diferentes níveis de perguntas associadas com a compreensão gráfica.

Segmento de ensino 3ME4 - aula 23 de maio	
<p>MARIA: [...] Escrevam aí: a Beatriz vai comprar um jogo e andou a verificar os preços em várias lojas. Os preços em euros foram os seguintes: 19, 20, 25, 20, 20 e 25. A moda deste conjunto é um conceito que vocês já conhecem do ano passado. Bernardo, o que é que tu te lembras desta coisa da moda? [O aluno não responde.]</p> <p>MARIA: Ana Rita.</p> <p>Aluna AR: A moda é o maior número naqueles dados. [A professora pede para repetir porque a aluna falou muito baixo.]</p> <p>MARIA: Então, para ti, naqueles dados, a moda era o quê?</p> <p>Aluna AR: 20.</p> <p>MARIA: Mas o que tu disseste não me levou a pensar no 20. O que tu disseste, é o maior número, portanto era o 25 mas depois tu disseste 20. Então das duas, uma: ou a tua frase não está correta ou o valor para a moda não está correto.</p> <p>Aluna AR: É o que aparece mais vezes.</p> <p>MARIA: Então consideras a moda é o preço que aparece mais vezes. Então, neste caso, a moda é 20 [escreve no quadro]. Às vezes, a moda aparece assim M_0. Então, a moda estamos todos recordados. Vamos escrever. A moda é o dado que aparece com maior frequência [dita a definição e os alunos escrevem no caderno diário]. Atenção, no outro dia, naquela história dos animais domésticos, que a moda pode não ser aquilo que eu espero, é aquilo que me aparece.</p>	<p>Fundamentação Base teórica de pedagogia</p> <p>Fundamentação Terminologia e notação</p>

Análise do segmento de ensino 3ME4

A professora demonstrou, ao longo das aulas, facilidade em lidar com respostas menos claras ou rigorosas dos alunos e insistiu frequentemente em colocar questões que promovem no aluno uma reflexão sobre o que está a fazer ou como está a fazer. Deste modo, vai desenvolvendo no aluno a capacidade de se auto questionar enquanto desenvolve as tarefas. Neste episódio, incentivou a aluna a analisar a resposta que deu à questão sobre a moda do

seguinte conjunto de dados: 19, 20, 25, 20, 20 e 25. Procurou que a aluna identificasse o erro e o corrigisse e que se exprimisse de forma fluente e rigorosa. Cramer (2013) defende que a ênfase no desenvolvimento do raciocínio na sala de aula de Matemática deve ter em consideração possíveis barreiras linguísticas e considera que as características do raciocínio matemático apontam para a necessidade de uma linguagem científica. Como características, refere a abstração a partir de situações concretas, a exploração da relação entre novo conhecimento e as estruturas de conhecimento já existente e a precisão, a coerência e forma concisa pretendida como resultado num processo de raciocínio e encontra um paralelo com as características da linguagem científica. Assim, realça que a linguagem científica dificilmente pode ser evitada no processo de desenvolvimento do raciocínio e que a sua estreita relação oferece muitas oportunidades de aprendizagem.

Segmento de ensino 4ME4 - aula 23 de maio	
<p>MARIA: A pergunta da Maria João é a seguinte: nós simplificámos a expressão que nos permitia calcular a média porque havia 3 valores iguais a 20 e dois eram 25. A pergunta da Maria João é a seguinte: se tivermos 50 dados e forem todos diferentes. Aí teríamos de somar os 50 e calcular a média dessa forma. O que acontece é que, se tivermos os 50 dados todos diferentes e forem muito próximos... ouçam bem porque vai necessário a seguir, imaginem que os 50 dados eram respeitantes a alturas de alunos do 7º e 8º ano. [...] Se tivermos uma tabela com 50 dados todos diferentes, temos uma tabela de 50 linhas com 1,1,1... não tinha muito jeito. Estava eu a dar um exemplo, a vossa turma e a turma do 8º ano, juntas sejam 50 meninos, todos mais ou menos da mesma idade. Como são todos da mesma idade, as alturas não variam assim ... andam todos mais ou menos na mesma faixa mas mesmo assim é um leque grande de alturas. [...] Há vários meninos que têm a mesma altura mas podemos ter 19 dados diferentes. Para estudar a altura também não era muito prático. Então, o que fazemos? Fazemos uma coisa que se chama agrupar por classes. E quando agrupo por classes já não tenho esse problema porque na mesma classe eu meto uma data de situações. Ou seja, nas alturas, por exemplo, dos 100 aos 110 centímetros, em vez de colocar um aluno que mede 101 ou 102 ou 103, 104, 105, 106, 107, 108 centímetros, dos 100 aos 110 ficam os oito meninos, dos 110 aos 120 há 5 meninos, por exemplo, e por aí fora, depois vemos como calculamos a média. Mas desta forma consigo uma tabela em vez de ser com 50 linhas fico por exemplo com 10 linhas. E já agora, porque a Leonor já perguntou aquela história do histograma, permite-nos avançar um bocadinho.</p> <p>Aluno B: E se for para calcular a média da minha altura, com a dela, com a da setora...</p>	<p>Contingência Responder a ideias do aluno</p>

Análise do segmento de ensino 4ME4

Quando a professora pediu para que calculassem a média do conjunto de dados 19, 20, 25, 20, 20 e 25, um aluno sugeriu transformar algumas das somas em produtos, multiplicando o 20 por 3 e o 25 por 2. Uma aluna perguntou à professora como fazer para calcular a média no caso da variável apresentar uma grande diversidade de valores. A professora recorreu ao exemplo da variável “altura dos alunos da turma” e referiu que os dados seriam agrupados em classes. Incorporou a ideia da aluna na aula, apontando para o agrupar os dados em classes e para o tópico que iria ensinar de seguida, o histograma. A professora recorre a uma tarefa que apresenta o tempo de estudo dos alunos de uma turma, em minutos e de forma aproximada, para introduzir o histograma. Tendo em conta o exemplo escolhido para esclarecer a aluna, das alturas dos alunos da turma, podia ter trabalhado de fato com os valores reais das alturas, agrupando-os em classes e exemplificando de forma mais clara o que pretendia que os alunos aprendessem. Também a questão do cálculo da média de dados agrupados em classes não ficou esclarecida mas é um item que retomou posteriormente.

O tempo pode ser um fator decisivo das decisões tomadas e das opções adotadas pelos professores. Estes, quando confrontados com questões colocadas pelos alunos, têm de avaliar a pertinência da questão e tomar a decisão de incorporar a sugestão ou ideia do aluno na aula ou não. Tudo isto num curto espaço de tempo e numa situação em que se planeou o que fazer e como fazer naquela aula, tendo em vista determinado objetivo. Neste caso, ao incorporar a ideia da aluna na aula, encaminhou a questão para trabalho com dados agrupados em classes mas, para que o esclarecimento se torne significativo em termos de aprendizagem, deverá ser feito sem constrangimentos de tempo, tentando que os alunos o compreendam o novo objetivo de aula, surgido a partir da questão colocada. Neste caso, a comunicação revelou-se unilateral e pouco esclarecedora.

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: Questão Aula</p> <p>Objetivo definido para a atividade: Selecionar um gráfico de um artigo de um jornal ou revista e escrever um texto relativo à informação transmitida desse modo.</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p>

Atividade Questão Aula
<p>Tipo de representação gráfica: a escolhida por cada aluno</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: compreensão e interpretação de um gráfico da comunicação social e comunicação</p>

Esta foi a aula que antecedeu a prova escrita. A professora entregou na aula anterior uma ficha de consolidação de conhecimentos com conteúdos incluídos na matriz da prova e, nesta aula, propôs esclarecer dúvidas dos alunos. Antes, porém, informou os alunos que a última questão aula não seria realizada na aula e consistiria em selecionar um gráfico de um artigo de jornal ou de revista e escreverem um texto relativo à informação aí transmitida.

Segmento de ensino 1MQA - aula 30 de maio	
<p>MARIA: Calma, temos uma sexta-feira válida, a próxima têm teste, a outra é feriado e depois é a última semana de aulas. Portanto, às sextas-feiras é que nós estávamos a fazer a questão aula ... a vossa próxima questão aula, não é feita na aula, e é ... e eu vou dizer o que é que é para fazer. Têm de pesquisar, têm de procurar numa revista, um gráfico de barras, circular, de linhas, [...] procurar um gráfico e agora têm imensos à disposição - quer dizer, têm sempre imensos à disposição - mas agora, quanto mais não seja</p>	Transformação Material de ensino

<p>pelas eleições, temos imensos, um gráfico qualquer de barras, circular, pictograma, se conseguirem encontrar algum, e depois, não é só trazer o gráfico, recortam o gráfico do jornal, da revista e depois ...</p> <p>Aluna M: Analisar...</p> <p>MARIA: Caracterizar, exatamente, fazer a notícia daquele gráfico como se fosse ...</p> <p>Aluna C: Temos que ser nós a fazer notícia?</p> <p>MARIA: Pois claro, se for a notícia do jornal, não tem muito interesse.</p>	<p>Fundamentação Consciência dos objetivos</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------

Análise do segmento de ensino 1MQA

A professora definiu as questões aula como instrumento de avaliação. As questões aula eram resolvidas individualmente pelos alunos nos últimos 10 - 15 minutos da aula e avaliavam conhecimentos trabalhados e adquiridos na própria aula, permitindo uma correção e um feedback oportunos, que ajudava a professora e o aluno a perceber se a compreensão do que foi lecionado na aula tinha sido atingida ou se precisava de mais ajuda e informação. Contrariamente ao que era habitual, a última questão aula não foi realizada na aula e consistia na seleção de um gráfico de um jornal ou de uma revista e na escrita de um texto sobre a informação aí apresentada.

“Desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas” é um dos propósitos principais de ensino no tema organização e tratamento de dados para o 3.º ciclo. Espera-se que os alunos compreendam a informação de natureza estatística e desenvolvam uma atitude crítica face a esta informação e que relacionem a Estatística com assuntos de outras disciplinas, com temas da atualidade nacional ou internacional ou com interesses dos alunos, como é sugerido no programa de Matemática (Ponte, et al., 2007, p. 59). Este objetivo vai ao encontro do estabelecido no GAISE College Report (2005), onde se afirma que, para se ser estatisticamente alfabetizado, se deve saber interpretar resultados estatísticos em contextos e criticar artigos de jornais que incluam informação estatística.

Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010), num estudo em que analisaram gráficos apresentados na comunicação social de três tipos (um jornal diário, uma revista semanal e uma mensal), realçam que 6% dos gráficos analisados apresentavam a escala explicitamente, 39% das escalas apresentavam erro de proporcionalidade e que uma reportagem com gráfico incluído descrevia ou salientava dados do gráfico, apenas remetia o leitor para o gráfico ou nem sequer se referir ao gráfico. Devido à grande frequência com que a comunicação social recorre a gráficos e aos resultados obtidos na investigação, consideram importante o ensino-aprendizagem incluir este “eixo matemático para o desenvolvimento de uma atitude cidadã”.

Segmento de ensino 2MQA - aula 30 de maio	
<p>Aluna C: Escrevemos as frases de acordo com a tabela, não é de acordo com o que já lá está escrito.</p> <p>MARIA: Tens um gráfico e tu és a jornalista e vais ... o gráfico tem lá coisas escritas. Nós não dissemos que um gráfico tem de ter uma legenda, por exemplo.</p> <p>Aluna C: Mas não escrevemos o que está escrito, no texto do jornal.</p> <p>MARIA: Ah, pois... Sim, sim, o texto do jornal sai, exato. Senão, estavam a fazer uma cópia do jornal. E outra coisa, quando recortam não se esqueçam de anotar donde tiraram o gráfico, se foi do jornal tal do dia tal, se foi da revista do dia tal, seja o que for, vocês escolhem o que quiserem mas têm de anotar a fonte.</p> <p>Aluna M: E a nossa notícia...</p> <p>MARIA: Não é o que lá está no jornal, era o que a Carolina estava a perguntar, não.</p> <p>Aluna M: Então temos de inventar uma.</p> <p>MARIA: Sim.</p> <p>Aluna M: Então não podemos pôr a legenda porque a legenda já lá está.</p> <p>MARIA: Mas a legenda... olha lá, Maria, num gráfico circular, se não tiver a legenda, tu não sabes o que este sector, imagina que até está numerado... a legenda têm de a tirar, o gráfico até está tipo numa caixa e tem aqui a legenda, certo? O texto escrito sobre o gráfico é que vocês apagam.</p> <p>Aluno B: Mas podemos tirar ideia desse texto.</p>	<p>Fundamentação Identificação de erros e dificuldades</p> <p>Transformação Material de ensino</p>

Análise do segmento de ensino 2MQA

A professora continuava a esclarecer o que é pedido aos alunos uma vez e outra, de um modo e de outro, porque reconhecia no pedido um desafio aos alunos no sentido de tentarem ultrapassar uma dificuldade já detetada anteriormente.

Em vez de apresentar novamente um gráfico a analisar, a professora propõe que sejam os alunos a procurar dados reais existentes em jornais e revistas apresentados através de uma representação gráfica. Deste modo, os alunos poderão ir ao encontro de uma temática que lhes seja familiar ou de que gostem, desporto, moda, alimentação, livros, etc. No caso de não terem jornais ou revistas em casa a que pudessem recorrer, a professora sugeriu irem à biblioteca da escola onde havia material disponível para pesquisa.

Este é ainda um modo de desenvolver a comunicação estatística básica que envolve, segundo Rumsey (2002), leitura, escrita, demonstração e troca de informação estatística de uma forma que outra pessoa a entenda.

Os alunos manifestaram muitas dúvidas relativas à resolução da questão aula. Apesar de já não ser a primeira abordagem deste tipo, os alunos continuavam a revelar insegurança

quando se lhes pedia para lerem e interpretarem uma informação estatística apresentada a partir de uma representação gráfica.

Na entrevista posterior a esta aula, foi feita uma reflexão sobre o resultado deste desafio:

Entrevistadora: Essa era uma questão, se tens ideia como correu essa questão aula, e se tens ideia do tipo de gráficos que os alunos apresentaram e do tipo de interpretações que foram feitas.

MARIA: Eu agora não tenho bem a certeza mas penso que um ou dois alunos não entregaram, não entregaram a questão aula e tiveram zero. Outros entregaram ... mas foi à base de gráficos circulares e de barras e limitaram-se a escrever ... dois ou três limitaram-se a escrever o que estavam a ver, por exemplo, 75% da informação tal diz respeito a tal, pura e simplesmente. E coisas ainda mais estranhas porque um dos gráficos, era o do Miguel, tirou da internet sobre as eleições e então na notícia dele, o PSD ganhou porque aquilo foi das eleições, das últimas eleições, o PSD ganhou mas na notícia dele, ele referia isso, o PSD ganhou ... imagina, ganhou com 33%, por exemplo, mas a CDU teve 35%. Eram coisas deste género, eles nem sequer, neste caso, este aluno nem foi crítico em relação ao que estava a escrever.

Entrevistadora: Mas estava escrito no gráfico?

MARIA: Não, ele dizia que o partido tinha ganho porque sabia das notícias. E estou-me a lembrar melhor. Ele tirou um gráfico de uma localidade, de um concelho, que não é representativo do país e portanto, escreveu que o partido tinha ganho porque ele sabia porque as eleições tinham sido há dois ou três dias. E ele escreveu isso, o partido X ganhou, neste caso, era o PSD mas como a notícia dele dizia que ... imagina num concelho ou freguesia da zona do Alentejo em que ganhou a CDU, então ele à frente desta frase dizia “mas a CDU tem 35%” quando o outro tinha 33% [risos], percebes? Aquilo não batia a bota com a perdigota, ele escreveu aquilo que se foi lembrando e os dados que ali estavam, nem sequer foi crítico nisso.

Um aspeto que a professora realçou, agora na entrevista, foi o facto dos alunos responderem com base no senso comum quando confrontados com dificuldades na resolução de uma tarefa. Nestes casos, os conceitos espontâneos precedem a apropriação dos conceitos científicos. Segundo Carvalho e César (2001), são os alunos com desempenhos mais fracos e que registam insucesso escolar os que mais frequentemente recorrem ao quotidiano para justificar as suas resoluções.

A questão aula podia ter-se traduzido numa aprendizagem mais significativa se a professora tivesse proposto a discussão de, pelo menos, algumas das suas resoluções. Podia ter-se transformado numa estratégia para reorganizar a compreensão gráfica dos alunos, desenvolver a interpretação de gráficos estatísticos e a comunicação e criar novas oportunidades para os alunos colocarem as suas próprias questões. Mas o fator tempo é um fator condicionador e na planificação feita pela professora no início do tema constava ainda o tópico do diagrama de extremos e quartis.

Professora Maria

Sequência de ensino: Tarefa 2 da página 136 do manual adotado

Objetivo definido para o exercício: Construir um histograma

Finalidades

☒ a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.

Objetivos gerais do ensino da Matemática

☒ 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.

☒ 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.

☒ 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.

Tarefa 2

Tipo de representação gráfica: histograma

Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:

☒ Ler os dados ☒ Ler entre os dados ☒ Ler para lá dos dados ☐ Ler por detrás dos dados

Observações: O exercício prevê a construção de um histograma e a interpretação dos dados representados.

TAREFA 2

Na turma do Telmo, a professora de **Estudo Acompanhado** perguntou aos alunos quantos minutos, aproximadamente, tinham estudado no dia anterior e obteve as respostas seguintes:

20	12	15	25	50
33	53	34	55	65
30	58	40	30	35
60	40	60	38	35
60	45	10	50	55
60	18	15	24	15

- 1** Quantos alunos tem a turma?
- 2** Constrói uma tabela de frequências, agrupando os dados em classes com a mesma amplitude, sendo a primeira constituída pelos valores observados que são iguais ou maiores que 10 e menores que 20.
- 3** Quantos alunos estudaram, pelo menos, uma hora?
- 4** Que percentagem de alunos estudaram menos de 30 minutos?
- 5** Constrói um gráfico de barras adjacentes cuja base é o intervalo da classe e a altura é o respectivo valor da frequência absoluta.
- 6** Escreve um **pequeno texto** sobre os hábitos de trabalho demonstrados pelos alunos desta turma.

Nota:

Se possível utiliza uma calculadora gráfica ou uma folha de cálculo para representar e tratar a informação recolhida.

136

Com esta tarefa, a professora possibilitou relembrar a classificação de variáveis e dos dados estatísticos; organizar em classes dados de natureza quantitativa contínua; construir, analisar e interpretar tabelas de frequências; construir, analisar e interpretar histogramas e desenvolver a capacidade de comunicação matemática. A questão 1 tinha sido resolvida na aula anterior e a professora propôs que os alunos tentassem trabalhar a questão 2 em casa. Foi construindo a tabela de frequências absolutas e relativas no quadro, com indicações dadas pelos alunos. Os alunos resolveram as questões 3 e 4, num trabalho a pares e as respostas de cada grupo foram discutidas na turma. Depois de apagar o que tinha escrito no quadro, incluindo a tabela, leu o enunciado da questão 5. A professora foi estimulando os alunos a darem respostas às questões que ia colocando à medida que ia construindo o histograma no quadro.

A questão 6 da tarefa não resulta de uma simples leitura do gráfico uma vez que implica que os alunos interpretem o gráfico e discutam relações a partir dos dados.

Segmento de ensino 1MT2 - aula 27 de maio	
<p>MARIA: [...] O que é que nós temos de considerar? A primeira classe é quando os valores são maiores que 10 ou iguais e menores que 20 e eu coloquei [escreveu 10-20 na primeira linha da coluna das classes], foi assim, não foi? E depois a classe a seguir...</p> <p>Aluno B: 20 menos 30.</p> <p>MARIA: Não é 20 menos 30, é de 10 a 20,</p> <p>Aluno B: Mas eu estou a dizer a seguir.</p> <p>MARIA: Sim, mas não é um menos, é de 10 a 20, de 20 a 30, 30 a 40, 40 a 50, 50 a 60. O máximo de tempo que aí está é 65 então temos de considerar ainda de 60 a 70. Reparem, todas estas classes estão com a mesma amplitude, é ou não é? E qual é a amplitude delas?</p> <p>Aluno B: 10.</p>	Fundamentação Uso de terminologia e notação adequada

<p>MARIA: 10. Salvo raras exceções as classes têm todas a mesma amplitude. E eu, no final já da aula, disse-vos ... o que é que eu vos disse em relação ao que aqui está escrito?</p> <p>Aluna Mt: Que ali entre 10 e 20 tínhamos que meter os números até 20, de 20 a 30, todos os que estão entre 20 e 30...</p> <p>MARIA: E por aí fora. Mas eu disse-vos qualquer coisa em relação ... nós podemos olhar para ali e ficar com alguma dúvida, por exemplo, se um menino disser 20 minutos, onde é que eu o encaixo? [Alguns alunos disseram a classe certa, outros não.]</p> <p>Aluna MJ: Ali é como se fosse de 10 a 19.</p> <p>MARIA: Ou 19,9. São todos os valores que são próximos de 20 mas quando eu quero 20, em que classe é que eu encaixo? Nesta [aponta para a classe de 20 a 30]. Se for 30 minutos, onde é que eu encaixo?</p> <p>Alunos: Na terceira [a professora aponta para a classe de 30 a 40].</p>	
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 1MT2

A professora procura que os alunos utilizem com rigor a linguagem específica da representação gráfica. Neste caso, como os alunos não conhecem a notação de intervalos de números reais, a professora adotou a notação 10 - 20 para representar a classe [10, 20[ou de 10 a 20. As intervenções e as respostas dos alunos mostram alguma insegurança na notação adotada.

Segmento de ensino 2MT2 - aula 27 de maio	
<p>Aluna Mt: 3 a dividir por 30.</p> <p>MARIA: Então como é que no final te deu 4?</p> <p>Aluna Mt: Então, na primeira, deu-me 0,20%.</p> <p>MARIA: Não, deu-te 0,20. Quanto é que vai dar em percentagem? 20%. Deixa só ver aqui. [Confirma na calculadora os cálculos e escreveu os cálculos na primeira linha.] 6 a dividir por 30 deu 0,2, agora, se queres em percentagem, tens de converter para percentagem, ou seja, 20%.</p>	<p>Conexão Conexões sobre conceitos</p>

Análise do segmento de ensino 2MT2

A dificuldade de trabalhar com um mesmo número representado em várias formas, neste caso, de escrever o número decimal que representa a frequência relativa na forma de percentagem já tinha sido detetada anteriormente, nomeadamente na aula de 20 de maio.

Segmento de ensino 3MT2 - aula 27 de maio	
<p>MARIA: Cláudia, o que é que me estão a pedir?</p> <p>Aluna Cl: Estão a pedir a percentagem.</p> <p>MARIA: Sim mas estão a pedir a percentagem de quê?</p> <p>Aluna Cl: A percentagem dos alunos que estudaram menos de 30 minutos.</p> <p>MARIA: Sim. E quantos meninos estudaram pelo menos 30 minutos?</p> <p>Aluna Cl: 4. Não, 9. [Um dos alunos responde mas a professora insiste com a aluna que está a responder.]</p> <p>MARIA: Cláudia, que intervalos é que são?</p> <p>Aluna Cl: De 10 a 20 e de 20 a 30.</p> <p>MARIA: Ok, porque a pergunta era menos de 30 minutos. Então eram estas duas classes. Se já tivesse tudo [a tabela] preenchido tudo bem mas não tenho preenchida. Então o que é que tenho de pensar? O que é que eu tenho de fazer?</p> <p>[A aluna não responde.]</p> <p>MARIA: Então quantos alunos estudaram menos de 30 minutos? [os alunos respondem 9 e a professora escreve no quadro: 9 alunos estudaram menos de 30 minutos.] É esta a resposta que me pedem? [os alunos dizem que não.]</p> <p>Ana Rita, o que é que me pedem?</p> <p>Aluna AR: A percentagem.</p> <p>MARIA: Estás a dizer 9, porquê?</p>	Fundamentação Base teórica de pedagogia

Análise do segmento de ensino 3MT2

A professora manteve, nas suas aulas, uma interação com os alunos onde era privilegiada uma postura interrogativa. Ao longo das aulas, insistiu no questionamento oral, com intenção de clarificar ideias, quer para a compreensão do aluno com quem intervém quer para a dos outros alunos da turma.

Este episódio reflete a postura adotada pela professora no decorrer das aulas. Neste caso, as questões são sobretudo do tipo fechado e direta, em que vai pedindo justificações para as respostas que a aluna dá. Segundo Santos (2008), o questionamento oral, para além de ser talvez a prática letiva mais frequentemente adotada na sala de aula, é uma das formas com grande potencialidade de promover uma avaliação reguladora porque acontece a par com as experiências de aprendizagem, permitindo uma regulação no momento.

Segmento de ensino 4MT2 - aula 27 de maio	
<p>[A aluna escreveu $\frac{3}{90} = 0,3 \times 100 = 30\%$ no quadro.]</p> <p>MARIA: Ana Rita, há aí alguma coisa que não pode ser. Sabes porquê? Vê lá se a tua apresentação do cálculo está bem feito. Aliás, vocês fizeram esse</p>	Conexão entre conceitos

<p>erro no teste e continuas a fazê-lo [a aluna corrige o erro]. Ok. Então, resposta que ainda não está dada.</p> <p>[A aluna escreveu a resposta enquanto a professora preenchia a tabela com as frequências relativas.]</p>	
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 4MT2

A dificuldade realçada relacionava-se com a apresentação correta dos cálculos a efetuar para obter o valor da percentagem.

A aluna parecia saber o que tem de fazer, no entanto, não representou adequadamente a resolução. É um erro frequente, já diagnosticado e relacionado com o uso do sinal de igual. “O aluno realiza operações de um modo sequencial, da esquerda para a direita, usando o sinal de igual tanto como “separador” entre dois raciocínios como para introduzir um novo resultado, a partir de valores numéricos anteriores” (Ponte, Branco, & Matos, 2009, p. 22).

Os episódios relativos ao cálculo de percentagens realçam a conexão existente entre a Estatística e os Números e Operações e também com a Álgebra, com a possibilidade de recorrer a correspondências para calcular uma percentagem. De fato, o trabalho com representações gráficas revelou-se, no decorrer das aulas, uma oportunidade para retomar questões que lhes estão associadas como percentagens, escalas e regras de três simples.

Segmento de ensino 5MT2 - aula 27 de maio	
<p>MARIA: A seguir pede um gráfico, até diz um gráfico de barras adjacentes. O que é esta história dos adjacentes? Já apareceram ângulos adjacentes, lados adjacentes...</p> <p>Aluno M: Juntas.</p> <p>MARIA: Juntas.</p> <p>Aluno M: sem espaço entre si.</p> <p>MARIA: Então, na questão 5, e eu já vou mostrar direitinho. O que é que nós temos? Tempo de estudo [desenha um referencial e escreve o título.] O nome do nosso gráfico é Tempo de estudo. Agora, vou colocar ... o quê, no eixo horizontal?</p> <p>Aluna M: As classes.</p> <p>MARIA: Então, vou colocar aqui tempo (em minutos).</p> <p>Aluna C: Com que ...</p> <p>MARIA: Com que escala? Já vamos ver. A pergunta que tu fizeste, vamos decidir nós [está a referir-se para o eixo vertical]. É indiferente trabalhar com a frequência absoluta ou relativa. Depois mostro-vos uns gráficos onde se vê que é indiferente. Agora, neste caso, trabalhamos com a frequência absoluta ou relativa, o que é que vocês acham?</p> <p>Alunos: Absoluta.</p>	<p>Transformação Escolha de exemplo adequado</p> <p>Fundamentação Conhecimento procedimental</p>

MARIA: A frequência relativa tem ali umas vírgulas, como não arredondámos, pode dificultar marcar mas dá exatamente o mesmo. O Bernardo vota na relativa mas o resto vota na absoluta. Então, vamos para a absoluta. Neste caso, a frequência absoluta traduz o número de alunos. Então, número de alunos [escreve como legenda do eixo vertical], já sabemos que é a nossa frequência absoluta. Carolina, já está dada a resposta. O máximo dos valores era... já apaguei o quadro, era?	
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 5MT2

A *transformação* baseia-se no que “a professora sabe”, no que a levou a escolher uma determinada forma de apresentar o tópico de modo a ser mais facilmente compreendido pelos alunos. Foi a partir de um exemplo, neste caso, de um exemplo planeado e indutivo, que a professora pensou ensinar os seus alunos a identificarem e a construírem o histograma. Um exemplo planeado pode ser considerado como um produto final do pensamento e de uma reflexão do professor e, num exemplo indutivo, é através de uma execução (particular) de um procedimento que ensina um procedimento (em geral) (Figueiredo, 2010). A professora considerou a sequência de ensino, apresentada nesta tarefa, adequada ao desenvolvimento das competências necessárias para construir e interpretar corretamente o histograma e para saber quando o deve eleger como representação gráfica adequada. Os alunos foram construindo um gráfico ao qual, depois de evidenciadas as suas diferenças com o gráfico de barras e de realçada a sua utilidade, chamam histograma.

Na construção do histograma, a professora chamou a atenção a elementos que fazem parte do gráfico, como o título do gráfico e a legenda dos eixos. Reconhecer as componentes dos gráfico, as inter-relações entre essas componentes e o impacto dessas componentes na apresentação da informação reduzida nos gráficos é um dos comportamentos a desenvolver para se adquirir um bom sentido gráfico (Friel, Curcio, & Bright, 2001). A professora revela conhecer os procedimentos estatísticos na construção de um histograma.

Segmento de ensino 6MT2 - aula 27 de maio	
<p>MARIA: [...] O máximo dos valores era... já apaguei o quadro, era?</p> <p>Aluno B: 65.</p> <p>MARIA: Não, não, não era 7? [...] Então já respondemos. No vosso caderno, como tem quadriculado podem fazer uma quadrícula, uma unidade. Eu aqui não tenho quadrícula mas faço mais ou menos 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.</p> <p>Aluna MJ: Até ao 7?</p> <p>MARIA: Não é o máximo? Não é a máxima frequência absoluta? [...] A nossa primeira classe era dos 10 aos 20, então ponho aqui 10, 20, 30, ... Se neste espaço [aponta para o espaço entre 10 e 20 no eixo horizontal], deixam duas quadrículas neste também será duas quadrículas [no espaço entre 20 e 30].</p>	Não Contingência Não Perceção do professor

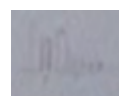
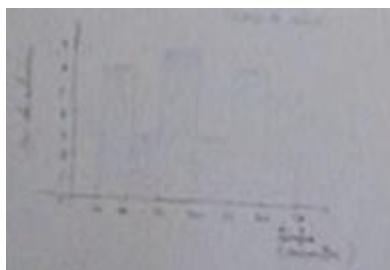
Análise do segmento de ensino 6MT2

Na sequência deste episódio, as intervenções dos alunos denunciavam alguma confusão nos valores a adotar para o eixo vertical. Apesar de a professora ter legendado cada um dos eixos, os alunos manifestaram dificuldades na passagem da informação da tabela para a representação gráfica solicitada. A professora não demonstrou ter tido a percepção do equívoco que os alunos manifestaram, tendo continuado a construção do histograma sem ter pedido a justificação do número apresentado pelo aluno B ou a hesitação da aluna MJ.

Segmento de ensino 7MT2 - aula 27 de maio	
<p>MARIA: [...] A Carolina disse que gosta mais do de barras espaçadas mas já percebeste qual é aqui a questão. Se eu perguntar pelo número de irmãos. Toda a gente tem 1 irmão, dois irmãos, ...</p> <p>Aluna M: Ou 0 irmãos.</p> <p>MARIA: ...ou 0 irmãos. O que fazes na tabela [desenha uma tabela]? Número de irmãos 0, 1, 2 e 3 com frequências 5 meninos não têm irmãos, 6 meninos têm 1 irmão, ... são estes os dados. O que vais fazer? O que vais construir? No gráfico de barras, o que colocas? Há uma coluna que diz respeito aos 0 irmãos, a seguir, igualmente espaçadas, 1 irmão e igualmente espaçadas 2 irmãos. E depois há 1 menino, depois 3. O que é que tu está a ler aqui, quando olhas para aqui? 0 irmãos corresponde a tantas pessoas, 1 irmão corresponde a... Naquele caso, nós não sabemos que eles estudam ... quando olhamos para ali, não sabemos se estudou 19 minutos, se estudou 18 minutos, se estudou 15 minutos... Sabemos é que há 6 meninos que estudaram entre 10 e 20 e há logo 3 que estudaram entre 20 e 30. O 20 é aqui uma divisão mas há minutos imediatamente antes e imediatamente depois. Se fazes aqui uma quebra não faz sentido. Porque são intervalos contínuos, todos juntos dá um conjunto de valores entre 10 e 70.</p>	<p>Não Transformação Não Escolha de exemplo adequado</p> <p>Fundamentação Identificação de erros e dificuldades</p>

Análise do segmento de ensino 7MT2

A professora recorreu a um exemplo de um gráfico de barras e a um histograma para clarificar a distinção entre as duas representações.



O gráfico de barras representa os dados observados da variável “número de irmãos”, com valores pensados na altura em que está a escrever a tabela. O histograma foi construído com os dados da tarefa proposta. Para tornar mais clara a distinção, insistia em que não conhecia os valores da variável “tempo de estudo” que pertencem a cada uma das classes. No entanto, nesta tarefa, os valores da variável em causa, o tempo de estudo de cada aluno da turma do Telmo, são apresentados de forma não agrupada, ou seja, conhece-se cada um dos dados estatísticos, o que contraria o que a professora enfatiza e torna pouco elucidativo o exemplo escolhido para clarificar a distinção entre variáveis quantitativas discretas e contínuas.

A professora aproveitou a intervenção de uma aluna para realçar a distinção entre o gráfico de barras e o histograma, antecipando um erro muito frequente na representação gráfica em estatística. A construção de um histograma com barras separadas é um dos tipos de erros no procedimento de construção de histogramas realçados por Espinel, González, Bruno e Pinto (2009).

Segmento de ensino 8MT2 - aula 27 de maio	
<p>MARIA: Vamos olhar muito bem para o gráfico e vamos pensar que conclusões é que eu posso tirar do gráfico, que seriam as mesmas da tabela, claro. Rita, uma imagem vale mais do que mil palavras. Provavelmente, vocês tiram mais informações ... são as mesmas, as do gráfico e as da tabela, mas provavelmente tiram mais do gráfico porque é mais visual do que a tabela, sendo as mesmas claro. Em dois minutos, toda a gente vai escrever uma frase acerca do gráfico.</p> <p>Aluna M: Eu não consigo.</p> <p>[Os alunos dizem não saber o que escrever.]</p> <p>MARIA: Toda a gente escreve uma frase. Olhem para o gráfico e cada um escreve uma frase e depois vamos juntar essas frases.</p>	<p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p>

Análise do segmento de ensino 8MT2

Os alunos não revelaram dificuldades em acompanhar a professora na construção do gráfico, para além das relacionadas com as escalas a utilizar no eixo vertical. No entanto, quando lhes foi solicitada uma leitura do gráfico, manifestaram-se dizendo que não conseguiam. A professora já tinha referido esta dificuldade como uma reação adversa frequente nos alunos quando tinham de escrever uma frase ou um texto. Para poderem escrever sobre os hábitos demonstrados pelos alunos em questão na tarefa, como é pedido na última alínea, os alunos têm de ler entre os dados, o que implica interpretar os dados e a forma como estão integrados no gráfico, comparar quantidades e identificar relações matemáticas presentes no gráfico.

A professora optou por uma tarefa que, para além do desenvolvimento de procedimentos, neste caso, na construção do histograma, visa também a sua leitura e interpretação, fazendo

com que os alunos se confrontem com uma situação que lhes poderá levantar dificuldades já antes reveladas.

O professor tem um papel fundamental de preparação de atividades que criem situações em que os alunos sejam confrontados com dificuldades e erros já diagnosticados e “onde os aspetos relevantes, quer de um ponto de vista conceptual onde se estudam as relações matemáticas quer de um ponto de vista estatístico onde se fazem análises dos dados apresentados, sejam discutidos de forma crítica (Carvalho, 2009).”

Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) defendem a ideia de que um dos aspetos importantes em Estatística desde os primeiros anos tem a ver com as representações gráficas. Para estes autores, “os gráficos não devem surgir como um fim em si mesmo mas como um meio de comunicar um pensamento ou para investigar dados através de diferentes representações.” Por isso, recomendam insistir, inicialmente, na compreensão e interpretação dos gráficos, mais do que na sua construção.

Na entrevista posterior à aula, que decorreu apenas no início do ano letivo 2011- 2012, a investigadora esclareceu junto da professora porque é que não abordou algumas questões relativas ao histograma, como, por exemplo, a possibilidade do histograma ser construído com barras de larguras diferentes, como sugerido na brochura Organização e Tratamento de Dados de Martins e Ponte (2010).

MARIA: Eu falei nas classes diferentes, até porque houve uma aluna que perguntou, conforme o trabalho que estivéssemos a desenvolver. Mas nas amplitudes diferentes no mesmo histograma, não...

Entrevistadora: E achas relevante para estes alunos?

MARIA: Acho que não. Eles já levaram uma boa dose de organização e tratamento de dados e acho, sinceramente, que não.

Entrevistadora: E é o primeiro ano que estão a trabalhar este tipo de gráficos e irão trabalhar este ano [8º ano].

MARIA: Sim e este ano pode-se aprofundar.

Foi feita ainda uma reflexão sobre a hipótese dos alunos apresentarem o mesmo conjunto de dados de outra forma recorrendo a outra representação gráfica ou, no caso de se ter um outro conjunto de dados relativos ao tempo de estudo dos alunos de outra turma, a que gráficos recorreriam os alunos para poderem comparar as duas distribuições.

Entrevistadora: [...] A estes alunos de 7.º ano achas que devem ser feito ou achas que não há necessidade de colocar este tipo de questões?

MARIA: Tendo em conta que eles dão um leque tão grande de representações, às tantas era capaz de ser boa ideia, pelo menos conversar um bocadinho. Não explorar muito porque provavelmente perder-se-ia muito tempo e nós estamos sempre muito limitadas com o tempo. Mas perguntar talvez não fosse má ideia.

Entrevistadora: Seria mesmo perda de tempo?


Segmento de ensino 9MT2 - aula 27 de maio	
<p>MARIA: Sim, mas ... Há ainda uma coisa que eu ainda não disse e que é importante. Quando estamos a falar de histograma...já toda a gente percebeu porque é que as barras são juntinhas, não já? [...] Acontece um pequeno grande pormenor. Quantos meninos estão aqui representados?</p> <p>Alunos: 30.</p> <p>MARIA: Se eu calcular a área deste retângulo, deste retângulo, deste retângulo, deste retângulo, deste e deste...</p> <p>Aluna M: Vai dar 30.</p> <p>MARIA: Vai dar o número total de dados que eu estou a considerar. E reparem, se eu considerar as bases iguais a ...</p> <p>Aluno T: 2 cm.</p> <p>MARIA: Não, não vou considerar 2 cm. Esperem lá, que eu agora perdi-me aqui. Sim, a altura tem 6 unidades e esta tem 1 unidade [diz, apontando para os lados do primeiro retângulo], certo? Portanto, a área é ... 6. E esta? 3. E esta? 7. E esta? 3. E esta? 6. E esta? 5. [vai apontando sucessivamente para o segundo retângulo, o terceiro até ao último e escrevendo a adição, no fim verifica que o total é 30]. Somadas dá 30.</p> <p>Aluna M: Mas isso é o mesmo que ver a altura.</p> <p>MARIA: Sim porque a classe é 1. Se tivesse feito um gráfico, não com a frequência absoluta mas com a frequência relativa, se eu fosse calcular as áreas e somasse, o que é que vocês acham que dava? 100% [responde uma aluna] ou, se não tivesse feito em percentagem, 1, está bem?</p> <p>Aluna MJ: Ó setora, por exemplo, se em vez de andar só uma unidade, se ali no tempo tivéssemos duas unidades em vez de andarmos só uma?</p> <p>MARIA: Se a classe tivesse ...</p> <p>Aluna MJ: Se em vez de andar só uma, andasse duas?</p> <p>MARIA: Fazias na mesma.</p>	<p>Não Fundamentação Não Evidente conhecimento do tema</p>

Análise do segmento de ensino 9MT2

O histograma é um gráfico constituído por retângulos adjacentes, tendo cada um por base um intervalo de classe e com área igual ou proporcional à frequência relativa (ou absoluta) dessa classe. Enquanto num gráfico de barras, as barras estão igualmente separadas e o que é relevante é a altura de cada uma, num histograma as barras (retângulos) estão adjacentes e o que é importante é a área de cada uma. Se se considerar para altura dos retângulos, a frequência relativa dividida pela amplitude de classe, a área de cada retângulo é a frequência relativa da classe e a área total ocupada pelo histograma é 1 ou 100%; se se considerar para altura dos retângulo a frequência relativa, a área de cada um é proporcional à frequência relativa, com a constante de proporcionalidade igual à amplitude da classe e a área total

ocupada pelo histograma é igual à amplitude da classe ou à amplitude vezes 100%. A imagem transmitida pelo histograma no caso em que a sua área é 1 ou é a amplitude da classe tem o mesmo aspeto. É importante a noção de que o histograma representa os dados através da área de cada uma das barras e não da sua altura. Este era o conhecimento que a professora pretendia transmitir aos alunos e no qual revelou muito pouco à vontade. Houve duas intervenções de alunas que deram oportunidade da professora reformular a noção de histograma, “Mas isso é o mesmo que ver a altura.” e “Ó setora, por exemplo, se em vez de andar só uma unidade, se ali no tempo tivéssemos duas unidades em vez de andarmos só uma?”. Na verdade, tinha cinco unidades, mas a professora abreviou a resposta e não esclareceu nem a aluna nem os restantes elementos da turma.

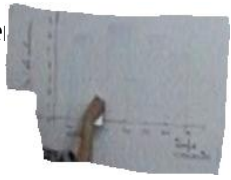
De acordo com Lin e Shen (1992), os problemas manifestados pelos alunos podem traduzir algumas dificuldades conceptuais como, por exemplo, a área da barra ter de ser proporcional à frequência. Neste caso, essas dificuldades podem derivar da estratégia de ensino adotada e do tipo de experiência que foi proporcionada pela professora.

Segmento de ensino 10MT2 - aula 27 de maio	
<p>MARIA: O que eu queria que vocês vissem, os dois gráficos que eu tenho aqui, são ... quando sai do Excel, sai assim, apesar de nós termos deixado aqui uma classe aberta, ali sai assim. Mas, tudo bem, reparem só numa coisa. Os dados da frequência absoluta estão aqui, da frequência relativa. Notam alguma diferença assim a olhar para lá? São cópia um do outro, certo? Se recortasse, sobrepõe um em cima do outro, bonitinho, certo? Agora, olhem para aqui, são cópia um do outro mas olhem para aqui, frequência absoluta e o outro frequência relativa [realça, apontando, a legenda do eixo vertical em cada gráfico], só mudou aí porque de resto é exatamente a mesma coisa. O facto de termos feito com a frequência absoluta, deu este gráfico [gráfico construído na aula], se eu tivesse feito com a frequência relativa só mudava os valores que estavam aqui, que eram os da percentagem.</p> 	<p>Transformação Material de ensino</p>

Análise do segmento de ensino 10MT2

Neste momento, a professora recorreu ao computador para possibilitar que os alunos compreendessem que, no histograma, é indiferente utilizar as frequências relativas ou as absolutas no eixo vertical. Apresentou dois histogramas, já construídos no programa Excel, em que as bases dos retângulos são as mesmas mas enquanto num deles usou os valores da frequência relativa para construir o histograma, no outro recorreu aos valores da frequência absoluta. Realçou então que o aspeto dos dois gráficos é o mesmo e que o objetivo de

compreender os dados e visualizar algum padrão subjacente aos mesmos, será igualmente alcançado, num caso ou noutro.

Segmento de ensino 11MT2 - aula 27 de maio	
<p>Aluna M: Imaginemos que não havia nenhum resultado entre 30 e 40, colocamos o 30 e 40 na mesma?</p> <p>MARIA: A pergunta da Maria faz sentido. Não me tinha lembrado de dizer isso. Vamos imaginar que neste conjunto de 30 meninos ninguém tinha respondido entre 30 e 40 minutos. [Apaga a barra] A coluna está cá e tem frequência igual a zero. Quando olhas para aqui o que interpretas? De 30 a 40 minutos ninguém</p> 	<p>Contingência Uso de oportunidade</p> <p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p>

Análise do segmento de ensino 11MT2

A análise da *contingência* do Quarteto do Conhecimento entrelaça com as categorias da *fundamentação* uma vez que esta dimensão inclui os conhecimentos e a compreensão da matemática per se e o saber necessário para ensinar a matemática, o que influencia, junto com outros fatores, a avaliação da pertinência estatística de uma questão ou sugestão de um aluno e a decisão a tomar posteriormente. Neste episódio, uma aluna colocou uma situação ainda não apresentada que a professora incorporou na aula através de um exemplo modificado. A questão da aluna surgiu a partir do exemplo proposto pela professora, que o modificou de forma espontânea e imediata para, depois de modificado, responder adequadamente e esclarecer a aluna.

Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) referem que os erros no procedimento de construção de histogramas se podem classificar em três tipos: construir o histograma com barras separadas, legendar de forma incorreta e omitir os intervalos de frequência nula. Depois de reconhecer a pertinência estatística da questão colocada pela aluna, a professora incorporou a questão na aula, aprofundando um aspeto relacionado com o histograma que ainda não tinha referido e que é uma situação em que é frequente os alunos errarem.

Na proposta de planificação do tema, disponibilizada pela professora antes de começar a lecionar o tema *organização e tratamento de dados*, não constava nenhum exemplo com a situação exposta pela aluna.

A espontaneidade e segurança com que a professora esclareceu a aluna e modificou o exemplo apresentado para se ajustar à situação colocada e responder adequadamente,

revelou um evidente conhecimento tanto do conhecimento da representação gráfica como do conhecimento pedagógico desse tópico.

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: Tarefa 4 da página 142 do manual adotado</p> <p>Objetivo definido para a atividade: Comparar duas distribuições</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 2. Os alunos devem desenvolver uma compreensão da matemática.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p>

Enquanto a professora recolhia o trabalho que tinha proposto para casa, os alunos resolviam individualmente a tarefa 4. Depois de recolhidos os trabalhos, pediu a uma aluna para fazer resolver no quadro as alíneas da questão 1. Apesar de não ser pedido na tarefa proposta, a professora construiu os diagramas de extremos e quartis relativos a cada uma das distribuições e teceu algumas conclusões retiradas dos mesmos.

Tarefa 4
<p>Tipo de representação gráfica: diagrama de caule e folhas</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: Construir diagramas de extremos e quartis relativos a duas distribuições e retirar conclusões.</p>

TAREFA 4

A directora da **turma X** também o era da **turma Z**, por isso resolveu comparar os resultados das duas turmas no final do primeiro período. Começou pelos resultados a Língua Portuguesa:

Turma X						
2	4	2	4	4	2	2
2	4	2	4	2	4	4
3	4	4	4			

Turma Z						
5	4	2	4	5	2	4
2	5	2	5	2	2	2
2	3	5	5	2		

1 A directora de turma calculou a média das classificações para cada turma.

- a) Que valores obteve?
- b) Neste contexto, qual o significado desses valores?
- c) Comparando os dois valores, que se pode afirmar?

2 A directora de turma não ficou completamente satisfeita.

- a) Elabora uma tabela de frequências absolutas para cada uma das turmas.
- b) Qual é, em cada turma, a classificação mais frequente?
- c) Como responderias à questão colocada pela directora de turma?



Estes valores serão suficientes para caracterizar o aproveitamento de cada uma das turmas?

3 Por fim, a directora de turma determinou a mediana, o 1.º quartil e o 3.º quartil das classificações da **turma X** e da **turma Z**.

- a) Que valores obteve?
- b) Compara os valores obtidos.

4 Discute com os teus colegas sobre as medidas que melhor caracterizam os resultados de cada uma das turmas.

Segmento de ensino 1MT4 - aula 13 de junho

MARIA: Ok, tens que nos explicar, não é? Porque ... Como é que eu sei se ... quer dizer, eu e todos os meninos, sabemos como é que tu calculaste a média?

Aluna D: Então, somei os valores todos que estão aqui e dividi.

MARIA: Ok, e não nos queres fazer isso?

Aluna D: São muitos valores ... [a aluna ri-se]

MARIA: Ah, pois mas faz hoje oito dias, se se lembram, faz hoje oito dias ... sim, foi na segunda-feira passada, estivemos a ver uma forma de não termos de escrever os dados todos, todos, todos, não foi? Então, essa história de ... ih, temos de escrever todos, já não precisamos.

[A aluna apresenta os cálculos no quadro e a professora ajuda no que respeita à notação para a média da turma X.]

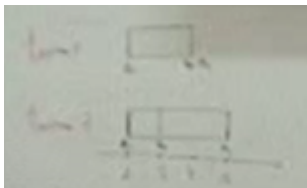
Fundamentação
Base teórica de pedagogia

Análise do segmento de ensino 1MT4

Na tarefa 4 da página 142 do manual, selecionada pela professora, são apresentados dois conjuntos de dados relativos aos resultados a Língua Portuguesa de duas turmas, X e Z, no final do primeiro período. Na primeira questão, os alunos teriam de calcular a média dos resultados de cada uma das turmas. Uma das alunas foi resolver ao quadro e escreveu apenas o valor das médias.

A professora insistiu na apresentação de todos os cálculos e justificações a que a aluna recorreu para obter a respostas apresentadas. A aluna apresentou os cálculos no quadro e a professora ajudou no que respeita à notação para a média da turma X.

A professora insistiu na clarificação das respostas dadas pelos alunos. Ao apresentar os cálculos e as justificações necessárias, o aluno está também a organizar o seu pensamento e a comunicar aos outros o que pensou para apresentar aquele resultado.

Segmento de ensino 2MT4 - aula 13 de junho	
<p>MARIA: Vamos fazer o diagrama de extremos e quartis. [Foi fazendo no quadro o diagrama de extremos e quartis relativo à turma X.]</p> <p>MARIA: Qual é o extremo inferior da turma X? [2, respondem os alunos] E o extremo superior da turma X? [4, respondem os alunos] O 1.º quartil da turma X? [2] Coincide com o extremo inferior, não coincide? Então aqui está o 1.º quartil que coincide com o extremo inferior. E a mediana é no 4, o 3.º quartil é no 4, e o extremo superior é ... no 4. Ou seja, neste caso, parece que estão todos aqui concentrados. [Fez o diagrama de extremos e quartis relativo à turma Z] Extremo inferior, 2. Mediana é 3. O 3.º quartil é 5 e o extremo superior, na turma Z ... é 5. Então, aqui é o 1.º quartil, que coincide com o extremo inferior, aqui é a mediana e aqui é o 3.º quartil que coincide com o extremo superior.</p> 	<p>Transformação</p> <p>Material de ensino</p> <p>Conexão</p> <p>Antecipação de complexidade</p>

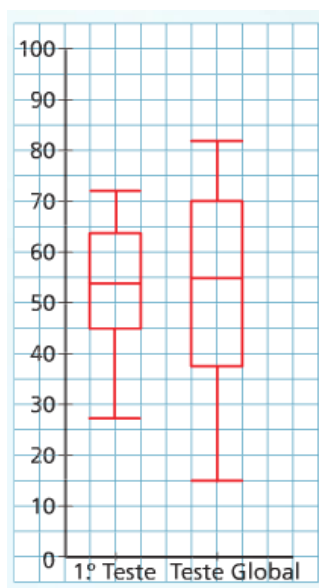
Análise do segmento de ensino 2MT4

A tarefa visava a comparação dos resultados das duas turmas através dos valores da média, da moda e dos quartis de cada conjunto de dados e a discussão sobre as medidas que melhor caracterizam esses resultados. Os alunos apresentaram argumentos que apelam para um significado matemático, quer no caso da média quer nos quartis. A importância de uma compreensão relacional, face a uma compreensão apenas instrumental, é reforçada por Batanero (2000) ao afirmar que a compreensão de um conceito não inclui apenas o

conhecimento das definições e propriedades mas também o reconhecimento dos problemas em que ele deve ser utilizado.

A professora transformou esta tarefa, que visava já um objetivo ambicioso, e procurou envolver os alunos através de um paradigma de ensino que inclui avançar e recuar, discutir erros e dificuldades e estimular a perseverança, a curiosidade e o interesse na matemática. Optou pela construção dos diagramas de extremos e quartis relativo a cada uma das distribuições, apesar das coincidências verificadas em alguns valores dos extremos e quartis. Essas coincidências fizeram com que os diagramas apresentassem uma forma pouco frequente, por exemplo, nos manuais de Matemática do 7.º ano disponibilizados. Contudo, é importante desafiar os alunos com gráficos que suscitem dúvidas e exijam discussão e reflexão quer na sua construção quer na sua leitura e interpretação.

Mas é também importante que a complexidade nos tópicos lecionados seja introduzida de forma gradual. Há, nas páginas 143, 144 e 145 do manual adotado, um caso de comparação de classificações de Matemática de uma turma no primeiro teste de avaliação e no último teste, cuja matriz já incluía todos os temas lecionados e em que um dos alunos tinha sido transferido, em que os dados se encontram distribuídos da seguinte forma:



A comparação feita a partir destas representações gráficas afigura-se mais simples do que a realizada na aula. A complexidade com que as ideias estatísticas são abordadas deve ser gradual e, neste caso, atender a que a noção de dispersão e de variabilidade não são familiares aos alunos. Uma das recomendações de Shaugnessy (2007, p. 1002), é que o ponto de partida seja a noção intuitiva que os alunos têm de centro e variabilidade de um conjunto de dados, o que implica começar “com o que os alunos trazem para a mesa desses conceitos e construir a partir daí”.

Segmento de ensino 3MT4 - aula 13 de junho	
<p>MARIA: A informação que diz respeito a esta caixa é de quanto? 25%. E nesta caixa? 25%. Se nos concentrarmos nestas caixas, porque depois as outras coincidem, reparem aqui dá estão 25% da informação e aqui outros 25%. Mas esta é maior do que esta. O que é que isso querará dizer?</p> <p>Aluno M: Que a amplitude entre os extremos da segunda caixa é maior.</p> <p>MARIA: Exatamente, que a amplitude entre os extremos da segunda caixa é maior do que da primeira, ou seja, há mais dispersão. Se uma caixa é maior, o Miguel disse que a amplitude entre os extremos da caixa da direita é maior, então há mais dispersão. Qual era a mediana na turma Z? [3, responderam os alunos.] E o 3º Quartil? [5, responderam os alunos.] Então, de 3 a 5. E o 1Q? [2, responderam os alunos.] E a mediana? 3. Então, reparem, 2 - 3 e 3 - 5, então, não há maior dispersão dos dados na segunda caixa?</p>	Transformação Material de ensino

Análise do segmento de ensino 3MT4

O diagrama de extremos e quartis é uma representação gráfica que tem frequentemente uma interpretação incorreta por parte dos alunos ao considerar que quanto maior é a caixa, maior é a percentagem de dados nela contida (Espinél, González, Bruno, & Pinto, 2009). A professora insistiu na construção dos diagramas e na sua leitura e verificou que os mesmos suscitaram algumas dúvidas na sua leitura derivadas à forma pouco usual, principalmente do diagrama relativo à distribuição da turma X. Relativamente à questão colocada, a professora não esperou que o aluno esclarecesse a sua resposta, o que significaria, para ele, ter “maior amplitude”, e realçou de imediato a questão fundamental da dispersão.

Segmento de ensino 4MT4 - aula 13 de junho	
<p>MARIA: [...] E na primeira? Apesar do 1.º gráfico ser um bocado estranho. Parece que a informação está ali toda concentrada. Mas posso tirar conclusões.</p> <p>Aluna Mt: A mediana é igual ao 3ºQ.</p> <p>MARIA: Sim. E entre a mediana e o 3ºQ a informação diz respeito a 25% dos dados. Mas estão sobrepostos, é como estivessem ali todos concentradinhos ... e estão. O que isso significa? E a outra caixa é maior.</p> <p>Aluna M: Na turma X, estão ali 50% dos dados dentro da caixa.</p> <p>MARIA: Será?</p> <p>Aluna M: Porque o 1.º quartil ...</p> <p>MARIA: Não, então vou pôr a cor. Desta tirinha à outra tirinha estão 25%, coincidentes. E aqui? [25%] E aqui? [25%] A Maria disse agora uma coisa que é verdade. Aqui será? Estão 25? Aqui é que estão 50.</p>	Contingência Responder a ideias do aluno

Análise do segmento de ensino 4MT4

Os diagramas suscitaram algumas dúvidas na sua leitura. A forma pouco usual do diagrama relativo à distribuição da turma X pode ter favorecido as leituras erradas feitas pelos alunos. Na sua intervenção, a aluna fez corresponder à única caixa visível 50% dos dados. A professora esclareceu-a recorrendo a cores distintas para os extremos e para os quartis. Na turma X, todos os resultados são 2, 3, ou 4. Se se incluir o 2 e o 4 então entre o 2 e o 4 estão 100% dos resultados da turma X a Língua Portuguesa. Na “caixa” a que a aluna se refere, o valor à esquerda é o 1.º quartil, que é 2, e o valor à direita é a mediana, 4 neste caso, e entre estes dois valores estão 25% dos dados apresentados.

Na entrevista que decorreu no início do ano letivo 2010/2011, a professora elucida sobre o resultado da reflexão feita sobre o trabalho realizado com este tipo de representação gráfica:

MARIA: Sim, o diagrama de extremos e quartis, que não pedia no trabalho de projeto e esse foi complicado. Esse é um assunto que vai ter de ser novamente trabalhado este ano [8.º ano] porque foi complicado.

Shaugnessy (2007) realça a falta de consenso, entre os investigadores em educação matemática, quanto ao facto de ser, ou não, apropriado trabalhar com o diagrama de extremos e quartis com alunos do 3.º ciclo do ensino básico. Enquanto uns defendem que sim, desde que os professores enfatizem a sua compreensão e interpretação e não apenas a sua construção, outros corroboram as dificuldades inerentes ao diagrama de extremos e quartis sentidas pela professora Maria, defendendo que se deve adiar a introdução deste tipo de representação gráfica devido às dificuldades que os alunos do ensino básico têm com o raciocínio proporcional, que é necessário quer para a construção, quer para a interpretação do diagrama de extremos e quartis. As dificuldades que este tipo de gráfico apresenta aos alunos e a observação do comportamento de alguns professores, levaram Pfannkuch (2006) a sugerir adiar a sua introdução no currículo do ensino obrigatório.

<p>Professora Maria</p> <p>Sequência de ensino: Tarefa</p> <p>Objetivo definido para a atividade: comparar os resultados num teste a Matemática dos alunos do 9.º A e do 9.º B.</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 2. Os alunos devem desenvolver uma compreensão da matemática.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p>

A professora distribuiu uma tarefa aos alunos onde insistia na comparação de duas distribuições, desta vez das classificações de um teste de Matemática em duas turmas do 9.º ano de escolaridade. A tarefa foi retirada da brochura de Organização e Tratamento de Dados (Martins & Ponte, 2010, p. 146) que consta como material de apoio à implementação do novo programa de Matemática e disponibilizada pelo Ministério de Educação. A professora pediu para os alunos resolverem individualmente ou que a discutissem com o colega de carteira.

Tarefa – Notas no teste de Matemática das turmas 9.º A e 9.º B. Na turma o professor apresentou as notas que os seus alunos das turmas 9.º A e do 9.º B tinham tido no mesmo teste a Matemática. Pretendia que os alunos lhe dissessem qual seria a turma que teve um melhor desempenho no teste.

Notas da Turma 9.º A

10,6 9,8 10,4 10,8 11,2 10,2 11,6 10,6 9,8 12,2 12,4 11,4 10,8 13,8 8,6
10,4 11,2 11,8 10,6 11,6

Notas da Turma 9.º B

9,4 10,0 11,0 8,2 13,6 10,0 9,4 11,2 9,8 12,6 15,6 7,2 16,8 10,8 9,4 8,8
11,2 7,4 12,4 15,0

Esta é uma situação aberta, em que a questão não está bem definida, nem orientada, e cabe aos alunos o papel fundamental da sua clarificação.

A tarefa TN, notas no teste de Matemática das turmas 9.º A e 9.ºB, visa a comparação de duas distribuições mas não indica como retirar informação dos dados de modo a poder concluir que turma apresenta melhor desempenho. Na disciplina de Matemática, como em qualquer outra disciplina escolar, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2006). Depois de distribuído o enunciado, a professora deu tempo para os alunos a resolverem individualmente ou a discutirem a pares e ia esclarecendo as dúvidas que surgiam. Neste tipo de situação, é importante dar a autonomia necessária para que sejam os alunos a resolvê-la mas também garantir que o trabalho flui e se torne significativo na sua aprendizagem.

Segmento de ensino 1MT - aula 13 de junho	
MARIA: São poucos dados, não são? Se fores fazer por classes podes perder alguma informação.	Fundamentação Evidente conhecimento do tema

Análise do segmento de ensino 1MT4

As classes a que a aluna se refere são intervalos. Quando se faz a redução de dados, há informação que sobressai, como a estrutura subjacente aos dados mas há outra informação que se pode perder. No entanto, quando comparados o histograma, o diagrama de caule e folhas e o diagrama de extremos e quartis construídos com o mesmo conjunto de dados, é a última representação que perde mais informação mas é também a mais simples de construir. Poderia, no entanto, deixar que fosse a aluna a concluir sobre a utilidade do histograma neste contexto.

Segmento de ensino 2MTN - aula 13 de junho	
<p>MARIA: Bernardo, fazer exatamente o mesmo que fizemos para a turma X e para a turma Z, pode ser?</p> <p>Aluno J: Aquele dos quartis?</p> <p>MARIA: Sim, a média, a moda, ...</p> <p>Aluna C: Pomos na mesma ... tipo, dez vírgula seis?</p> <p>MARIA: Sim.</p> <p>Aluna MJ: Fazemos aquilo da percentagem?</p> <p>MARIA: Isso podem não fazer, surgiu há bocadinho. Maria, neste caso que as classificações são com casas decimais é que convém mesmo pones o ponto e vírgula. Média, como calcular a média, rápido.</p> <p>Aluna M: Posso fazer primeiro a tabela de frequências.</p> <p>MARIA: Podes e provavelmente até é melhor, fazer primeiro a tabela, sim. É</p>	Não Contingência Não Desvio do plano de trabalho

<p>melhor porque há lá algumas notas coincidentes. Diz, Miguel?</p> <p>Aluno M: Metemos em grupos ...</p> <p>MARIA: Mas a Maria já perguntou isso mas o número de dados não é tão grande assim que agora nos leve a pensar fazer por classes, está bem? Então faz lá.</p> <p>Aluna C: Na tabela, pomos também as casas decimais?</p> <p>MARIA: Claro.</p> <p>Aluna I: Não podemos fazer o caule e folhas, pois não?</p> <p>MARIA: O caule e folhas? Podes. E agora estavas a pensar como é que colocavas? Como é que fazias o caule e as folhas? Ok, fazes isto. Quando aqui pões 9 e aqui 4, não é 94, é 9,4. E 10,0, ...</p> <p>Aluna I: Posso fazer?</p> <p>MARIA: Sim. Se fizeres a tabela, os dados ficam já organizadinhos, não queres fazer? Não? Está bem.</p>	<p>Transformação Material de ensino</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------

Análise do segmento de ensino 2MTN

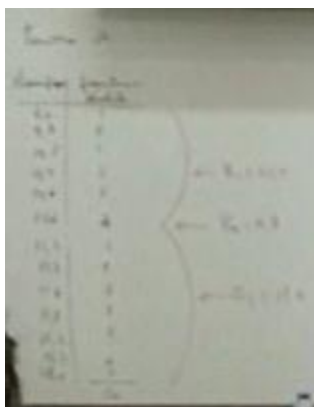
Os alunos não reagiram ao fato das notas se encontrarem na escala de 1 a 20 em vez da escala habitual, de 1 a 5 ou em percentagem. Nesta tarefa não era sugerida qualquer caminho de resolução e, por isso, teriam de ser os alunos a definir um percurso de exploração. Houve alunos que sugeriram agrupar os dados em intervalos, elaborar primeiro uma tabela, construir um diagrama de extremos e quartis ou construir um diagrama de caule e folhas. Talvez a hipótese de trabalho mais produtiva seria cada um refletir sobre os caminhos já sugeridos e tentar chegar a uma conclusão de forma autónoma e posteriormente partilhar com os restantes elementos da turma e a professora o caminho percorrido até à conclusão. No entanto, uma vez mais, os alunos não dispunham de tempo disponível em sala de aula. Esta é uma tarefa que requer reflexão, discussão e argumentação e para que isso se faça se forma eficaz é necessário tempo e esta era a penúltima aula do ano letivo.

Segmento de ensino 3MTN - aula 13 de junho	
<p>MARIA: Olhem, eu fiz a tabela de propósito só para agora vos ajudar a fazer uma ... para podermos ver os quartis de forma diferente. Alguém perguntou se podemos pôr por classes, penso que foi a Maria. Podemos pôr mas como os dados não assim tantos, às tantas, neste caso, perdíamos algo.</p> <p>Aluna M: Em classes de 1, só.</p> <p>MARIA: De 1 décima em 1 décima?</p> <p>Aluna M: Não.</p> <p>MARIA: De uma unidade? Sim, mas como são só 20 casos e eu queria chamar a atenção a um pormenor.</p>	<p>Não Contingência Não Responder a ideias do aluno</p>

Análise do segmento de ensino 3MTN

Depois de construir uma tabela de frequências absolutas em que trabalhou com os dados não agrupados, a aluna insistiu em recorrer a intervalos e uma vez mais, a professora, interessada em realçar que a determinação das medidas de localização com os dados organizados na tabela, não incorporou a sugestão da aluna.

Segmento de ensino 4MTN - aula 13 de junho	
<p>MARIA: Mas então numa tabela convém estarem ordenados, não? Vamos pensar outra forma mais simpática ou mais prática de agora não termos de voltar a escrever os dados todos seguidinhos 9,6; 9,8; ... para calcular a mediana e os quartis. A quantos dados diz respeito esta informação da turma A? [20, respondem os alunos]. Quando eu estou a pensar em média, toda a gente sabe o que é. Em moda, qual é a moda aqui? [10,6, respondem os alunos]. E se eu quiser pensar em mediana, que é o valor central, é o valor correspondente a que posição? Era capaz de ser boa ideia agora ouvirem, não sei ... A média, eu sei calcular, a moda é olhar para o quadro e não tenho dúvidas nenhuma. A mediana é o valor central, teria que ordenar. Mas para não ter que ordenar ...</p> <p>Aluna C: Dividimos 20 por 2 e vamos à tabela e procuramos o valor que está em 10º lugar.</p> <p>MARIA: Vamos ver [na tabela, na coluna das frequências absolutas, conta dez]. [...] A Carolina disse que é o valor que está na 10.ª posição. Até aqui estão 9. Para aqui estão outros 11. O que está na 10.ª posição ... se eu estivesse a ordenar, estará onde? No 10,8. Se eu dividisse, 10 estariam aqui e os outros 10 estariam aqui, certo? Então qual é o valor mediano? É o 10,8. E o primeiro quartil? Tenho 10 para a esquerda, neste caso, para cima e para baixo. É o que está na 5ª posição, 10,4. E o terceiro?</p> <p>Aluno B: É o 11,6.</p>	<p>Não Transformação Não Material de ensino</p>



Análise do segmento de ensino 4MTN

As sugestões dos alunos incluíram então agrupar em classes os dados disponibilizados e construir um diagrama de caule e folhas. No entanto, a professora adiantou-se, construiu uma tabela de frequências absolutas e apenas mostrou não ser necessário ordenar os dados para a determinação dos quartis uma vez que os dados, na tabela, se encontram ordenados. A tarefa proposta era aberta, o que aumenta a complexidade do ambiente de aprendizagem, exigindo do professor um conhecimento profissional sustentado uma vez que não consegue prever o tipo de participações ou sugestões dos alunos. Partilhando o controlo da aula e permitindo um ritmo estabelecido pelos alunos, a professora poderia ter transformado a tarefa num instrumento pedagogicamente forte no sentido do desenvolvimento da literacia estatística. No entanto, optou por dirigir a aula, assumindo o controlo da aula, em vez de o partilhar, revelando-se pouco à-vontade com a exploração de tarefas abertas.

5.1.2. Resultados obtidos no estudo de caso da professora Maria e sua discussão

O Atlas.ti constituiu uma ajuda relevante no resumo dos resultados obtidos em cada caso, através de tabelas e figuras relevantes no que respeita às relações entre as categorias e as dimensões. Sendo uma aplicação informática de análise qualitativa de dados, que permite categorizar e registar os dados em função do problema de estudo definido pelo investigador e estabelecer relações e comparações, facilitou a descoberta de informação relevante na problemática em estudo.

Apresentam-se de seguida os resultados relativos à professora Maria, começando pela Tabela 5.1, que apresenta o número de segmentos de ensino considerados em cada categoria da *fundamentação, transformação, conexão e contingência*.

Tabela 5.1: Distribuição das categorias dos segmentos de ensino, destacados das aulas da professora Maria, pelas categorias e dimensões do modelo

	Fconsciência Objetivos	Fcurso Material	Fconhecimento Procedimental	FerrosDificuldades	Fconhecimento Tema	FbasePedagógica	Fterminologia Notação	Total Fundamentação	TExemplos	TEscolla Representação	TMaterialEnsinho	Total Transformação	CXcomplexidade	CXSequencialidade	CXConexão Procedimentos	CXConexão Conceitos	CXadequação Conceptual	Total Conexão	CTRespostaAlunos	CTDesvioPlano	CTUso Oportunidade	CTPerceção	Total Contingência	TOTALS
Maria13maio	2	0	1	0	2	2	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
Maria16maio	0	0	3	1	2	1	1	8	1	0	3	4	1	0	1	1	0	3	0	0	1	0	1	16
Maria20maio	1	0	3	1	2	2	1	10	2	0	4	6	0	2	2	1	0	5	0	0	0	0	0	21
Maria23maio	0	0	2	0	0	1	1	4	0	1	0	1	0	1	2	1	0	4	2	0	0	1	3	12
Maria27maio	0	0	1	1	1	1	1	5	1	0	1	2	0	1	0	2	0	3	0	0	1	0	1	11
Maria30maio	1	0	0	1	0	0	0	2	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
Maria06junho	1	0	1	0	3	3	3	11	2	0	0	2	0	0	0	2	0	2	0	2	0	1	3	18
Maria13junho	0	0	0	0	1	1	0	2	0	0	3	3	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	7
TOTALS	5	0	11	4	11	11	7	49	6	1	13	20	2	4	5	7	0	18	3	2	2	2	9	96

Nesta tabela, é contabilizada a totalidade das referências a cada uma das categorias do modelo feitas na análise. 96 é o total das referências feitas às categorias na análise e não o total dos segmentos de ensino destacados nas aulas da professora porque um segmento de

ensino pode ser contabilizado mais do que uma vez, nos casos em que é enquadrado por mais do que uma categoria.

Os segmentos incluídos na *fundamentação* constituem, aproximadamente, 51% das referências feitas e, dentro desta dimensão, destacam-se as seguintes categorias:

- Conhecimento procedimental;
- Evidente conhecimento do tema;
- Base teórica de pedagogia.

Foram considerados como significativos da *transformação*, aproximadamente, 21% das referências, destacando-se a categoria:

- Material de ensino.

Relativamente à *conexão*, foram feitas, aproximadamente, 19% da totalidade das referências feitas e destacam-se as categorias:

- Conexões entre conceitos;
- Conexões entre procedimentos.

No que respeita à dimensão da *contingência*, foram registadas 9 das 96 referências feitas, o que corresponde a 9%, não se destacando especialmente nenhuma das categorias.

Destacam-se ainda duas categorias por não terem segmentos de ensino associados:

- Recurso a material didático-pedagógico, da *fundamentação*;
- Reconhecimento de adequação concetual, da *conexão*.

Da Tabela 5.1, relativa às dimensões *fundamentações*, *transformação*, *conexão* e *contingência* do modelo adotado, importa realçar que apenas duas categorias não têm segmentos de ensino associados. Todas as outras categorias têm segmentos de ensino associados, com especial destaque de algumas.

A categoria Recurso a material didático não é contemplada na análise. As fontes das atividades a que a professora Maria recorre são: o material de ensino disponibilizado pelos professores das turmas piloto, que anteciparam a implementação do programa deste programa, e o manual adotado na escola.

Numa das entrevistas, a professora Maria justificou o recurso a esse material de ensino (entrevista posterior à aula de 20 de maio):

Maria: [...] nas brochuras uma só tarefa acaba por abarcar muito mais matéria, muito mais conteúdos enquanto no livro, as tarefas são interessantes, mas acabam por ser mais centradas, sei lá, por exemplo, num gráfico de barras, ou então nas medidas de

localização, ou num gráfico circular enquanto que as outras tendem a ser mais abrangentes.

Também a categoria, Reconhecimento de adequação concetual, não é visada na análise. A professora faz um investimento na construção, leitura e interpretação de gráficos e não na procura descodificar os conceitos estatísticos envolvidos.

As categorias que se destacam são: Conhecimento procedimental, Evidente conhecimento do tema, Base teórica de pedagogia e Material de Ensino, as quais se detalham de forma breve, de seguida.

A professora mostrou à-vontade no domínio do Conhecimento procedimental, da construção da representação gráfica estatística, revelando conhecer adequadamente os procedimentos do tópico, quer relativamente à construção dos diferentes tipos de gráficos quer aos elementos que os constituem. A relevância deste conhecimento prende-se com a série de ações e os diferentes conceitos e propriedades envolvidos e que variam consoante o tipo de gráfico (Fernandes, Morais e Lacaz, 2011).

Em alguns momentos, revelou ainda ter um Evidente conhecimento do tema, através da forma aprofundada com que apresentava determinados conceitos e procedimentos, incentivou a construção manual de gráficos nas aulas e alertou frequentemente para conceitos mobilizados aquando a construção de um gráfico, como contagem, tabelas, escalas, origem, variáveis, frequência, entre outros (Espinell, Gonzalez, Bruno e Pinto, 2009). O investimento na construção manual dos gráficos é fruto da reflexão pessoal da professora sobre dificuldades que reconhece nos alunos e o modo de as ultrapassar, o que torna claro na entrevista dada depois da aula de 20 de maio, quando refere:

Maria: A minha ideia é eles fazerem todos [os gráficos] em papel, primeiro, mesmo que seja um circular, se eles acharem que é o circular o ideal para aquela situação, e só depois vão recorrer ao Excel porque eles têm de saber escolher a escala, por exemplo, que é uma dificuldade, seja a do eixo horizontal seja a do eixo vertical. E se não passarem pela necessidade de construírem o gráfico, eu acho eles nunca vão sentir isso e o Excel dá tudo. Por isso, eles vão primeiro construir as tabelas à mão, fazer os cálculos da frequência relativa se a pergunta assim o exigir à mão ou o gráfico à mão, escolham eles o que escolherem e só depois vão poder fazer no Excel.

Neste excerto da entrevista, os gráficos a que se referia eram os incluídos no estudo estatístico que propôs aos alunos no Estudo Acompanhado e que recorria a dados dos próprios alunos, com as idades, as alturas, os resultados da milha e o número de abdominais. A escolha da representação gráfica adequada aos dados recolhidos no trabalho foi feita pelos alunos, passando posteriormente à interpretação e às conclusões sobre determinadas características da própria turma.

Houve, no entanto, momentos em que a professora manifestou falta de segurança relativa a aspetos particulares da representação gráfica mas, nesses momentos, reconheceu perante os alunos essa insegurança e disse que iria aprofundar o seu conhecimento nesse aspeto, para depois os esclarecer adequadamente, revelando uma relação sólida de confiança com os alunos e uma preocupação de Base pedagógica. No decorrer das aulas, a professora Maria estabelecia relações entre o que os alunos já sabiam e o que lhes proporcionou, considerando ser importante os alunos *“perceberem que há coisas que eles sabem, mesmo que não seja da escola, da sala de aula, que podem contribuir para a aprendizagem”* (professora Maria, entrevista realizada depois da aula do dia 6 de junho). O aluno não surge na aula *“como uma folha de papel em branco”* (Shulman, 1986), sendo importante atender aos conhecimentos prévios que traz.

No decorrer das aulas, a professora insistiu em recordar explicitamente o propósito do que está a ser aprendido, como recomendam Verschut e Bakker (2010), na perspetiva de um currículo estatístico coerente. Quando questionada sobre o porquê de insistir nas aulas em enfatizar os objetivos da representação gráfica estatística, a professora Maria respondeu:

Acho [importante referir os objetivos], é sempre com a esperança que “água mole em pedra dura, tanto bate até que fura”. Se nós formos dizendo uma vez e outra, pode ser que se eles não ouvem à primeira pode ser que ouçam à segunda, com esse sentido. Acho sempre ...

No que respeita ao Material de ensino, algumas das atividades propostas na sala de aula constituíam atividades de aprendizagem motivadoras, baseadas em problemas (Verschut e Bakker, 2010), recorrendo a gráficos da comunicação social (Gal, 2002) e/ou abordando temas como dados relativos à esperança de vida ou a animais de estimação. A tecnologia foi usada de forma pontual, para gerar compreensão, no que respeita aos dados usados na construção de um histograma.

Outras categorias, embora não tenham sido tão referenciadas, foram também realçadas na análise feita. Uma dessas categorias foi o Uso de terminologia adequada, que utilizava habitualmente com rigor e cuja fluência promovia nos alunos, tendo especial cuidado com a linguagem específica de cada tipo de gráfico (Friel, Curcio e Bright, 2001).

Também na Escolha de exemplo adequado, para ensinar como construir um gráfico, nomeadamente, o diagrama de caule-e-folhas e o diagrama de extremos e quartis, a professora Maria optou por exemplos indutivos, em que o procedimento geral da sua construção era apresentado através da execução particular desse procedimento, ou seja, aprende-se a construir o gráfico através da construção orientada de um desses gráficos (Rowland, 2005).

Ou ainda, nas Decisões sobre a sequencialidade feitas, planeando sequências de ensino adequadas ao desenvolvimento da construção de tabelas e de gráficos ou que visavam uma análise crítica da informação transmitida através de um gráfico, o que exigiam, da parte do aluno, um nível de leitura superior a uma leitura simples do gráfico, em que não bastava retirar informação imediata a partir dos elementos constituintes do gráfico. Os alunos revelam grandes dificuldades neste nível de leitura mais exigente (Carvalho, 2009), pelo que se deve insistir em atividades que promovam a compreensão, a interpretação e a facilidade em estabelecer relações e fazer previsões com base na informação do gráfico (Gal, 2002; Shaugnessy, 2007; Batanero, 2009; Fernandes, 2009; Garfield, delMas e Chance 2003; NCTM, 2000; GAISE, 2005).

As Conexões entre conceitos e entre procedimentos são também categorias evidenciadas nesta análise. O tema oferece oportunidades de fazer conexões entre a estatística e outras áreas da matemática. A professora aproveita as oportunidades que surgem na aula e estabelece conexões entre a estatística e a aritmética, a álgebra e a geometria.

Relativamente à *contingência*, realça-se o fato do número de referências às categorias desta dimensão ser pequeno relativamente às outras dimensões, enquanto que, na Tabela 5.2, se pode verificar que as referências às categorias da *não contingência* superam, em número, as das outras dimensões.

Tabela 5.2: Distribuição das categorias dos segmentos de ensino da professora Maria nas dimensões *não fundamentação*, *não transformação*, *não conexão* e *não contingência*

	NFConsciência Objetivos	NFRecursosMaterial	NFConhecimento Procedimental	NFErros Dificuldades	NFConhecimento Tema	NFBasePedagógica	NFTerminologia Notação	Totais Não Fundamentação	NTEExemplos	NTEEscolha Representação	NTEMaterialEnsino	Totais Não Transformação	NCXComplexidade	NCXSequencialidade	NCXConexão	Procedimentos NCXConexão	Conceitos NCXde qualificação	Conceitual	Totais Não Conexão	NCTRespostasAlunos	NCTDesvioPlano	NCTUso Oportunidades	NCTPercepção	Totais Não Contingência	TOTALS
Maria13maio	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	3	3
Maria16maio	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	4
Maria20maio	0	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2	4
Maria23maio	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
Maria27maio	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3
Maria30maio	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Maria06junho	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	3	5
Maria13junho	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	3
TOTALS	0	0	0	0	4	0	1	5	2	1	2	5	0	0	0	0	0	0	0	4	1	5	3	13	23

Na Tabela 5.2, apresenta-se um resumo dos resultados relativos à professora Maria, onde consta o número de segmentos de ensino considerados em cada categoria das “*dimensões não*”, *não fundamentação*, *não transformação*, *não conexão* e *não contingência*, em que se observa o oposto da evidência estabelecida para a categoria ou situações em que se deveria ter evidenciado determinado aspeto do conhecimento e não o foi.

Nesta tabela, importa realçar o pequeno número de casos destacados, que constituem 19% do das 119 de referências feitas na análise do caso de estudo da professora Maria.

Referem-se, no entanto, e em relação à *não fundamentação*, os 4 segmentos de ensino significativos da categoria:

- Não Base teórica de Pedagogia.

E na dimensão *não contingência* contaram-se 13 referências a categorias, destacando-se:

- Não Uso de oportunidade;
- Não Responder a ideias do aluno.

Na *não contingência*, a categoria Não Uso de oportunidade é evidenciada pela oportunidade perdida de ensino e aprendizagem, em que poderia ter aprofundado determinado aspeto que não tinha previsto desenvolver e a categoria Não Responder a ideias do aluno, em que a professora deveria ter incorporado, pela sua pertinência estatística, uma ideia apresentada pelo aluno ou por ter seguido uma sugestão não pertinente de um aluno.

Os segmentos de ensino significativos em relação às categorias da *não contingência* abarcam questões fundamentais na Estatística como a transnumeração e a variabilidade. A professora não incorporou intervenções de alunos ou situações que surgiram na aula, cuja exploração adequada se podia traduzir num instrumento útil relativamente à transnumeração e à variabilidade, apontados como “tipos fundamentais de pensamento estatístico” por Wild e Pfannkuch (1999). A transnumeração pode ser descrita como um processo dinâmico de mudança do tipo de gráfico adotado para representar um determinado conjunto de dados, de modo a gerar compreensão e evidenciar relações escondidas. Apesar de ter proposto uma tarefa em que os mesmos dados eram representados por uma tabela, por um gráfico de linhas e por um gráfico de barras, a tarefa não contribuiu para que os alunos abarcassem a transnumeração como uma ideia essencial da Estatística por não ter sido fomentada a discussão essencial sobre qual das representações se revelava mais útil na divulgação da informação apresentada. A professora apenas comunicou que a utilidade de um tipo de gráfico depende do tipo de estudo que se pretende fazer. A mudança de representação nas aulas limitou-se à passagem de dados isolados ou em tabelas de frequências para um determinado tipo de gráfico, proposto à partida pela professora, quando surgiram, no decorrer das aulas, situações que em os alunos poderiam desenvolver uma visão mais abrangente da transnumeração, nomeadamente, na questão 2 da tarefa 1, onde é apresentado um pictograma relativo ao número de carros vendidos em alguns países da Europa, em que a natureza dos dados é pouco habitual nas aulas de Matemática. Os mesmos dados são apresentados na forma de gráfico circular por Moraes e Fernandes (2012).

A variabilidade, é uma “ideia chave em estatística” (Martins e Ponte, 2010, p.8) uma vez que um estudo estatístico faz sentido se as questões formuladas forem apropriadas e envolverem variabilidade. A professora Maria não realça a variabilidade, nem quando surge uma oportunidade não prevista, pela intervenção de uma aluna. A primeira etapa num estudo estatístico envolve a formulação de questões, que deverão ser apropriadas e envolver variabilidade (Shaughnessy, 2007).

Ainda numa análise horizontal das Tabelas Tabela 5.1 e Tabela 5.2, a *fundamentação* foi a categoria que se destacou em todas as aulas, à exceção do dia 23 de maio e no dia 13 de

junho, em que se as referências se encontram mais distribuídas por todas as dimensões. No dia 23 de junho, foi solicitada uma leitura e interpretação de um gráfico circular e a comparação de dois conjuntos de dados representados num diagrama de caule e folhas. No dia 13 de junho, a professora abordou o diagrama de extremos e quartis, a sua construção e a comparação da dispersão entre os dados, através das amplitudes interquartis.

O recurso a uma análise vertical das mesmas Tabelas, no decorrer das aulas, permite realçar não haver uma tendência, nem crescente nem decrescente, dos números que elucidam o número de segmentos de ensino em cada dimensão. No dia 13 de maio, a professora Maria introduziu o tema com um PowerPoint, apenas com breves apontamentos na representação gráfica estatística e no dia 30, esclareceu dúvidas dos alunos relativos a outros temas da matemática, o que justifica o número pequeno de segmentos de ensino.

As duas primeiras aulas foram mais ricas em momentos significativos do conhecimento profissional da professora Maria, com maior ênfase da *fundamentação*, bem como a penúltima aula que a professora lecionou, no dia 6 de junho, em que abordou as medidas de localização e de dispersão e onde a *contingência* ou a *não contingência* se destacam.

O Atlas.ti permitiu estabelecer uma rede que facilita a visualização das relações entre os códigos (categorias) envolvidos na análise, que é apresentada na Figura 5.1.

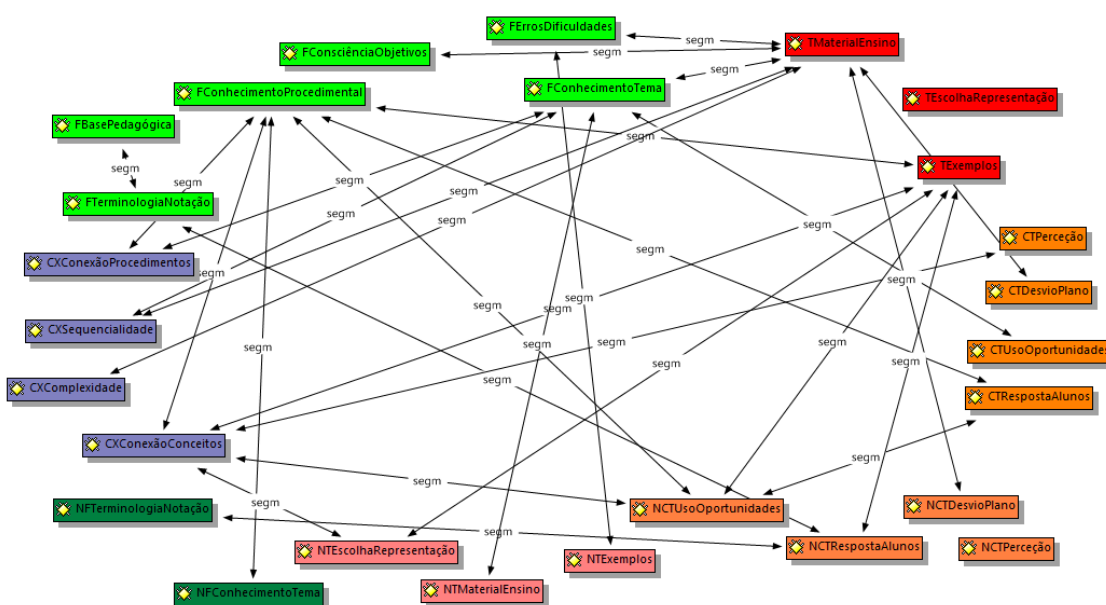


Figura 5.1: Rede de relações estabelecidas entre as diferentes categorias na análise do caso de estudo da professora Maria

Nesta rede, cada ligação entre dois códigos é estabelecida sempre que um mesmo segmento de ensino é enquadrado nos códigos envolvidos na ligação, o que ilustra uma das características do modelo adotado que é o fato de um mesmo segmento de ensino poder ser encarado sob a perspectiva de categorias de diferentes dimensões.

Da Figura, destacam-se os seguintes aspetos:

- As categorias sem segmentos de ensino associados não figuram no diagrama.
- A categoria Escolha de representação, da *transformação* e a Não Percepção do professor durante a aula, da *não contingência*, têm segmentos de ensino associados mas não se encontram relacionadas com nenhuma outra categoria.

No que respeita à Figura 5.1, que apresenta a rede de relações estabelecidas entre as categorias das diversas dimensões do Quarteto do Conhecimento, uma observação cuidada permite concluir que, na análise feita no caso de estudo da professora Maria, as dimensões se relacionam entre si, sendo as categorias Conhecimento procedimental e Evidente conhecimento do tema, da *fundamentação*, e as categorias Material de ensino e Escolha de exemplo adequado, da *transformação*, as que contam mais ligações com outras categorias, de outras dimensões. Por exemplo, a categoria Conhecimento procedimental relaciona-se com a Escolha de exemplos (*transformação*), Responder a ideias dos alunos (*contingência*), Não uso de oportunidades (*não contingência*), Não evidente conhecimento do tema (*não fundamentação*) e com a Conexão entre conceitos e entre procedimentos (*conexão*).

O número expressivo de ligações verificadas neste quadro significa que se detetaram, na análise dos dados relativos à professora Maria, muitos segmentos de ensino considerados significativos no que respeita a mais do que uma categoria ou dimensão. Uma reflexão sobre esse número, conduz à conclusão da existência de um número significativo de momentos de aula ricos no sentido do conhecimento profissional da professora, em que o mesmo momento pode ser analisado segundo várias perspetivas.

É ainda feito um outro tipo de análise, desta vez a cada um dos materiais de ensino que a professora Maria implementou nas aulas e ao nível de compreensão gráfica que exige. Da análise feita às 15 sequências de ensino que constituíram as aulas da professora Maria, podem-se contar 2 que não fazem referência ao procedimento de construção de um gráfico nem à sua leitura, que são: a primeira, constituída pelo PowerPoint de introdução ao tema e a última, em que se comparam as classificações num teste de Matemática dos alunos de duas turmas de 9.º ano sem recurso a gráficos. As 13 restantes sequências de ensino incluem a construção de um determinado tipo de gráfico e/ou a sua leitura ou a leitura de gráficos já construídos. A Tabela 5.3 apresenta a distribuição dos diferentes materiais de ensino, implementados na aula, nos diferentes níveis de compreensão gráfica estabelecidos por Curcio (1987) e Shaugnessy (2007), onde é evidenciada a presença de todos os níveis, com predominância dos dois primeiros níveis, Ler os dados e Ler entre os dados.

Tabela 5.3: Níveis de compreensão gráfica nas sequências de ensino da professora Maria

Ler os dados	Ler entre os dados	Ler para lá dos dados	Ler por detrás dos dados
12	11	5	4

A Tabela 5.3 mostra os resultados obtidos na verificação dos níveis de compreensão gráfica presentes nos materiais de ensino que a professora Maria implementa na sala de aula, permite concluir que a professora planeia sequências que visam mais do que uma simples leitura da informação transmitida no gráfico.

Há que realçar, no entanto, que não basta a sequência fazer um tipo de exigência para se concluir que resultou num segmento de ensino e aprendizagem significativo em relação à compreensão gráfica. Por exemplo, uma das atividades propostas passava por escrever um texto com informações retiradas dos dois gráficos aí apresentados e que tinham sido selecionados do jornal Público (questão 4 da tarefa 1) e outra solicitava a seleção de um gráfico de um jornal ou revista e a elaboração de um pequeno texto sobre a informação aí divulgada (Rumsey, 2002), o que constituía a última questão aula proposta pela professora. Estas atividades poderiam ter sido aproveitadas para insistir num tipo de leitura diferente da leitura literal do gráfico, para dinamizar a aula e gerar discussão entre os elementos da turma sobre as diferentes informações, relações e/ou previsões que poderiam surgir mas o que se verificou foi apenas uma leitura simples e, no caso da questão aula, não foi feita qualquer apresentação, nem pelos alunos nem pela professora, dos gráficos selecionados e analisados pelos alunos. Esta questão é comentada na entrevista posterior à aula do dia 27 de maio:

Entrevistadora: No último exercício, pede “escreve um pequeno texto sobre os hábitos de trabalho desta turma”, acho que não chegaste a escrever um texto propriamente mas houve algumas frases relativas àquele histograma. No entanto, foram todas frases que saíam da leitura do gráfico, exceto uma da Maria. [...]

MARIA: Repara que no filme se vê que volta e meia olhava para o relógio, e agora já não sei porque não aproveitei a deixa da Maria. [...] E pode ter sido isso, uma vez que tinha tempo limitado, não ter explorado mais isso. Os alunos não deviam chegar aqui com esse tipo de dificuldades mas chegam. [...] Se têm dificuldade em perceber “no máximo, meia hora”, “pelo menos, três euros”, coisas desse género, fazer a leitura dos dados que temos aí ou do gráfico também depois não é muito fácil para a maioria dos alunos. Pode ter sido uma razão.

Os objetivos gerais do ensino da Matemática, estabelecidos no PMEB procuram explicitar o que se espera da aprendizagem dos alunos. O primeiro objetivo relaciona-se com os conhecimentos básicos; o segundo com a importância da compreensão na aprendizagem da Matemática; os cinco seguintes atendem às capacidades transversais e os dois últimos objetivos gerais dizem respeito ao modo dos alunos se relacionarem com a matemática. Cada tarefa ou atividade de aula foi também analisada relativamente ao objetivo ou objetivos gerais do ensino que poderiam ser atingidos com a sua implementação. A partir dessa análise, construiu-se a Tabela 5.4, em que se destaca o fato de, dos cinco objetivos relacionados com as capacidades transversais apenas 2 têm segmentos de ensino associados.

Tabela 5.4: Objetivos gerais de ensino visados nos materiais de ensino da professora Maria

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Conhecer factose procedimentos	Compreender a matemática	Lidar com diferentes representações	Comunicar matematicamen te	Raciocinar matematicamen te	Resolver problemas	Estabelecer conexões	Fazer Matemática de forma autónoma	Apreciar a matemática
4	3	12	7			1	9	

As orientações metodológicas gerais do programa encaminham para a consecução dos objetivos gerais estabelecidos. Por exemplo, apontam para a discussão oral e o confronto de resultados obtidos pelos alunos na resolução de uma tarefa ou problema, a comunicação baseada na clareza e no rigor, a compreensão da existência de várias formas de representação e o desenvolvimento de desembaraço a lidar com os seus diversos tipos, a capacidade de passar informação de uma forma para outra e interpretar a informação apresentada.

Na dimensão *fundamentação*, a categoria Base teórica de pedagogia é evidenciada quando a professora estabelece relações entre as experiências que proporciona ao aluno e as que o aluno já usufruiu; incentiva a um discurso que convida a discussão e argumentação dos alunos ou fomenta uma aprendizagem ativa, envolvendo orientações metodológicas e objetivos gerais. Esta é uma das categorias que se destaca na análise da informação da professora Maria, assim como o uso de terminologia e notação apropriada.

Na Escolha de representação, da *transformação*, são incluídos segmentos de ensino em que o professor opta por uma representação e esclarece o porquê da opção feita. Esta categoria foi significativa em apenas um dos segmentos de ensino.

A resolução de exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos bem como a compreensão da existência de várias formas de representação e o desenvolvimento de desembaraço a lidar com os seus diversos tipos é uma metodologia para atingir os objetivos 1 e 3. Esta tarefa é facilitada se o professor conhece adequadamente o procedimento para a construção dos vários tipos de gráfico e dos elementos que o compõem. O Conhecimento procedimental é uma das categorias destacadas na análise.

A resolução de problemas e a realização de atividades de investigação, envolvendo pequenos projetos são metodologias evidenciadas quando um segmento de ensino é destinado às Decisões de sequencialidade, da *conexão*. Esta categoria é, tal como os objetivos gerais, correspondentes nenhuma ou poucas referências.

Como resumo da análise da informação obtida no caso da professora Maria, dos resultados gerados a partir dessa análise e da discussão desses mesmos resultados, construiu-se a Tabela 5.5, que nos dá uma visão global deste caso de estudo.


Tabela 5.5: Resumo da análise de dados, resultados e discussão de resultados no caso da professora Maria

Categorias da <i>fundamentação</i>	Evidentes quando o professora Maria ...
Consciência dos objetivos	- revela conhecer o propósito principal de ensino, os objetivos gerais e os objetivos específicos de aprendizagem do tema estabelecidos no programa
Recurso a material didático-pedagógico	- recorre ao manual escolar
	- recorre a materiais de apoio à implementação do programa
	- recorre a centros virtuais de apoio ao professor
Conhecimento procedimental	- revela conhecer adequadamente os procedimentos da representação gráfica na estatística (relativamente aos elementos que constituem cada um dos tipos de gráfico e à sua construção)
Identificação de erros e dificuldades	- revela conhecer conceções alternativas, os erros e equívocos comuns dos alunos na representação gráfica na estatística
Evidente conhecimento do tema	- revela conhecer os conceitos e os procedimentos da representação gráfica na estatística de forma aprofundada e minuciosa
	- compreende os processos adequados de recolha e análise de dados
	- recorre à transnumeração
	- evidencia a relevância do contexto em que se insere um estudo estatístico
	- refere a variabilidade e as medidas para a medir
	- alerta para tópicos relacionados associados ao tema como escalas, proporções, percentagens, áreas, raciocínio proporcional, ...
	- desmonta as componentes chave de um conceito estatístico que são fundamentais para a compreensão e aplicação do conceito
Base teórica de pedagogia	- fomenta uma aprendizagem ativa na sala de aula
	- mantém um discurso que incentiva a discussão, reflexão e argumentação dos alunos
	- estabelece relações entre as experiências que proporciona aos alunos e o que o aluno já sabe
Uso de terminologia e notação adequada	- utiliza com rigor e cuidado a linguagem específica dos gráficos
	- promove a fluência e o rigor com que os alunos se exprimem.
Categorias da <i>transformação</i>	
Escolha de exemplo adequado	- recorre um exemplo indutivo

	- recorre um exemplo exercício
Escolha de representação	- opta por uma classificação, medida estatística ou representação e esclarece o porquê da opção feita, mostrando reconhecer quando é que um gráfico é mais útil que outro perante uma tarefa a realizar e dos dados a representar
Uso de material de ensino	- usa dados reais
	- recorre a atividades de aprendizagem motivadoras (tarefas de investigação baseadas em dados reais, aprendizagem baseada em problemas)
	- usa tecnologia para desenvolver a compreensão dos conceitos e a análise de dados
	- utiliza a avaliação para conhecer e melhorar a aprendizagem dos alunos.
Categorias da <i>conexão</i>	Evidentes quando o professor
Antecipação da complexidade	- compreende o que torna uma tarefa fácil ou difícil, identificando os aspetos da tarefa que influenciam a sua complexidade
Decisões sobre a sequencialidade	- planeia sequências de ensino adequadas ao desenvolvimento de procedimentos
	- planeia sequências de ensino que visam a compreensão e análise crítica da informação
	- planeia sequências de ensino em que o aluno escolhe adequadamente a representação mais adequada
	- planeia sequências de ensino que visam a comunicação das ideias matemáticas do aluno
Conexões sobre procedimentos	- faz conexões entre procedimentos
Conexões sobre conceitos	-faz conexões entre conceitos e conteúdos
Reconhecimento de adequação conceptual	- discute quando, porquê e como usar determinado conceito.
Categorias da <i>contingência</i>	Evidentes quando o professor
Responder a ideias do aluno (Não)	- avalia as ideias alternativas e questões colocadas pelos alunos, incorporando ou não dependendo da pertinência estatística
Desvio do plano de trabalho	- incorpora todas as sugestões ou ideias dos alunos que surgem nas aulas ainda que implique desviar do plano de trabalho
Uso de oportunidades (Não)	- aproveita oportunidades de ensino e aprendizagem para aprofundar determinado aspeto que não tinha previsto desenvolver
Perceção do professor durante a aula (Não)	-se apercebe da predisposição do aluno para fazer Estatística pelo envolvimento e interesse manifestado

Nesta tabela, teve-se em conta os números apresentados em cada uma das Tabelas Tabela 5.1 e Tabela 5.2, onde é apresentada a distribuição das categorias dos segmentos de ensino da professora Maria nas dimensões *fundamentação*, *transformação*, *conexão e contingência* e nas categorias das dimensões *não fundamentação*, *não transformação*, *não conexão e não contingência*, a análise da informação recolhida e a lista de todos os segmentos de ensino enquadrados em cada categoria, por dimensão, conseguida a partir das funcionalidades do Atlas.ti.

A gradação da cor é feita segundo o número de segmentos de ensino incluídos em cada categoria, observados nas tabelas, e destacam-se as evidências mais frequentes em cada categoria, do seguinte modo:

 Até 4  De 5 a 8  De 9 a 12  De 13 a 16

As categorias assinaladas com (Não) são categorias cujo número de referências é mais significativo na *não dimensão* do que na *dimensão* correspondente.

5.2. O caso da Ana

O objetivo deste estudo é, fundamentalmente, compreender o conhecimento profissional de duas professoras quando ensinam representação gráfica estatística e neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos no caso da professora Ana e a sua discussão, que facilitaram as resposta às questões de estudo formuladas.

5.2.1. Análise da informação recolhida

O modelo foi estabelecido a partir da revisão da literatura feita e ajustado, por diversas vezes, no sentido de facilitar a tarefa da categorização e dar respostas às questões de estudo colocadas. Para cada segmento de ensino destacado, foi necessário decidir com segurança qual a categoria, ou quais as categorias, que melhor o enquadra.

Foram incluídos no Atlas.ti os textos, constituídos pelas transcrições integrais das aulas da professora e criadas as famílias (dimensões do modelo) e os códigos (as categorias), o que facilitou destacar os segmentos de ensino e proceder à sua categorização. O software facilita a análise dos dados, quer por aula quer por dimensão, e estabelecer relações entre os códigos.

Importa ainda recordar que o segmento de ensino 1AEX1 - 02 de junho identifica o segmento de ensino destacado aquando a resolução ou discussão do exercício 1, na aula do dia 02 de junho, lecionada pela professora Ana.

Professora Ana Sequência de ensino: Ficha de atividades de diagnóstico (AD) Objetivo definido para a atividade: Resolver problemas usando percentagens, fazer a leitura e interpretação de diferentes tipos de gráficos.
Finalidades <input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados. Objetivos gerais do ensino da Matemática <input checked="" type="checkbox"/> 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática. <input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.

A ficha de trabalho distribuída pela professora no início da aula apresentava exercícios que constam na página 56 do manual escolar Neves, Leite, Silva e Silva (2010) e tinha como intenção realizar atividades de diagnóstico e visava recordar: a resolução de problemas

usando percentagens, a amplitude de um ângulo, ângulos de diferentes amplitudes e a leitura e interpretação de diferentes tipos de gráficos, tal como está descrito na própria ficha.

Atividades de diagnóstico
<p>Tipo de representação gráfica: gráfico com barras, pictograma, gráfico de pontos e gráfico circular</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: leitura e interpretação de vários tipos de gráficos</p>

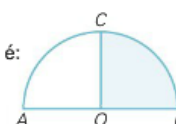
VAIS RECORDAR

1. Resolução de problemas usando percentagens.
2. Amplitude de um ângulo.
3. Ângulos de diferentes amplitudes.
4. Leitura e interpretação de diferentes tipos de gráficos.

1. Na figura ao lado está representado um semicírculo de centro O . Os pontos A , B e C pertencem à semicircunferência de centro O .

A percentagem da área colorida a cor azul é:

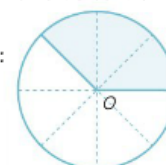
- (A) 25%; (B) 45%;
(C) 75%; (D) 50%.



2. Na figura ao lado está representado um círculo de centro O dividido em oito partes iguais.

A percentagem da área colorida a cor azul é:

- (A) 45%; (B) 37,5%;
(C) 50%; (D) 30%.

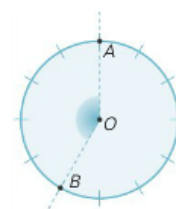


3. Na figura ao lado está representado um círculo de centro O , o qual se encontra dividido em 12 partes iguais.

Os pontos A e B pertencem à circunferência de centro O .

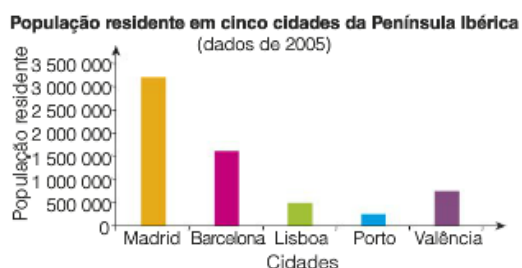
A amplitude do ângulo AOB é:

- (A) 150°; (B) 110°;
(C) 80°; (D) 200°.



4. A Península Ibérica fica situada no Sudoeste da Europa. Politicamente, três países localizam-se nesta península: Portugal, Espanha e Andorra, além de um enclave, território britânico ultramarino, Gibraltar.

O gráfico ao lado ilustra a população residente em cinco cidades da Península Ibérica.



Qual das seguintes afirmações é correta?

- (A) Barcelona tem o quádruplo dos habitantes de Valência.
(B) Lisboa tem oito milhões de habitantes.
(C) O Porto tem cerca de metade dos habitantes de Lisboa.
(D) Lisboa, Porto e Valência juntas, têm tantos habitantes como Madrid.

5. Fez-se um estudo sobre o número de dias de sol que ocorreram nos primeiros quatro meses de 2008 na cidade de Lisboa. Com os dados recolhidos construiu-se o pictograma que se segue.



O número de dias de sol nos quatro meses foi de:

- (A) 19 ; (B) 20 ; (C) 76 ; (D) 78 .

6. Uma das representações gráficas mais simples é o gráfico de pontos ou diagrama de pontos.

Perguntou-se a cada um dos alunos de uma turma do 7.º ano qual o seu jogo preferido. Todos os alunos responderam e cada um só podia indicar um jogo.

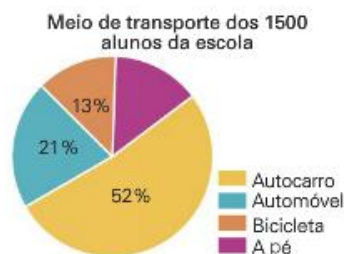
As respostas foram resumidas no seguinte **gráfico de pontos**.



Esta turma do 7.º ano tem:

- (A) 20 alunos ; (B) 15 alunos ; (C) 10 alunos ; (D) 4 alunos .

7. Numa escola com 1500 alunos, fez-se um estudo sobre o meio de transporte que os alunos utilizam para se deslocarem para a escola. Com os dados recolhidos construiu-se o gráfico circular representado na figura ao lado.



O número de alunos que se desloca para a escola a pé é:

- (A) 100 ; (B) 200 ; (C) 250 ; (D) 210 .

Segmento de ensino 1AADQ1 - aula 30 de maio

ANA: [leu o enunciado da alínea 1] Na figura ao lado está representado um semicírculo de centro O. Os pontos A, B e C pertencem à semicircunferência de centro O. A percentagem da área colorida a cor azul, e vocês não têm a azul mas têm a sombreado, é ...

Aluna A: 50%.

ANA: Claro. A figura que vocês lá têm é um semicírculo e é nessa figura que é um semicírculo que vocês se vão basear para dar a vossa resposta. Está ou não metade da figura sombreada? [Os alunos respondem que está.] Então

Fundamentação
Evidente conhecimento do
tema

<p>metade de qualquer coisa é 50%. A resposta correta é (D).</p> <p>Aluno F: Não devia ser da circunferência?</p> <p>ANA: Porquê, Francisco? Porque é que devia ser?</p> <p>Aluno M: Eu também pensei que era de toda.</p> <p>ANA: Vocês leram? Alguém está a falar de circunferência? Está a falar de semicírculo e semicircunferência. Portanto a nossa figura é essa. É uma semicircunferência que está metade ... neste caso, é um semicírculo que está metade sombreado. Portanto, 50%.</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 1AADQ1

A seleção desta ficha de atividades de diagnóstico revela que a professora estava atenta aos tópicos que estão relacionados com o tema *organização e tratamento de dados*, como o das percentagens e medidas de amplitude de ângulos. No segmento de aula destacado a professora trabalhou uma questão simples de percentagem mas que permitiu realçar a importância da leitura correta do enunciado. A dificuldade exposta por alguns dos alunos relacionava-se com uma leitura precipitada que levou a que os alunos fizessem uma opção errada por considerarem para o “todo” o círculo e não o semicírculo como é referido.

A seleção desta ficha revela também a importância que a professora atribui aos conhecimentos prévios que os alunos “trazem para a mesa” (Shaugnessy, 2007).

Verschut e Bakker (2010), num estudo em que procuram uma definição operacional de currículo estatístico coerente, referem que a maior parte da literatura sobre a coerência do currículo não é específica para o ensino da estatística e reforçam algumas recomendações, para melhorar o que os autores chamam objetivos de coerência na aprendizagem: enfatizar os conceitos chave, atender às crenças e conhecimentos prévios dos alunos, envolver os alunos através de fenómenos relevantes e apoiar a compreensão e as capacidades de raciocínio dos alunos.


Segmento de ensino 2AADQ2 - aula 30 de maio	
<p>ANA: [...] Na figura ao lado está representado, agora já é um círculo, um círculo de centro O dividido em oito partes iguais. A percentagem da área a cor azul, que para nós não é a cor azul mas é a sombreado, não é? É...</p> <p>Alunos: 37,5.</p> <p>ANA: Então, como é que fizeram?</p> <p>Aluno M: Dividi.</p> <p>ANA: Dividi o quê?</p> <p>Aluno M: Dividi 100 por 8 e dá 12,5. 12,5 vezes 3 dá 37,5.</p> <p>ANA: Exatamente.</p>	<p>Fundamentação Base teórica de pedagogia</p>

Análise do segmento de ensino 2AADQ2

Este segmento de aula realça a postura interrogativa privilegiada pela professora na sua prática letiva. A professora Ana manteve um discurso que convidava à discussão e à justificação das respostas dadas pelos alunos, estimulando os alunos a darem resposta e a justificarem as mesmas.

O questionamento oral é das práticas letivas mais frequentemente realizada na sala de aula e é uma das formas de potenciar uma avaliação reguladora na sala de aula porque acontece em paralelo com as experiências de aprendizagem, permitindo uma regulação atempada, recorre à forma oral como comunicação entre professor e aluno e a responsabilidade dessa comunicação pode passar do professor para ao aluno sem constrangimentos, promovendo o seu desenvolvimento (Santos, 2008).

O questionamento oral é uma prática letiva privilegiada pela professora. Ao longo das aulas é frequente ouvi-la pedir respostas a questões colocadas, propostas de métodos de resolução, sugestões e as razões com que fundamentam as afirmações que fazem.

Segmento de ensino 3AADQ2 - aula 30 de maio	
<p>ANA: O círculo está dividido em 8 partes iguais. O círculo todo corresponde a ... o círculo todo corresponde a ... digam-me lá vocês [os alunos responderam 100%]. A 100%, não é? [A professora desenha no quadro um círculo e divide-o em 8 partes iguais.] Como está dividido em 8 partes iguais, cada pedacinho, partindo do pressuposto de que são todos iguais, cada pedacinho vai ter que percentagem, meninos?</p> <p>Aluno F: 12,5.</p> <p>ANA: Porque...?</p> <p>Aluno F: 100 a dividir por 8 dá 12,5.</p> <p>ANA: 100 a dividir por 8 vai dar 12,5. Cada um destes tem 12,5, 12,5, ... [vai escrevendo em cada setor circular 12,5.] Quantos são que nós temos sombreados? [Um aluno responde 3] 3, ou seja, qual vai ser a percentagem de área sombreada? Exatamente, 12,5 vezes 3 ou seja 37,5 por cento. Dúvidas?</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p> 

Análise do segmento de ensino 3AADQ2

A professora iniciou o tema com atividades de diagnóstico que abarcam questões de percentagens envolvendo cálculos simples. Os alunos não apresentaram dificuldades na sua resolução nestas situações pouco ambiciosas, apresentando bom desempenho no que respeita ao raciocínio proporcional.

No entanto, ao insistir nestes tópicos relacionados com o tema, a professora pode atenuar as dificuldades e os erros mais frequentes que impedem uma boa compreensão gráfica. A construção de um gráfico está associada a conceitos como contagem, tabelas, escala, origem,

eixos, variável, independência, dependência, coordenadas, discreto, contínuo, frequência, distribuição (Espinel, González, Bruno, & Pinto, 2009) e muitos destes conceitos são trabalhados a partir do raciocínio proporcional, pelo que se torna importante insistir em atividades estatísticas na sala de aula que reforcem o desenvolvimento do raciocínio.

Gal (2002) realça que compreender o significado matemático e estatístico de uma percentagem apresentada pode ser difícil. Relativamente a percentagens apresentadas na comunicação social, se não for especificada a base para o cálculo de um por cento, torna-se difícil para o leitor fazer qualquer inferência ou suposição.

Segmento de ensino 4AADQ3 - aula 30 de maio	
<p>ANA: 360. Todos sabem isso? Senão, o que é que vocês diziam? Uma circunferência corresponde a dois ângulos rasos, nós já tínhamos visto que cada ângulo raso mede 180° logo a circunferência vai medir ...? 360°. Como está dividido em 12 partes, ...</p> <p>Aluno Z: Divide-se por 12.</p> <p>ANA: ... divide-se por 12. 360 sobre 12 corresponde a 30° graus. Cada pedacinho corresponde a 30°.</p> <p>Aluno Z: O ângulo está a apanhar 5 pedacinhos.</p> <p>ANA: Exatamente. Ângulo AOB ... olhem, outra coisa que eu vos quero dizer. Porque é que vocês me dizem que o ângulo AOB está a apanhar 5 pedaços de circunferência? Porque está aquele ... [faz o gesto de um arco de circunferência] ao centro, está lá mais sombreado, o que significa que está para o lado esquerdo. Então 5 vezes 30 vai dar? [os alunos respondem 150 e a professora confirma.]</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p> <p>Conexão Conexão entre procedimentos</p>

Análise do segmento de ensino 4AADQ3

Este segmento torna-se significativo em termos da *fundamentação* e da *conexão*. A *fundamentação* relaciona-se com o que o professor sabe e que lhe permite relacionar conceitos e procedimentos de diversas áreas da matemática ou de áreas afins. A conexão com a Geometria é feita a partir do ângulo giro, da sua medida de amplitude e da medida de amplitude de um ângulo ao centro. Uma vez mais, o recurso ao raciocínio proporcional permitiu a resolução da questão. Com a apresentação de atividades de diagnóstico que envolvem questões de percentagens, a professora antecipou fragilidades que podiam existir nos alunos relativas aos conhecimentos matemáticos necessários para interpretar um gráfico. Estas fragilidades são apontadas por Friel Curcio e Bright (2001), quando procuram justificar erros e dificuldades dos alunos na leitura e interpretação dos gráficos, especialmente em níveis que ultrapassam a simples leitura do gráfico. As outras razões apontadas pelos autores, relacionam-se com a própria leitura e linguagem dos gráficos ou com os conhecimentos do contexto em que se insere o gráfico.

Segmento de ensino 5AADQ3 - aula 30 de maio	
<p>Aluno A: Eu não fiz cálculos. Já sabemos que metade da circunferência é 180, então só podia ser 110 ou 150 ... isto é um ângulo obtuso. 110 é demasiado pouco porque é próximo de 90.</p> <p>ANA: Está bem. Está bem ou também podiam fazer o primeiro cálculo, cada pedacinho é 30° e depois o que sobra, o que nós queremos é 180 menos 30 que vai dar 150. Percebido?</p>	Não Contingência Não Responder a ideias do aluno

Análise do segmento de ensino 5AADQ3

O modo de resolução do aluno merecia um pouco mais de atenção porque este é um dos métodos adotados pelos alunos na resolução de questões de escolha múltipla, em que vão excluindo as opções que não fazem sentido no contexto do problema e porque realça um raciocínio proporcional que lhe permite chegar à conclusão correta sem recorrer a cálculos, fazendo uso apenas dos conhecimentos que tem sobre noções de ângulos e suas amplitudes.

Esta situação foi referida na entrevista após a aula:

Entrevistadora: [...] O aluno faz um raciocínio proporcional (ex. 3 actividade diagnóstica) e tu insististe com os cálculos. Porquê?

Ana: Para que os alunos aprendam a se defender. É importante que tenham esse tipo de raciocínio, é cada vez mais importante, mas é importante que, se não o tiverem, eles consigam chegar à resposta através de cálculos.

Segmento de ensino 6AADQ4 - aula 30 de maio	
<p>ANA: Aqui está um bocadinho... eu acho que está um bocadinho para cima dos quinhentos mil, também não está correto. (C) O Porto tem cerca de metade dos habitantes de Lisboa. Verdadeira. [Os alunos dizem que é verdadeira.] Sim, sim, olhando para o gráfico parece que sim. (D) Lisboa, Porto e Valência juntas, têm tantos habitantes como Madrid. Mesmo somando essa barras todas, colocando as barras umas em cima das outras, não ia dar a altura da barra correspondente a Madrid. Como se chama esse gráfico?</p> <p>Alunos: Gráficos de barras.</p> <p>ANA: Vocês já ouviram falar de gráficos de barras, não já?</p> <p>Alunos: Sim.</p>	Não Fundamentação Não Conhecimento procedimental

Análise do segmento de ensino 6AADQ4

No dossier didático - representações gráficas do projeto ALEA, referem os gráficos de barras como “uma das formas mais populares de representar informação, em parte pela facilidade quer de execução quer de leitura”. Também Espinel, González, Bruno, e Pinto (2009) referem

que o gráfico de barras é o gráfico mais utilizado para representar dados numéricos e categóricos. Há, no entanto, na investigação em educação estatística relatos de experiências com tarefas com gráficos de barras onde foram diagnosticados erros e dificuldades nos alunos, relacionados com a escala, a legenda e a escolha do eixo para colocar a variável (Li e Shen, 1992; Carvalho, 2009). O gráfico de barras simples é utilizado para representar dados categóricos ou dados discretos, em termos absolutos ou relativos, ou para comparar conjuntos de dados. Num gráfico de barras, relacionam-se as diferentes modalidades de uma variável qualitativa ou os valores assumidos por uma variável quantitativa discreta com as respetivas frequências, absolutas ou relativas, que podem figurar no eixo das abcissas ou no eixo das ordenadas, consoante as barras sejam horizontais ou verticais. O gráfico apresentado representa dados relativos à população residente em cinco cidades da Península Ibérica e recorre a barras mas não é um gráfico de barras porque no eixo das ordenadas estão representados os próprios dados e não as frequências absolutas ou relativas de cada categoria ou de cada classe. Como Martins e Ponte (2010, p. 68) afirmam, “nem sempre um gráfico com barras é um gráfico de barras...”

No projeto ALEA, na introdução do dossier didático das representações gráficas, alertam para “a grande vantagem dos gráficos reside na sua capacidade de contar uma história de forma interessante e atractiva permitindo compreender rapidamente fenómenos que dificilmente seriam percebidos de outra forma. Contudo, tal não implica que este processo seja feito de forma simples, sendo necessário muito trabalho e cuidado.”

Segmento de ensino 7AADQ5 - aula 30 de maio	
<p>ANA: [...] Então, fez-se um estudo sobre o número de dias de sol que ocorreram nos primeiros quatro meses de 2008 na cidade de Lisboa. Com os dados recolhidos construi-se o pictograma que se segue. O número de dias de sol nos quatro meses foi de...</p> <p>Alunos: 78.</p> <p>ANA: Então como fizeram?</p> <p>Aluno B: Primeiro contámos os sóis e depois multiplicámos por 4 e somámos 2.</p> <p>ANA: Contaram os sóis que havia e multiplicaram por 4 ...</p> <p>Aluno B: ... e mais 2.</p> <p>ANA: Ah! Somaram todos os sóis que estavam inteiros, completos e depois consideraram que o sol que estava incompleto era ...</p> <p>Aluno D: ... meio.</p> <p>ANA: Que era meio, era metade. Qual é que é o ponto fraco deste tipo de gráficos, dos pictogramas? Qual é o senão? Porque é que eu não gosto desses gráficos? Eles até são bem atractivos, não é? Nós olhamos, vimos as figurinhas, é muito engraçado, mas são pouco rigorosos. É, não é? Como é que vocês sabem exactamente que o que têm aí é metade de um sol? Quem é vos</p>	Fundamentação Conhecimento procedimental

<p>garante que não é 0,49, ou 0,52 do Sol?</p> <p>Aluno: Mas aqui está metade.</p> <p>ANA: Parece que está metade, não é, Francisco? Mas quem é que nos garante que é mesmo metade? São muito pouco rigorosos.</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 7AADQ5

Um pictograma é um gráfico constituído por figuras unitárias e a cada figura ou símbolo faz-se corresponder um determinado número de itens, podendo a correspondência ser de um para um. Há ainda pictogramas baseados no critério de tamanho em que a variação em área do tamanho da figura usada é proporcional à variação da variável representada.

Na questão em estudo, utiliza-se como símbolo um sol, alusivo à variável a estudar que é o número de dias de sol nos primeiros quatro meses de 2008 na cidade de Lisboa. Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) apresentam resultados de diferentes investigações em educação estatística, mais especificamente, em representação gráfica. Os autores referem que cada gráfico apresenta dificuldades específicas e, no que respeita ao pictograma, os alunos manifestam dificuldades quando um símbolo representa um conjunto de itens ou quando o pictograma inclui uma parte de um símbolo. A professora chamou a atenção para a dificuldade em estabelecer de forma rigorosa a fração que corresponde a essa parte do símbolo usada no pictograma, dificuldade que se reflete quer na construção do gráfico quer na sua leitura.

Na entrevista realizada após a aula de atividades diagnósticas, foi referida essa dificuldade.

Entrevistadora: Conseguiu ficar com ideia de qual acham mais fácil ou qual consideram mais adequado à situação ou mais difícil de construir? Os seus contras e a favor de cada um?

Ana: O mais difícil de construir é o circular. O que acham mais engraçado é o pictograma mas depressa se apercebem das dificuldades de leitura do pictograma, embora para eles seja o mais atractivo, penso eu. De resto, não notei grandes dificuldades.

Segmento de ensino 8AADQ6 - aula 30 de maio	
<p>ANA: Uma das representações gráficas mais simples é o gráfico de pontos ou diagrama de pontos. Perguntou-se a cada um dos alunos de uma turma de 7º ano qual o seu jogo preferido. Todos os alunos responderam e cada um só podia indicar um jogo. As respostas foram resumidas no gráfico de pontos. Eles ou disseram futebol, voleibol, andebol ou ténis. Esta turma do 7º ano tem ...Será que os meus meninos não conseguem responder a esta questão?</p> <p>Aluno B: É tão fácil. É só contá-los. Somar os pontos.</p> <p>ANA: É só contar os pontinhos e dava 20. Se cada aluno só respondia um jogo, temos tantos pontinhos quantos meninos responderam. Portanto, são 20.</p>	Não Conexão Não Conexão de procedimentos

Análise do segmento de ensino 8AADQ6

Os gráficos de pontos constam nos 1.º e 2.º anos de escolaridade no quadro temático relativo à *organização e tratamento de dados* no ensino básico. Este tipo de gráficos é, como a professora referiu, uma das representações gráficas mais simples, que não precisa de preparação prévia uma vez que se pode ir construindo à medida que se recolhem os dados, marcando um ponto. Depois de se marcarem os valores que a variável qualitativa ou quantitativa discreta assume, por cima de cada valor marca-se um ponto quando se recolhe um dado igual a esse valor da variável. A informação que um gráfico de pontos permite tirar é muito semelhante à transmitida pelo gráfico de barras correspondente. A conexão entre os procedimentos da construção destes dois tipos de representação gráfica é fácil de estabelecer e faz sentido atendendo a que os alunos, seguindo orientações do programa, deixarão de marcar pontos e passarão a traçar barras. O paralelo entre os dois tipos de gráficos quer em termos da construção, quer da leitura e interpretação justificaria a passagem natural do gráfico de pontos para o gráfico de barras. Shaughnessy (2007) refere que os gráficos com barras decorrem de forma natural dos gráficos de pontos empilhados, permitindo a representação de dados passarda forma discreta para contínua. Para alguns alunos, esta passagem pode representar um salto grande porque a contagem deixa de ser óbvia e pode acontecer não figurar valores inteiros no eixo vertical. Primeiro são introduzidos com frequências absolutas, depois são construídos a partir das frequências relativas e, mais tarde, trabalhando com intervalos no histograma.

Segmento de ensino 9AADQ7 - aula 30 de maio	
<p>ANA: [...] Então, o a pé é com que percentagem?</p> <p>Alunos: 14.</p> <p>ANA: Porquê, meninos?</p> <p>Aluno B: Se somarmos todos dá e retirarmos a 100 dá 14.</p> <p>[A professora Ana escreveu no quadro a expressão numérica que os alunos foram dizendo e confirmou o valor 14%.]</p> <p>[...]</p> <p>Aluno M: É muito fácil. 1500 vezes 0,52 dá 780.</p> <p>ANA: Oh, Manel, explica-me lá, eu não estou a perceber o 0,52!</p> <p>Aluno M: 0,52 é a percentagem das pessoas que andavam de autocarro.</p> <p>ANA: Ah, foste calcular cada uma das percentagens e só no final...</p> <p>Aluno M: Depois deu-me, e depois somei tudo, igual a</p> <p>ANA: Meninos, escutem lá uma coisa. Nós primeiro fomos ver a percentagem que sobrava para este pedacinho e depois convertíamos a percentagem em número de alunos. O Manel fez ao contrário, em vez de em primeiro lugar procurar a diferença, primeiro converteu cada um dos valores que aí têm, 52% corresponde a ... diz lá, Manel. [vai desenhando no quadro o gráfico circular com os resultados que o aluno vai dizendo]</p> <p>Aluno M: 780 alunos.</p>	<p>Contingência Responder a ideias do aluno</p> <p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p>

Análise do segmento de ensino 9AADQ7

A professora já mostrou, num dos segmentos anteriores, não acolher e incorporar na aula todas as sugestões ou ideias dos alunos. Primeiro avaliou a pertinência estatística da sugestão e, neste caso, decidiu aproveitar o método de resolução sugerido pelo aluno para mostrar aos restantes elementos da turma que o processo de resolução adotado não era único.

A insistência da professora com a leitura de percentagens presentes em gráficos, neste caso, num gráfico circular, é pertinente. Num estudo feito com alunos universitários, professores universitários e estatísticos profissionais com o objetivo de confirmar a dificuldade na leitura e interpretação de rácios e percentagens em gráficos e tabelas, 19% dos estudantes erraram na descrição de uma percentagem simples apresentada num gráfico circular (Shield, 2006). O autor considera os resultados da investigação preocupantes e uma chamada de atenção para ação. Alerta ainda para o fato dos professores de estatística poderem ser vistos como negligentes se a maioria dos seus alunos não conseguirem interpretar a informação presente nos gráficos e tabelas. A preocupação da professora com este item é ainda realçado noutros momentos da aula.

Segmento de ensino 10AADQ7 - aula 30 de maio	
<p>ANA: Como é que vejo quanto é 14% de 1500 alunos?</p> <p>Aluno B: 1500 vezes 0,14.</p> <p>ANA: Exatamente. 14% quer dizer 14 em 100 ou seja 0,14, ou seja, que é igual a ...</p> <p>210. Foi o que te deu, Manel?</p> <p>Aluno M: sim, deu-me isso.</p> <p>Aluno Z: Eu fiz uma regra de três simples. Eu fiz, se 1500 é 100%, 14% é x.</p> <p>ANA: É exatamente a mesma coisa.</p>	<p>Conexão Conexão entre procedimentos</p>

Análise do segmento de ensino 10AADQ7

Este episódio realça a conexão com a Álgebra através do recurso à regra de três simples para o cálculo da percentagem pedida. A sugestão de calcular a percentagem desse modo foi feito por um aluno e a professora decidiu não incorporar essa ideia na aula. Moraes e Fernandes (2012) num estudo feito com alunos do 9.º ano de escolaridade que envolve a leitura e interpretação de um gráfico circular dado, realçaram a elevada adesão dos alunos à regra de três simples, sobretudo nas questões do nível Ler entre os dados. Consideram que, embora o recurso às proporções, enquanto igualdade entre duas razões, torne mais explícito o raciocínio proporcional, a ênfase dada à regra de três simples nas aulas de Matemática, provavelmente, fez com que os alunos adotassem preferencialmente esta regra nas resoluções de questões estatísticas.

<p>Professora Ana</p> <p>Sequência de ensino: PowerPoint (PP) de introdução ao tema <i>organização e tratamento de dados</i></p> <p>Objetivo definido para a atividade: introduzir conceitos estatísticos básicos</p>
<p>Finalidades</p> <ul style="list-style-type: none"><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.<input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência. <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"><input checked="" type="checkbox"/> 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.<input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.

A professora projetou um PowerPoint com o qual, depois das atividades de diagnóstico, introduziu o tema *organização e tratamento de dados*, com realce para as noções de população e amostra, censo e sondagem. No PowerPoint, começou por apresentar um estudo do Jornal Público realizado em 2005 durante a campanha para as últimas eleições presidenciais.



Figura 5.2: Primeiro diapositivo do PowerPoint

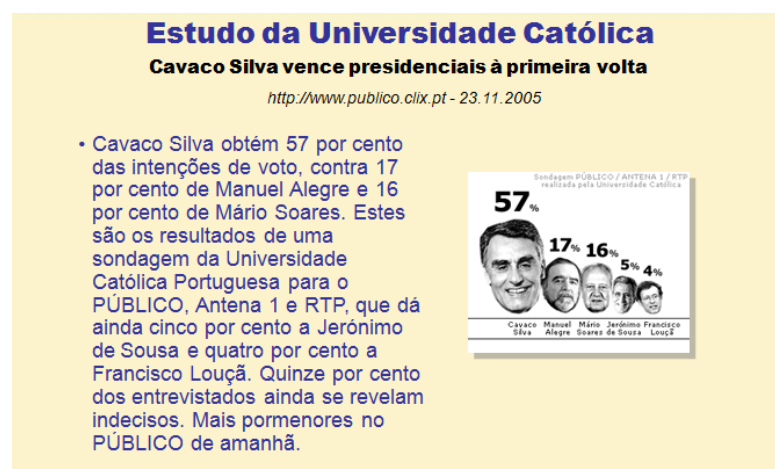


Figura 5.3: segundo diapositivo do PowerPoint

Segmento de ensino 1APP - aula 30 de maio	
<p>ANA: Sabem o que é o Público, não sabem? O jornal Público...? Ora bem, este estudo foi realizado em 23 do 11 de 2005, já aqui há alguns tempos, está bem? Para as últimas presidenciais mas uma vez que nós estamos em plena campanha eleitoral, eu achei por bem trazer qualquer coisa relacionada com a campanha eleitoral, só mudei os partidos para não entrarmos aqui em grandes debates. [...] Então, o que é que diz o estudo? “ Cavaco Silva tem 57% das intenções de voto contra 17% de Manuel Alegre e 16% de Mário Soares. Estes são os resultados de uma sondagem da Universidade Católica Portuguesa para o Público, Antena 1 e RTP que dá 5% a Jerónimo de Sousa e 4% a Francisco Louçã. 15% dos entrevistados ainda se revelam indecisos. Mais pormenores no Público de amanhã.” Vocês já ouviram uma linguagem deste género?</p> <p>Aluno M: Agora aparece mais vezes, nos telejornais.</p> <p>Aluno F: Mas esses valores não são certos.</p> <p>ANA: Nem têm de ser. Já vamos falar depois sobre isso.</p>	<p>Transformação Material de ensino</p> <p>Não Contingência Não Responder a ideias do aluno</p>

Análise do segmento de ensino 1APP

A professora considerou oportuno apresentar uma sondagem do jornal Público relativa às eleições presidenciais, devido à proximidade de eleições, desta vez legislativas, marcadas para dia 05 de junho de 2010. Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) referem o recurso à imprensa escrita com uma estratégia didática que facilita o trabalho do professor porque pode se revelar muito útil para motivar os alunos em contexto escolar.

A notícia é acompanhada por um pictograma que a professora não referiu. O que pretendia era explorar alguns conceitos básicos como sondagem e censo, população e amostra, como mostra o primeiro diapositivo apresentado.

É de realçar que a notícia não era recente, no entanto, um dos alunos realçou que os valores apresentados não eram os obtidos na eleição, “não são certos”. A professora não incorporou na aula a intervenção oportuna do aluno, apesar de ter definido o que é uma sondagem, de ter “descodificado” os termos presentes na definição e ter explorado o conceito posteriormente.

Segmento de ensino 2APP - aula 30 de maio	
<p>ANA: Então, o que é uma sondagem?</p> <p>Aluno C: “É um estudo científico ... [a aluna leu a definição]</p> <p>ANA: Lê mais alto.</p> <p>Aluna C: Sondagem é um estudo científico ...</p> <p>ANA: Espera aí, estudo científico, é importante a palavra científico?</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p>

<p>[...]</p> <p>ANA: Então, “é um estudo científico feito a uma parte da população com o objetivo de dar a conhecer atitudes, hábitos e preferências....” Neste caso, destas três palavras, o que estamos aqui a ver o resultado?</p> <p>Alunos: Das preferências.</p> <p>ANA: Exatamente, estamos a ver qual o candidato preferido. “... dessa população, relativamente a acontecimentos, circunstâncias e assuntos de interesse comum.” Qual era o assunto neste caso?</p> <p>Alunos: Era as eleições.</p> <p>ANA: E como se chamavam estas? Eleições presidenciais. Estas agora são eleições ...</p> <p>Alunos: Legislativas.</p> <p>[...]</p> <p>ANA: Ora bem, o que é população? “É o conjunto de objetos, indivíduos ou resultados experimentais acerca do qual se pretende estudar uma característica em comum.” Qual é a característica que está em estudo?</p> <p>[...]</p> <p>ANA: Então o que é uma amostra? “É uma parte da população que é observada com objetivo de obter informação para estudar a característica pretendida.” [...] Vocês acham que era correto escolhermos para elementos da amostra todos os elementos da família da Margarida? [Os alunos respondem que não.]</p> <p>[...]</p> <p>ANA: Cada elemento da população é uma unidade estatística. Ou seja, neste caso, nas eleições presidenciais, a unidade estatística seria cada pessoa portuguesa com 18 anos ou mais e recenseada.</p>	
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

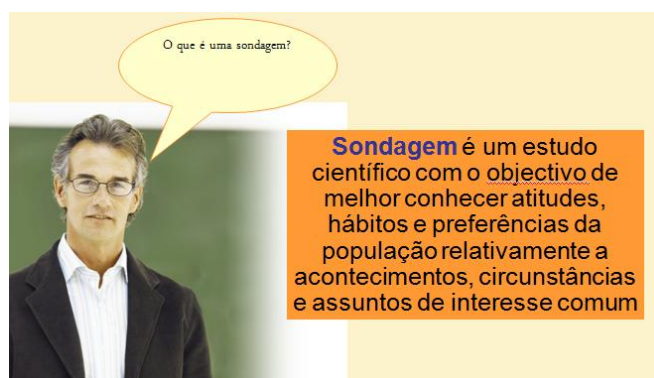


Figura 5.4: Quarto diapositivo do PowerPoint

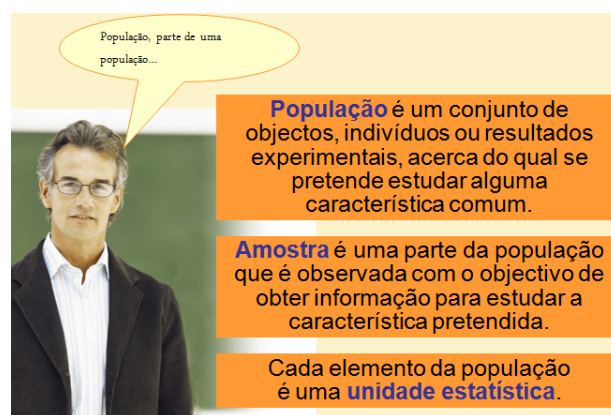


Figura 5.5: Quinto diapositivo do PowerPoint

Análise do segmento de ensino 2APP

A professora sugeriu aos alunos que escrevessem as definições que iam aparecendo no PowerPoint para o caderno de registo diário. As definições que apresentou aos alunos têm por base as definições registadas no site ALEA - Ação Local estatística Aplicada, na Introdução à Estatística. A par da definição de cada um dos conceitos estatísticos que ia ditando, a professora ia desmontando as suas componentes chave que são fundamentais para a sua compreensão e aplicação do conceito.

Na entrevista esclareceu a razão pela qual frequentemente ditava as definições e solicitava aos alunos que as escrevessem no caderno de registo diário:

Entrevistadora: Consideras importante definir e escrever essas definições de conceitos estatísticos?

Ana: Claro, é o rigor matemático que é tão importante, para eles saberem definir os conceitos matemáticos e estatísticos.

Para que os alunos se tornem estatisticamente literatos, ou seja, para compreenderem a estatística o suficiente para consumir a informação com que se deparam no dia-a-dia, pensarem criticamente sobre a mesma e tomarem decisões baseada nessa informação, precisam de compreender as ideias básicas, os termos e a linguagem estatística.

Verschut e Bakker (2010) procuram uma definição operacional de currículo estatístico coerente. Das respostas obtidas através de correio eletrónico e entrevistas presenciais a especialistas holandeses e internacionais em educação estatística à questão “o que é se entende por conhecimento estatístico coerente?” resultaram opiniões distintas. No entanto, muitas das respostas apontavam, de forma mais ou menos direta, a compreensão concetual como uma característica de um currículo coerente, muitas vezes acompanhada com termos como transferir ou saber quando usar o quê.

A compreensão concetual é importante para que os alunos consigam saber quando usar adequadamente os seus conhecimentos e a transferir os seus conhecimentos para novas aplicações ou domínios. “Num currículo coerente, as ideias matemáticas relacionam-se e constroem-se através de uma compreensão e conhecimentos profundos de saberes

estruturantes que permitam aplicar e expandir os conhecimentos dos alunos” (Nunes & Ponte, 2010).

Segmento de ensino 3APP - aula 30 de maio	
<p>ANA: [...] Vocês acham que fizeram a sondagem à população portuguesa, que reúne condições, que tem 18 anos e está recenseado?</p> <p>Aluno Z: Não, a todos, não, só a alguns.</p> <p>ANA: Só a alguns, só a uma parte. E como se chama esses alguns, como se chama essa parte?</p> <p>Alunos: Amostra.</p> <p>ANA: É uma ... amostra. Algum de vocês da turma poderia pertencer a essa amostra para este estudo científico?</p> <p>Aluno A: Sim.</p> <p>Aluno Z: Não, nenhum de nós tem mais de 18 anos.</p> <p>ANA: Exatamente. O que estou a perguntar é se este estudo ficaria correto se perguntassem a qualquer um de vocês.</p> <p>[...]</p> <p>ANA: A maneira de escolher a amostra é muito importante. Outra maneira de escolher a amostra? Imaginem, eu preciso de escolher uma amostra [...] outra amostra, então é assim, eu preciso de escolher uma amostra representativa do Fundão. Então, eu vou escolher seis pessoas da lista telefónica. Vocês acham que esta amostra está bem escolhida?</p> <p>[...]</p> <p>ANA: Mas a sondagem tem de ser bem realizada. Se não for bem realizada, sabes o que acontece? Depois há uma grande discrepância entre os resultados da sondagem e o que acontece na realidade.</p> <p>Aluno B: Mas a professora estava a dizer que se fosse pela lista telefónica que se ia esquecer uma parte da população. Mas a professora só pode fazer sondagem a uma parte da população, não pode fazer a toda.</p> <p>ANA: Mas tenho de fazer a uma parte da população que seja representativa de toda a população e nesse caso estava só a escolher, para a minha amostra, pessoas com telefone fixo. Tu podes perfeitamente ter telemóvel em casa e não ter telefone fixo e assim tu e a tua família estavam logo excluídos à partida.</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p>

Análise do segmento de ensino 3APP

Uma amostra é um subconjunto de elementos extraídos da população. O procedimento para a obtenção de dados deve garantir que a amostra considerada no estudo é representativa da população e que a variabilidade presente nesse subconjunto reflete a variabilidade de todo o conjunto.

Hill e Vicente (2011) defendem que um recenseamento, efetuado corretamente, proporciona informação precisa, detalhada e credível sobre todos os elementos da população mas uma sondagem fornece informação mais rica, mais complexa, mais barata e em menos tempo. Importa, no entanto, que seja possível extrapolar os resultados obtidos à população, o que só é teoricamente válido se as amostras forem representativas. A fiabilidade dos resultados de uma sondagem reside na forma como a amostra é selecionada mas também na forma como o instrumento de recolha de dados, seja o questionário ou a entrevista direta, é construído.

A professora teve o cuidado de realçar o aspeto da representatividade da amostra, revelando compreender os processos adequados para a recolha de dados.

“Distinguir entre população e amostra e ponderar elementos que podem afetar a representatividade de uma amostra em relação à respetiva população” é um dos objetivos específicos do tema *organização e tratamento de dados* para o 3.º ciclo.

Este é um dos pontos a articular com os conhecimentos prévios dos alunos uma vez que se espera que, no 2.º ciclo, os alunos tenham explorado situações que evidenciem fontes de enviesamento, na recolha de dados.

Pestana e Velosa (2010) procuram “partilhar com o leitor o encanto da Estatística” no seu livro. Apresentam alguns exemplos de tipos de problemas que a Estatística ajuda a investigar e abordam alguns tópicos gerais sobre o uso questionável da Estatística. Um desses tópicos, apresentado no capítulo Vamos mentir com a Estatística, diz respeito à obtenção de dados e enumera atitudes que podem levantar suspeitas relativas à seriedade do estudo feito: tomar a sério amostras auto selecionadas, basear a inferência em amostras inadequadas, não cuidar de eliminar variáveis confundidoras, a ordenação e a formulação das perguntas podem influenciar seriamente as respostas, no caso de serem recolhidas por inquérito.

Segmento de ensino 4APP- aula 30 de maio	
<p>ANA: “Em cada domicílio foi selecionado o último aniversariante com mais de 18 ou mais anos e recenseado eleitoralmente.” Por isso, eles telefonavam e perguntavam qual tinha sido a última pessoa a fazer 18 anos e era essa pessoa é que respondia. “Foram obtidos 605 inquéritos válidos e a taxa de resposta foi de 74%. Desses 74%, 51% dos inquiridos era do sexo feminino. Todos os resultados obtidos foram encontrados de acordo com a distribuição da população com 18 ou mais anos, residente no continente, por sexo, escalão etário e qualificação académica, com base nos dados nos censos de 2001. A margem de erro máxima associada a esta amostra aleatória de 961 inquiridos é de 3,5%.”</p> <p>Aluna M: A população tem a ver com os censos.</p> <p>ANA: Todos concordam com a Margarida? A população tem a ver com os censos?</p> <p>Alunos: Sim.</p> <p>Aluno B: Estava ali 3,5% de margem de erro e 95% de confiança. E os outros 1,5?</p> <p>ANA: É para aquelas pessoas que não responderam corretamente ou que</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p>

respondem não sabem ou que não respondem.	
-------------------------------------------	--

Ficha Técnica

- Esta sondagem foi realizada pelo Centro de Sondagens e Estudos de Opinião da Universidade Católica (CESOP) para a Antena 1, o Público e a RTP nos dias 21 e 22 de Novembro de 2005. **O universo** alvo é composto pelos indivíduos com 18 ou mais anos residentes em domicílios com telefone fixo no Continente. Os números de telefone foram seleccionados aleatoriamente das listas telefónicas do Continente, em número proporcional à dimensão de cada lista.

Em cada domicílio, foi seleccionado o último aniversariante com 18 ou mais anos e recenseado eleitoralmente. Foram obtidos **805 inquéritos válidos** e a taxa de resposta foi de 74%. 51% dos inquiridos eram do sexo feminino. Todos os resultados obtidos foram ponderados de acordo com a distribuição da população com 18 ou mais anos residente no Continente por sexo, escalões etários e qualificação académica, na base dos dados do Censos 2001. A margem de erro máximo associado a uma amostra aleatória de 961 inquiridos é de 3,5%, com um nível de confiança de 95%.

Figura 5.6: Sexto diapositivo do PowerPoint

Análise do segmento de ensino 4APP

A professora apresentou a ficha técnica que acompanha a sondagem que adotou para a aula de introdução ao tema *organização e tratamento de dados*. Apesar de não a ter explorado com os alunos, o facto de a exibir já é significativo bem como o de a ler integralmente. Como afirma Gal (2002), algumas mensagens apresentadas na comunicação social podem ser criadas para convencer o leitor ou o ouvinte a adotar um determinado ponto de vista ou rejeitar outro. Alguns jornais e canais da comunicação social tendem a empregar as convenções em relatórios de resultados estatísticos, como referindo-se ao "erro de amostragem" (ou "margem de erro") ao discutir resultados de pesquisas, mas sem explicar o significado dos termos usados.

Segmento de ensino 5APP- aula 30 de maio	
<p>ANA: A professora de História falaria disto melhor. “Antes de 1864, realizavam-se em Portugal numeramentos, contagens e até mesmo recenseamentos que por não serem exaustivos e/ou não se apoiarem em princípios estatísticos, científicos, credíveis não podem ser considerados equivalentes à série de recenseamentos iniciada em 1864. As operações realizadas foram, aqueles que ainda tinham muito pouca base científica e que se conhecem, foram: o Rol de Besteiros do Conto, de D. Afonso III entre 1270 e 1289”, já ouviram falar?</p> <p>Alunos: Não.</p>	Fundamentação Consciência dos objetivos

<p>ANA: E o Rol de Besteiros de Conto de D. João I, já mais tarde, é de 1421 e 1422.</p> <p>O espaço de tempo foi bastante reduzido. No primeiro, levou estes anos todos, 19 anos, aqui já só foi 1 ano. São as primeiras memórias que há. “Em 1940, 12 de Dezembro, efetuou-se o VIII recenseamento geral da população e este foi o primeiro censo efetuado pelo Instituto Nacional de Estatística e é aceite como um marco na história dos recenseamentos portugueses”. Quando é que foi realizado os últimos censos?</p> <p>Alunos: 2011.</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 6APP

Uma finalidade estabelecida no programa de Matemática é o desenvolvimento de atitudes positivas face à matemática e da capacidade de apreciar esta ciência, o que implica promover “a compreensão da matemática como elemento da cultura humana, incluindo aspetos da sua história”.

A professora vai ao encontro da finalidade estabelecida, realçando alguns aspetos históricos relativos aos censos realizados em Portugal.

Segmento de ensino 7APP- aula 30 de maio	
<p>ANA: Então não viram um papelinho destes em casa? [apresentou um inquérito do Censos 2011]</p> <p>Alunos: Sim, é dos Censos.</p> <p>[...]</p> <p>Aluno Z: A mim, perguntaram quantos metros quadrados tinha a minha casa. Para que querem saber isso?</p> <p>[Os alunos falaram entre eles sobre os censos]</p> <p>ANA: Os censos 2011 perguntaram muita coisa.</p> <p>Aluno A: Havia lá coisas desnecessárias.</p> <p>ANA: Não vamos discutir se é necessário ou desnecessário. Perguntavam o nosso nome, a nossa idade, o número de irmãos, ...</p> <p>[...]</p> <p>Aluno Z: Porque é que perguntaram onde estávamos no dia 21 de Março?</p> <p>ANA: Era para saber se estavas em casa, se estavas noutra casa, se calhar, até para confirmar os resultados. Vocês sabem, que o meu filho mais velho faz parte do agregado familiar e respondi por ele aos censos.</p> <p>[...]</p> <p>ANA: [...] Vocês sabem que os censos não se realizam todos os anos.</p> <p>Aluno Z: De 10 em 10 anos.</p> <p>ANA: E nunca é no ano 0, é sempre no ano a seguir, em 2011, agora será em 2021, a não ser que haja alguma anomalia. Porque é que não se fazem todos os anos?</p>	<p>Contingência Perceção do professor durante a aula</p>

<p>Aluno A: Dava bué de trabalho.</p> <p>Aluno B: Levava muito dinheiro.</p> <p>ANA: Dava muito trabalho, seria muito dispendioso.</p> <p>Aluno M: E não era necessário.</p> <p>Aluno Z: E o resultado não ia dar uma diferença tão grande.</p> <p>ANA: Fazer o tratamento dos resultados recolhidos demora algum tempo.</p>	
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 7APP

A realização de mais um recenseamento geral simultâneo da população e da habitação em Portugal, nos Censos 2011, constituiu um foco de curiosidade para os alunos, manifestada através de questões que se prendem com “o que são os censos 2011, com que meios se vão realizar e para que servem?”.

A curiosidade dos alunos é manifestada pelas suas participações na aula. Eram os próprios alunos que iam levantando as questões e iam respondendo. A professora limitava-se a clarificar algumas ideias, para compreensão de toda a turma.

O envolvimento e o interesse dos alunos no tema, manifestado pelas suas intervenções, permitiam perceber da predisposição dos alunos para apreciar a Estatística “como instrumento de leitura da informação e da sua transformação em Conhecimento” (Pestana & Velosa, 2010).

Segmento de ensino 8APP - aula 30 de maio	
<p>Aluno P: Podemos estudar o número de pessoas que morreram num ano?</p> <p>ANA: Se posso estudar quantas pessoas morreram num ano? Mas isso é um estudo que é só procurar a taxa de mortalidade. Não vais perguntar nada a essas pessoas, isso é um número, morreram tantas pessoas num ano, acabou. O que tu queres dizer, é se nós podemos efetuar estudos de forma a prever a taxa de mortalidade? É isso que queres dizer? Vamos agora avançar.</p>	<p>Não Fundamentação Não Evidente conhecimento do tema</p>

Análise do segmento de ensino 8APP

A formulação de questões para investigar é a primeira fase de uma investigação estatística. Para reconhecer se uma questão é, de fato, uma questão de natureza estatística, deve verificar-se se envolve variabilidade nos dados, ou seja, tem de distinguir entre uma questão para a qual se antecipa uma resposta determinística e uma questão para a qual se prevê a resposta com base em dados que variam (GAISE, 2005). Deve-se também realçar que existem diferentes fontes de variabilidade nos dados: resultantes da medição, natural, induzida e da amostragem.

A variabilidade, sendo uma ideia chave da estatística, é natural, previsível e quantificável (GAISE, 2005).

Apesar de ter respondido ao aluno e de ter abordado de forma subtil a questão da variabilidade, a professora podia ter aproveitado a oportunidade para realçar a variabilidade como a essência da estatística como disciplina, sem a qual não haveria questões estatísticas para investigar.

<p>Professora Ana</p> <p>Sequência de ensino: Ficha de exercícios (FE)</p> <p>Objetivo definido para a atividade: Identificar/ distinguir população e amostra, censo ou sondagem</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 2. Os alunos devem desenvolver uma compreensão da matemática.</p>

Ficha de exercícios - Questão 1
<p>Tipo de representação gráfica: gráfico de barras</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: leitura simples da informação dada no gráfico</p>

1. Leitura e interpretação

Considera as informações dos dois gráficos seguintes.

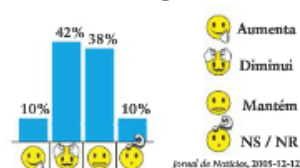
Informação 1



Informação 2

Cerca de 43% das empresas portuguesas de comércio e serviços responderam a um inquérito acerca das previsões de vendas para o Natal de 2005.

Previsões de vendas para o Natal de 2005



Indica, para cada caso:

1.1 o que se pretendeu estudar;

1.2 a população e a amostra (se existir).

2. Fazer um estudo I

Pretende-se conhecer o número de irmãos dos alunos do 7.º A.

Para tal vai perguntar-se a cada um dos alunos do 7.º A quantos irmãos tem.

2.1 No estudo descrito será feito um censo ou uma sondagem?

2.2 Qual é a população?

3. Fazer um estudo II

Pretende-se conhecer o tipo de habitação dos estudantes do 7.º ano da Área Metropolitana do Porto.

Para tal selecionaram-se, ao acaso, para serem entrevistados, 300 estudantes que frequentam o 7.º ano em escolas na Área Metropolitana do Porto.

3.1 Este estudo constitui um censo ou uma sondagem?

3.2 Qual é a população do estudo?

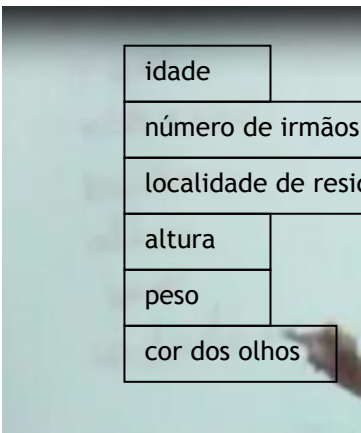
3.3 Qual é a amostra?

Segmento de ensino 1AFEQ1 - aula 30 de maio	
<p>ANA: [...] Então, o que é que se pretendeu estudar? No primeiro gráfico.</p> <p>Aluno A: As idades dos alunos do 7º B.</p> <p>ANA: As idades dos alunos do 7º B. Pronto, depois havia aí ... leiam lá o gráfico. O primeiro gráfico.</p> <p>Aluno Z: 6 alunos têm 12 anos; 10 alunos, 13; 4 alunos, 14 anos e 2 alunos, 15 anos.</p> <p>ANA: Muito bem. O que se pretende mostrar são as idades dos alunos do 7.º B, é o título.</p> <p>Aluno M: Dá para estudar quantos alunos têm 13 anos ou 14 anos ...</p> <p>ANA: Sim. E no segundo gráfico? As previsões de vendas para o Natal de 2005 de 43% das empresas de comércio e serviço. No 1º gráfico qual é a população?</p> <p>Alunos: Os alunos do 7ºB.</p> <p>ANA: E a amostra?</p> <p>Alunos: Os alunos do 7.ºB</p> <p>ANA: Neste caso, todos os alunos fazem parte da amostra e todos os alunos fazem parte da população. Porquê? Porque é que não escolheram uma amostra dos alunos desta turma? Porque é que não escolheram uma amostra? Achem que fazia sentido?</p> <p>Aluno P: Têm todos mais de 18 anos.</p> <p>Aluno B: São poucas pessoas.</p> <p>ANA: Ah! Como são poucos alunos, a população coincide com a amostra. São os alunos da turma do 7B. Quantos são já agora?</p> <p>Aluna A: São 22.</p>	<p>Transformação Escolha de exemplo adequado</p>

Análise do segmento de ensino 1AFEQ1

Rowland, Thwaites e Huckstep (2003) e Rowland (2008), dividem os exemplos em dois tipos: os exemplos indutivos e os exercícios. O exemplo indutivo é um caso particular de uma generalidade e é frequente o recurso a este tipo de exemplos na prática pedagógica para materializar conceitos abstratos e procedimentos. Já os exercícios são exemplos ilustrativos e orientados para a prática, habitualmente selecionados de entre um leque de exemplos semelhantes.

A professora escolheu este exercício para concretizar noções como a de população e amostra. Na questão 1, a informação é apresentada através de dois gráficos de barras, um relativo às idades dos alunos do 7.º B e o outro, às previsões de vendas para o Natal de 2005. As alíneas estão direcionadas para a leitura atenta do enunciado e para uma leitura simples do gráfico. Quando a professora questionou se faria sentido escolher uma amostra para estudar a idade dos alunos do 7.ºB, houve uma resposta de um aluno “Têm todos mais de 18 anos” que é reveladora de um equívoco ou de uma distração. A professora não pediu que fosse justificada, continuando a aula realçando a resposta correta que, entretanto, um dos alunos tinha dado.

Segmento de ensino 2AFE - aula 30 de maio		
<p>ANA: Eu quero ... é uma ideia para a próxima aula, eu quero estudar características dos alunos desta turma. O que podemos estudar?</p> <p>Aluno A: A idade.</p> <p>Aluno B: Número de irmãos.</p> <p>Aluno Z: Localidade de residência.</p> <p>Aluno I: Altura.</p> <p>Aluno S: Peso.</p> <p>Aluno B: Quem usa óculos.</p> <p>[A professora foi escrevendo no quadro uma lista com as características que os alunos foram dizendo.]</p> <p>ANA: Cor dos olhos. Chega. Estas características que estão em jogo, como é que se chamam?</p> <p>Aluno Z: Características das pessoas.</p> <p>ANA: São características das pessoas que estão em estudo e podem mudar, não podem? Posso obter diferentes respostas. São variáveis estatísticas.</p>		<p>Transformação Material de ensino</p>

Análise do segmento de ensino 2AFE

A professora recorre a exemplos de características dos alunos da turma que se podem estudar, sugeridas pelos próprios alunos. As questões relacionadas com o seu contexto natural, neste caso, a turma, como o número de irmãos, o passatempo favorito, o animal de estimação que possuem, entre outros, satisfazem a curiosidade dos alunos relativamente aos colegas da turma e essa curiosidade permite criar situações de aprendizagens motivadoras.

A escolha de temas para a construção de problemas e recolha de dados que sejam adequados aos alunos é fundamental para criar o seu interesse na descoberta. Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) realçam que o professor deve ter uma bolsa de exemplos que lhe permita ensinar determinados conteúdos e sugerem, para alunos na faixa etária dos 12 aos 16 anos, como temas para possíveis análises, passatempos (música, cinema, moda, desporto) e dados retirados de outras disciplinas como Ciências Naturais, Educação Física, Geografia, História e Ciências Sociais.

Usar dados reais, entre os quais os gerados na própria sala de aula, é também uma das recomendações feitas no GAISE Colledge Report (2005), onde se realça que o recurso a dados do interesse do aluno é um modo de promover a sua reflexão sobre os dados e sobre conceitos estatísticos relevantes.

Segmento de ensino 3AFE - aula 30 de maio	
<p>ANA: [...] Mas eu acho que ainda ali há duas diferenças. Vejam lá se concordam comigo. Vocês não podem dizer assim: eu peso 12 kg vírgula, doze não, para vocês, não, eu tenho 12,3 anos? Podiam dizer assim ou não?</p> <p>[Uns alunos dizem que sim, outros dizem que não.]</p> <p>ANA: Vocês não podem dizer eu peso 40,5kg?</p>	Não Transformação Não Escolha de exemplo adequado

Análise do segmento de ensino 3AFE

A organização de um conjunto de dados visa encontrar de forma desenvolta uma resposta às questões que podem ser feitas relativas a esses dados. A apresentação dos dados na forma de tabela ou gráfico depende das variáveis a estudar pelo que é importante conhecer a sua natureza. A professora, depois de ter apresentado a classificação das variáveis em qualitativas e quantitativas, estava agora a tentar que os alunos compreendessem a distinção variáveis quantitativas discretas e contínuas. No entanto, o exemplo escolhido, da idade, não é o mais elucidativo uma vez que é uma variável contínua que é frequentemente “discretizada” (Martins & Ponte, 2010). Quando a professora perguntou se podiam referir 12,3 anos para a idade, houve alguns alunos a dizer que sim mas outros disseram que não. Em vez de insistir na questão da natureza da idade, a professora optou por apresentar a variável peso, que é consensual em termos da sua natureza, mais tarde incluiu a idade nas variáveis contínuas e numa das aulas seguintes trabalhou um exercício em que a idade é trabalhada como uma variável discreta.

1. Variáveis e classificação

Observa a seguinte tabela.

Dados sobre casas de uma rua

Número da porta	Número de assoalhadas	Área	Garagem	Preço em euros
1	1	68 m ²	Sim	150 000
2	2	100 m ²	Não	200 000
3	3	115 m ²	Sim	320 000
4	4	160 m ²	Sim	400 000
5	2	120 m ²	Sim	250 000
6	3	130 m ²	Sim	325 000

Das cinco variáveis referidas, quais são de natureza:

1.1 qualitativa?

1.2 quantitativa discreta?

1.3 quantitativa contínua?

2. Trabalho de grupo

Recolhe um conjunto de gráficos de estatística em revistas, em jornais ou em livros. Para cada um dos gráficos diz qual é a variável em estudo e se os dados recolhidos são de natureza quantitativa (discreta ou contínua) ou qualitativa.

Este exercício consta na parte 2 da ficha de exercícios distribuída pela professora, retirado da página 61 do manual escolar Neves, Leite, Silva e Silva (2010).

Segmento de ensino 4AFE - aula 30 de maio	
ANA: Na próxima aula, está aí um exercício que é para fazerem em casa, exercício 2, diz que é um trabalho de grupo. Não é um trabalho de grupo, é trabalho individual. Vocês procurem lá ... não quero que todos me tragam o mesmo, procurem lá em casa, um gráfico, num jornal ou revista e dizem qual é a variável em estudo.	Transformação Material de ensino

Análise do segmento de ensino 2AFEQ2

A questão 2 define um trabalho de grupo em que é pedida a seleção de gráficos estatísticos da imprensa escrita, a identificação de variáveis estudadas e a sua natureza. A professora pediu que os alunos fizessem este trabalho individualmente e cada aluno teria de trazer um gráfico selecionado num jornal ou numa revista.

A compreensão dos conceitos estatísticos é muito importante como base para uma aprendizagem facilitada dos procedimentos e a natureza das variáveis condiciona o tipo de representação estatística a adotar. A professora recorre a gráficos para consolidar noções de população e amostra, censo e sondagem e classificação de variáveis estatísticas, evidenciando, deste modo, a importância que atribui aos gráficos no tema *organização e tratamento de dados*.

Professora Ana

Sequência de ensino: Estudo do número de irmãos dos alunos da turma

Objetivo definido para a atividade: elaborar uma tabela de frequências com os dados recolhidos e construir um gráfico de barras

Finalidades

☒ a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.

☒ b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.

Objetivos gerais do ensino da Matemática

☒ 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.

☒ 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.

☒ 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.

Atividade com dados da turma

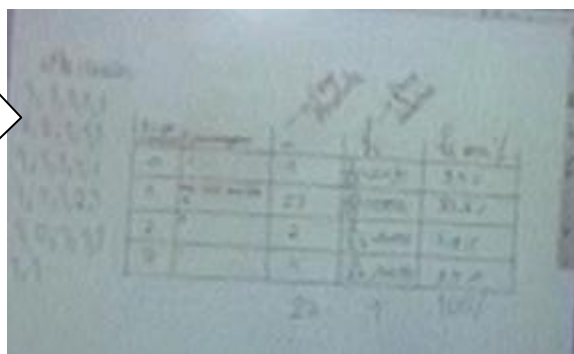
Tipo de representação gráfica: gráfico de barras

Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:

☒ Ler os dados ☒ Ler entre os dados ☐ Ler para lá dos dados ☐ Ler por detrás dos dados

Observações: construção de uma tabela de frequências e de um gráfico de barras com dados reais da turma

Dados
sobre o
número de
irmãos dos
alunos da
turma



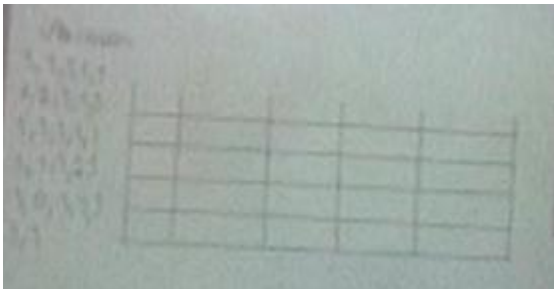
A professora perguntou, a cada um dos alunos, quantos irmãos tinha e escreveu as respostas no quadro. Os episódios relativos a esta parte da aula serão assinalados com DT, dados da turma.

Segmento de ensino 1ADT - 02 de junho	
<p>ANA: O que são dados estatísticos? Eu já perguntei aqui na turma, a quase todos, quantos irmãos têm. Qual é a variável estatística em jogo, em estudo?</p> <p>Alunos: O número de irmãos.</p> <p>ANA: Cada um de vocês disse-me um número que variava entre 0, 1, ... Então Inês, quantos irmãos tens? Carolina?</p> <p>[A professora vai escrevendo no quadro o número que cada um diz.]</p> <p>ANA: Sabem o que eu acabei de escrever? 27 dados estatísticos, 27 observações que eu fiz aqui na aula.</p>	Transformação Escolha de exemplo adequado

Análise do segmento de ensino 1ADT

Antes de apresentar uma definição de dado estatístico, a professora optou por desmontar a noção de dado estatístico através de um exemplo elucidativo. Segundo Rumsey (2002), a compreensão concetual de noções estatísticas básicas e da terminologia adequada é importante para desenvolver uma base de conhecimento de conceitos e ideias estatísticas, à qual chama competência estatística.

No exemplo usado, a professora clarificou o que é um dado estatístico recorrendo a um exemplo constituído com dados da própria turma, neste caso, ao número de irmãos dos alunos da turma e optou por trabalhar esta variável na turma, representando os dados recolhidos numa tabela de frequência e num gráfico de barras e retirando algumas conclusões pela simples leitura dos mesmos.

Segmento de ensino 2ADT - aula 02 de junho	
<p>ANA: Preciso de ajuda.</p> <p>[Vários alunos se ofereceram para ir ao quadro preencher a tabela.]</p>  <p>ANA: Andreia, vem-me lá ajudar.</p> <p>[A aluna foi ao quadro ajudar na construção da tabela.]</p>	Fundamentação Base teórica de pedagogia

Análise do segmento de ensino 2ADT

Neste episódio, a professora não disse a um aluno que fosse ao quadro construir a tabela mas pediu que a ajudasse na construção da tabela. A este pedido responderam muitos alunos da turma colocando o dedo no ar (pelo menos, quatro alunos, de forma visível no vídeo) e ainda

se ouviam frases como: “Setora, eu, eu ...” ou “Eu pedi primeiro”. Esta resposta voluntária e espontânea dos alunos reflete o ambiente de confiança que a professora promovia nas aulas e elucida sobre o papel que considera importante desempenhar como professora e o tipo de comunicação que privilegia nas aulas. Os alunos mostram-se confiantes e à vontade para argumentar e para ir ao quadro.

A comunicação e a interação entre os alunos na sala de aula têm sido alvos da investigação em educação matemática. Nomeadamente, Brendefur e Frykholm (2000) realçam que, ao promover uma comunicação matemática e uma interação entre os alunos na sala de aula, é importante estudar o grau com que os professores são capazes de trabalhar num ambiente de sala de aula aberto, espontâneo e dinâmico e o impacto deste tipo de ensino nas suas crenças. O estudo destaca a importante relação entre as crenças dos professores sobre a natureza da matemática, o seu ensino e a sua aprendizagem e a sua capacidade de mudar de uma situação em que a autoridade na sala de aula é assumida pelo professor para uma outra em que a aula não se resume à partilha de informação e em que se usa o discurso para pensar matematicamente, fazer conjecturas, justificar ideias e generalizar.

Neste caso, a aluna não apresenta sugestões nem toma decisões, apenas preenche a tabela no quadro, com as sugestões da professora e dos outros elementos da turma.

Segmento de ensino 3ADT - 02 de junho	
<p>ANA: Meninos, a tabela de frequências constrói-se sempre da mesma maneira.</p> <p>Qual é a variável em estudo, neste caso?</p> <p>Aluna A: Número de irmãos.</p> <p>ANA: Então, aqui escreves número de irmão [a professora aponta para a primeira célula da tabela]. Quais os valores que a nossa variável pode assumir? Os nossos dados estatísticos variam ...</p> <p>Alunos: Entre 0 e 3.</p> <p>ANA: Exatamente, variam entre 0 e 3. 0, 1, 2, e 3 [aponta para as células seguintes da primeira coluna]. Sempre que podem em crescendo, está bem, meninos? Ouviram? Não é todos misturados, do menor para o maior. Agora aqui, vamos fazer uma contagem [a aluna escreve na 1.^a célula da segunda coluna, contagem]. Vocês já conhecem aquele sistema de pauzinhos, não já?</p> <p>Alunos: Sim.</p> <p>Aluno Z: Quando chega ao 5, corta.</p> <p>ANA: Imaginem que eu não tinha escrito os dados ao lado, eu perguntava à Inês e ela dizia que tinha um irmão, então aqui na linha do 1, ela chegava e punha um pauzinho [aponta para a célula correspondente]. Eu vou dizendo e tu vais colocando. Olha, Andreia, se calhar, um bocadinho menor, porque o 1 tem muitos valores.</p>	<p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p> <p>Fundamentação Conhecimento procedimental</p>

Análise do segmento de ensino 3ADT

A professora planeou uma sequência de ensino adequada ao desenvolvimento de procedimentos, tabelas e gráficos, e em que recorre a conhecimentos prévios dos alunos. Relembrou o esquema de contagem gráfica que os alunos já conheciam e realçou que este esquema permite ir registando, com um traço, os dados à medida que se recolhem. Neste caso, bastava contar o número de vezes que cada valor distinto da variável ocorre uma vez que tinha já recolhido todos os dados. Depois de recolhidos os dados estatísticos e averiguada a sua natureza, interessa escolher uma forma de os representar. A professora insiste em pormenores da tabela que facilitam a leitura da informação aí representada, indicando o que incluir em cada uma das colunas.

Segmento de ensino 4ADT - 02 de junho	
<p>ANA: Frequência absoluta, que se escreve ... eu não sei como é que vocês estavam habituados a escrever. A notação que eu vi mais moderna era um n, n minúsculo. O que é o n? É vocês traduzirem o que ali têm por um número. É a frequência que a variável toma no valor 0. O zero aparece quantas vezes?</p> <p>Alunos: Uma.</p> <p>ANA: O zero aparece quantas vezes? Uma. Vá, escreve aqui [apontando para a célula correspondente].</p> <p>[...]</p> <p>ANA: Vamos passar para a frequência relativa. f minúsculo, f, i [a aluna escreveu f_i]. Olhem é assim. f, o i em índice, e aqui lê-se frequência absoluta e f_i frequência relativa [escreveu no quadro nas colunas respetivas].</p>	Fundamentação Uso de terminologia e notação apropriada

Análise do segmento de ensino 4ADT

A professora utilizava com rigor a linguagem específica do tema *organização e tratamento de dados*. A questão da notação é importante porque facilita a leitura quando a distribuição dos dados é evidenciada através de uma tabela ou de um gráfico.

Em Hill, Ball e Schilling (2008), a uma das subdivisões do modelo que os autores propõem para o estudo do conhecimento dos professores chamam “conhecimento comum do conteúdo”, que é definido pelo “conhecimento matemático que se espera de um adulto educado” e inclui o uso da notação correta, para além da capacidade de reconhecer respostas incorretas ou definições imprecisas e a habilidade de resolver problemas propostos pelos alunos.

Pinto (2010) destaca a notação como uma dificuldade diagnosticada nos alunos de um dos professores participantes no estudo. Pinto explora o modo como dois professores de Estatística, um de Psicologia e o outro de Educação, interpretam e implementam o currículo e ensinam a representação gráfica e como reconhecem as crenças, os erros e as dificuldades dos seus alunos. Um dos professores participantes no estudo realça a notação e a

descontextualização dos problemas estatísticos como dificuldades reveladas pelos seus alunos.

Segmento de ensino 5ADT - 02 de junho	
<p>ANA: [...] Quanto é que tem que dar o total?</p> <p>Aluno M: 1.</p> <p>ANA: Vamos lá ver uma coisa. Porque é que tem que dar 1?</p> <p>Aluna D: Porque é o número que está em maioria.</p> <p>ANA: Em maioria? Não. Não tem nada a ver. Então vamos lá ver. Nós estamos sempre a dividir por 27. E qual a soma dos números que estamos a dividir por 27? 1 mais 23 mais 2 mais 1, quanto é que vai dar? 27. 27 a dividir por 27 ... quanto é que é 27 a dividir por 27? [há alunos a responderem 1, outros a dizerem 0] 1, escreve aqui.</p> <p>[...]</p> <p>ANA: Pela terceira vez, e última, estou a dividir por 27 e a soma de todos os números que eu estou a dividir por 27 dá, 1 mais 23 mais 2 mais 1 dá 27. 27 a dividir por 27 tem de dar 1. Atenção, que nem sempre temos a “sorte” de dar logo 1 e por vezes temos de proceder a alguns arredondamentos.</p>	<p>Conexão Conexão de procedimentos</p>

Análise do segmento de ensino 5ADT

Martins e Ponte (2010) referem que “as conexões assumem grande importância em Estatística”. Pode-se falar na indispensável conexão entre os dados e o contexto, uma vez que os dados em Estatística são mais do que números, “são números em contexto” (Moore & Cobb, 1997, p. 801). Segundo os autores, na análise dos dados, o contexto proporciona o significado. Há, no entanto, outros tipos de conexões que se podem destacar como as conexões relacionadas com a utilização de dados reais, que podem envolver outras áreas do conhecimento ou as conexões entre a estatística e outros ramos da matemática, como a geometria, os números e operações e a álgebra. Neste episódio, é destacada a conexão com a Aritmética, em que os alunos necessitam de aplicar o que conhecem do tema Números Racionais. Compreender os números racionais, saber adicionar números racionais, ser capaz de calcular resultados aproximados e avaliar a razoabilidade de um resultado são objetivos gerais de aprendizagem do tema Números e Operações, definidos no programa de 2.º ciclo do ensino básico de Matemática.

A professora confiou na destreza de cálculo com números racionais dos alunos, uma vez que recorreu à soma de frações com o mesmo denominador mas não escreveu a adição no quadro, limitando-se a apontar para a frequência relativa de cada valor da variável escrito sob a forma de fração. Os alunos pareceram hesitar e alguns responderam incorretamente quando a professora perguntou pelo quociente da divisão de 27 por 27.

Segmento de ensino 6ADT - 02 de junho	
<p>ANA: [...] Finalmente, porque geralmente nos dá mais jeito para trabalhar, vamos fazer a frequência relativa em percentagem [a aluna escreve na coluna correspondente].</p> <p>Aluno M: Tem algum símbolo, como nos anteriores? Um tem o n, outro tem f ...</p> <p>ANA: Andreia, espera. Pode-se escrever fi em %.</p>	Fundamentação Uso de terminologia e notação adequada

Análise do segmento de ensino 6ADT

Desta vez, foi um aluno que questionou a notação adequada à frequência relativa em percentagem, evidenciando, assim, que a insistência da professora para esse aspeto tem sido pertinente.

Segmento de ensino 7ADT - 02 de junho	
<p>ANA: [...] Peço que deem uma ajuda à Andreia, que lhe expliquem como é que eu passo da frequência relativa para percentagem. Diz, Manel.</p> <p>Aluno M: Por exemplo, ali o primeiro, tem 0,037, arredondando às centésimas ... [a professora começou a menear a cabeça] não é arredondamos, vemos o número das centésimas e dá três por cento que é 3 em 100.</p> <p>ANA: Olhem lá, eu não gosto muito desse arredondar. Nós de 1, estamos a passar para 100, não é? Acabamos por estar a multiplicar por 100. Então o valor que nos é dado na frequência relativa, vamos multiplicar por 100. Multiplicar por 100, é pegar nas unidades e colocar a vírgula nas centésimas. Acho que era isso que querias dizer, Manel. Ou seja, 0,037 vai passar para 3,7, no fundo, e no princípio, estamos a multiplicar o número por 100, percentagem. 3,7%.</p>	Não Contingência Não Responder a ideias do aluno

Análise do segmento de ensino 7ADT

Quando solicitada ajuda aos alunos para a determinação das frequências relativas em percentagem, um dos alunos apresentou uma sugestão de resolução de forma pouco clara e a professora acabou por responder ela própria à questão colocada. Começou por escrever a correspondência entre o total da frequência em decimal (1) e em termos de percentagem (100%) e explicou, a partir daí, como passar de um tipo de apresentação de resultado para o outro.

A resolução era igual à do aluno e a professora admitiu-o ao dizer “Acho que era isso que querias dizer, Manel.” O aluno mostrou que sabia o que fazer mas não conseguiu transmitir de forma clara o procedimento aos seus colegas. A professora apercebeu-se mas optou por dizer ela própria, em vez de pedir ao aluno para reformular o que tinha dito e clarificar a resolução de forma para que todos os colegas percebessem. Estaria, deste modo, a obrigar o aluno a fazer um esforço de modo a facilitar a comunicação e a compreensão e a promover a fluência e o rigor com que este se exprimia.

Segmento de ensino 8ADT - 02 de junho	
<p>Aluno F: Não podemos arredondar a 4? [a frequência relativa que era 3,7%.]</p> <p>ANA: Não, não. Se arredondares, depois o 100% ...</p> <p>Aluno F: Ai, pois é.</p> <p>ANA: ... e era capaz de ser complicado. 85,2%, 7,4%, 3,5%. Querem fazer a soma?</p> <p>Aluno Z: Vai dar 100.</p> <p>Aluno V: Se ali deu 1, a frequência relativa em percentagem vai dar 100%.</p> <p>ANA: Ouviram o Vladislav? Se a frequência relativa deu 1, a frequência relativa em percentagem vai dar 100%.</p>	<p>Contingência Responder a ideias do aluno</p>

Análise do segmento de ensino 8ADT

A professora aproveitou as intervenções dos alunos para chamar a atenção para a questão dos arredondamentos feitos nas frequências relativas que fazem com que a soma das frequências relativas, por vezes, não seja exatamente 100%. O aluno V revelou saber que a soma deveria dar 100% e a professora enfatizou a sua intervenção. No entanto, na coluna das frequências relativas apresentadas sob a forma de fração, o total é sempre 1 mas nem sempre o total calculado com as frequências relativas sob a forma de percentagem é exatamente 100%. A ênfase dada à intervenção do aluno parecia significar que sempre que dá 1 então dá 100%.

Segmento de ensino 9ADT - 02 de junho	
	<p>Transformação Material de ensino</p>
<p>ANA: [...] E agora olhando para a tabela, eu posso colocar-vos algumas questões:</p>	

<p>quantos alunos desta turma têm dois irmãos?</p> <p>Alunos: 2.</p> <p>ANA: Aonde é que vocês vão? À linha de frequência 2, vão à coluna da frequência absoluta. Há 2 alunos com 2 irmãos. Quantos alunos desta turma têm 0 irmãos?</p> <p>Alunos: 1.</p> <p>ANA: Na linha que refere o número de irmãos, onde está o zero, vamos à frequência absoluta. Há um aluno desta turma que tem zero irmãos. Quantos alunos desta turma têm mais de dois irmãos? [Há alunos a responderem 3, outros respondem 1.]</p> <p>ANA: Eu repito a questão. Quantos alunos desta turma têm mais de dois irmãos? Mais de dois irmãos, só pode ser três. Não há nenhum aluno com mais de três irmãos. Neste caso, significa, ter 3 irmãos, que é 1 aluno. Perceberam? Quantos alunos desta turma têm menos de 2 irmãos?</p> <p>Alunos: 24. [Alguns alunos ainda disseram 23.]</p> <p>ANA: Menos de dois irmãos, significa ter um irmão ou não terem irmãos, portanto, têm de fazer a soma. 23 mais 1, 24. Quantos alunos desta turma têm menos de 4 irmãos?</p> <p>Alunos: 27.</p> <p>Ana: 27. O que estás a perguntar, Zé?</p> <p>Aluno Z: Com menos de 3 irmãos ...</p> <p>ANA: Tens de os que têm zero, com os que têm 1, com os que têm 2, 26. Que percentagem de alunos desta turma têm só 1 irmão?</p> <p>Alunos: 85,2%.</p> <p>ANA: Ou seja, a grande maioria dos alunos desta turma tem só um irmão, só ... tem um irmão. Qual é a percentagem de alunos desta turma que tem três irmãos?</p> <p>Alunos: 3,7%.</p> <p>ANA: 3,7%.</p> <p>Aluna M: É a mesma de ter zero irmãos.</p> <p>ANA: Claro, o aluno desta turma que tem 3 irmãos é só 1 e também só há 1 aluno que tem 0 irmãos. Para cada um deles corresponde uma percentagem de 3,7%. Qual é a percentagem de alunos desta turma que tem 3 ou menos irmãos?</p> <p>Alunos: 100%.</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 9ADT

“E agora, olhando para a tabela, eu posso colocar-vos algumas questões”. A professora tinha todos os dados disponíveis, no entanto, só depois de construída a tabela colocou questões relativas ao número de irmãos dos alunos da turma. Deste modo e com a frase destacada, a

professora realçou a contribuição da tabela para organizar os dados de forma simples e clara, permitindo uma leitura facilitada da informação. A professora foi colocando questões de modo a dar sentido aos dados e os alunos iam respondendo com facilidade através da observação da tabela, ou seja, transformou a tabela num instrumento de aprendizagem poderoso da leitura da informação.

Neste episódio e em episódios anteriores, a professora pediu ajuda aos alunos em forma de sugestão ou de resposta ou para ir ao quadro para, por exemplo, completar uma tabela. No entanto, e apesar de parecer indicador de uma certa descentralização da autoridade, a professora continuou a manter o “controlo” da aula, pelo apontar firme para o local onde devem escrever no quadro e o que escrever, pelo colocar questões que acaba por responder, pelo repetir sistematicamente a resposta do aluno, pelo incorporar na aula de uma sugestão do aluno mas ser ela própria a descodificar a sugestão para os outros elementos da turma, como aconteceu também no próximo episódio.

Segmento de ensino 10ADT - 02 de junho	
<p>ANA: 100%. 3 ou menos. E se eu perguntasse só menos de 3 irmãos?</p> <p>Aluna I: Tínhamos de somar a do 0, 1...</p> <p>ANA: Tínhamos de somar ... qual é percentagem de alunos desta turma que tem menos de 3 irmãos?</p> <p>Aluno M: 96,3%.</p> <p>ANA: Como fizeste, Manel?</p> <p>Aluno M: 100 menos 3,7.</p> <p>ANA: Duas maneiras diferentes: ou somavam a percentagem dos alunos que têm 0 irmãos com a percentagem dos que têm 1 irmão com a percentagem dos que têm 2 irmãos ou então aos 100% retiravam a percentagem de alunos que têm 3 irmãos.</p>	<p>Contingência Responder a ideias do aluno</p>

Análise do segmento de ensino 10ADT

A professora inclui na aula uma outra maneira de calcular a percentagem de alunos da turma que tem menos de três irmãos, sugerida por um aluno e uma vez mais foi a própria a falar da sugestão do aluno, sem lhe dar hipótese de a clarificar, se necessário, e/ou de a justificar. Segundo Martinho e Ponte (2005), a descentralização da autoridade implica pedir que os alunos justifiquem sempre que se considere oportuno, procurando que assumam também o poder de decidir o que está certo ou está errado. Para isso, é necessário dar tempo e espaço aos alunos para pensar, para se questionarem e para intervir de forma clara e rigorosa.

Segmento de ensino 11ADT	
<p>ANA: Preciso de ajuda. Eu preciso que vocês me digam se conhecem algum programa no computador que nos faça um gráfico de barras muito jeitosinho?</p> <p>Alunos: O Excel.</p> <p>ANA: Muito bem. Com as novas tecnologias não há lógica nenhuma estarmos a construir aqui um gráfico de barras porque ficam as barras tortas, ficam umas mais acima outras mais abaixo, umas mais larguinhas, outras mais estreitas ... então, vamos fazer no Excel. Vocês todos têm escrito esta tabela, que eu vou precisar, vamos utilizá-la. Então, Ricardo, vem cá.</p>	Transformação Material de ensino

Análise do segmento de ensino 11ADT

No novo programa de Matemática do ensino básico é referido que “a tecnologia assume uma grande importância no tratamento de dados” (Ponte, et al., 2007, p. 43). A calculadora e o computador são apontados como instrumentos fundamentais no trabalho a realizar no tema *organização e tratamento de dado*, por permitem que os alunos se concentrem na escolha e justificação dos métodos a usar, na análise de dados e na interpretação de resultados, libertando-os de cálculos demorados e pelas possibilidades que oferece para organizar e representar dados em tabelas e gráficos.

Um dos princípios para a Matemática escolar é o princípio da Tecnologia, definido em Princípios e Normas para a Matemática Escolar: “A tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem matemática; influencia a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos” (NCTM, 2000, p. 26). A tecnologia pode ajudar os alunos a aprender matemática, nomeadamente, pela possibilidade que oferece de analisar diversas formas de representação, o que facilita a formulação e exploração de conjecturas. No entanto, como “qualquer ferramenta de ensino pode ser usada de forma adequada ou ineficaz”, e isso depende do tipo de utilização que o professor promove da tecnologia, da seleção ou criação de tarefas feita, da reflexão que o professor faz da observação dos alunos quando trabalham com tecnologia.

Também na Holanda, no novo currículo a ser implementado a nível nacional em 2014, os professores são incentivados a deixar os alunos trabalharem com conjuntos de dados reais e com tecnologia da informação (Verschut & Bakker, 2011). A questão levantada pelos autores relaciona-se com o problema, já conhecido, da distância que ocorre muitas vezes entre as ideias originais e as intenções de um novo currículo e o currículo desenvolvido de facto nas salas de aula (Begg, 2005; Verschut & Bakker, 2011). As características do novo currículo, trabalhando com conjuntos de dados reais e tecnologia da informação, e os projetos de pesquisa na vertente prática, têm, de fato, o potencial de tornar a educação estatística mais coerente. No entanto, nas aulas que observaram, não registaram nenhuma atividade em sala de aula que considerassem estimulante do conhecimento coerente.

Segmento de ensino 12ADT - 02 de junho	
<p>ANA: [...] Então, escreve lá, na primeira célula, frequência absoluta. Está muito pequenino [o aluno R sentou-se na secretária da professora, para o computador e ia escrevendo e fazendo o que a professora pedia]. Nesta célula, contagem, por baixo da contagem [construíram o gráfico no Excel com todos os seus constituintes, o título, legendas dos eixos, rótulos dos dados].</p> <p>ANA: Meninos, o que é que nós temos aqui que ver? Em primeiro lugar, um gráfico de barras, e qualquer gráfico, tem de ter sempre um ...</p> <p>Alunos: Título.</p> <p>ANA: Um título, neste caso, o número de irmãos dos alunos da turma 7.ºB. Depois, acham que uma das colunas podia ser desta largura e a outra ser ...</p> <p>Aluno Z: Não, todas as colunas têm de ter a mesma largura.</p> <p>Aluna M: E têm de ter igual espaço.</p> <p>ANA: Exatamente, todas as colunas com igual largura, todas as colunas separadas por intervalos com a mesma largura, de distância, está bem, Joana?</p> <p>[...]</p> <p>Aluna D: Não devia ter ali uma legenda?</p> <p>ANA: Achas que precisavas de uma legenda, é? O título não te dizia o que estavas a estudar? Com 0 irmão, 1 aluno.</p>	<p>Fu Não Contingência Co Não uso de oportunidade prc</p>

Análise do segmento de ensino 12ADT

À medida que o aluno foi construindo o gráfico no Excel, seguindo instruções da professora, foram feitas chamadas de atenção para os elementos que constituem um gráfico de barras e para a forma correta de o construir, com barras com a mesma largura e igualmente distanciadas. Realçou ainda o papel do título num gráfico, que deve estar presente em qualquer tipo de representação gráfica e ser escrito de modo a orientar o leitor na sua interpretação. No site ALEA, consideram que, para tal, deve ser redigido por forma a responder às perguntas: o quê, onde e quando.

A construção manual do gráfico pode criar nos alunos algumas dificuldades que não se colocam quando recorrem ao Excel, nomeadamente a questão da escala que é um dos problemas diagnosticados na investigação em educação estatística. Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) consideram que o mecanismo de construção de escalas é muito difícil para os alunos, uma vez que muitos alunos conseguem ler uma escala mas revelam dificuldades na escolha de uma escala apropriada a um conjunto de dados. As escalas devem estar presentes em ambos os eixos, com divisões suficientes e com especificação da origem (Ruiz, Arteaga, & Batanero, 2009). Neste caso, devido aos valores díspares das frequências absolutas, teria sido útil observar como é que os alunos construíam manualmente o gráfico de barras.

Segmento de ensino 13ADT - 02 de junho	
<p>ANA: Quais são as vantagens de um gráfico de barras?</p> <p>Aluno F: Poder analisar melhor.</p> <p>ANA: A informação está de tal forma que é muito fácil nós analisarmos a informação.</p>	Fundamentação Consciência dos objetivos

Análise do segmento de ensino 13ADT

“A forma pela qual as ideias matemáticas são representadas é essencial para o modo como as pessoas compreendem e utilizam essas ideias” (NCTM, 2000, p. 75). Nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar é também realçado que as representações gráficas fazem parte do programa de Matemática escolar há muito tempo mas que, infelizmente, estas representações e outras têm sido frequentemente e aprendidas como finalidades, em si mesmas. As representações são fundamentais à compreensão dos conceitos e das relações matemáticas, na comunicação de abordagens, argumentos e conhecimentos matemáticos para o próprio e para os outros, na identificação de conexão entre conceitos matemáticos interrelacionados e na aplicação da matemática a problemas realistas, através da modelação. Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) defendem que um gráfico não deve constituir um fim em si mesmo mas servir como meio de comunicação de ideias estatísticas ou para retirar dos dados informação que só é realçada através de diferentes representações. Mais do que insistir na construção de gráficos, interessa investir em leituras que permitam retirar do gráfico mais informação do que a obtida através de uma leitura simples do mesmo.

A professora apenas realçou a vantagem da representação gráfica na análise dos dados e na obtenção de informação e não promoveu qualquer tipo de leitura do gráfico.

Professora Ana

Sequência de ensino: Exercício

Objetivo definido para a atividade: Construir uma tabela de frequências e um gráfico de barras de dados apresentados de forma isolada

Finalidades

☒ a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.

Objetivos gerais do ensino da Matemática

☒ 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.

☒ 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.

Exercício 1

Tipo de representação gráfica: gráfico de barras

Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:

☒ Ler os dados ☒ Ler entre os dados ☐ Ler para lá dos dados ☐ Ler por detrás dos dados

Observações: construção da tabela de frequências e do gráfico de barras

1. Idade dos alunos

Perguntou-se a idade, em número inteiro de anos, a cada um dos alunos do 7.º A. Com os dados recolhidos construiu-se o seguinte quadro.

Idade dos alunos						
12	13	14	12	15	13	12
12	11	12	13	13	13	12
12	11	13	13	12	12	14

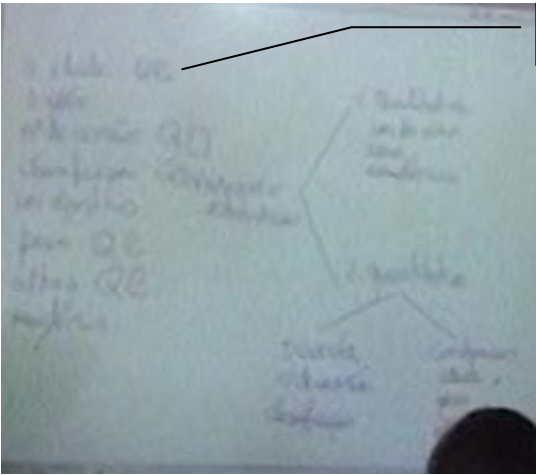
1.1 Constrói uma tabela de frequências absolutas e relativas. Apresenta os valores de frequência relativa na forma de dízima com três casas decimais e em percentagem com uma casa decimal.

1.2 Qual a percentagem de alunos que têm mais de 12 anos? Apresenta o resultado com uma casa decimal.

1.3 Constrói um gráfico de barras para apresentação e leitura dos dados.

Este exercício consta na ficha de trabalho distribuída aos alunos e foi retirado do manual escolar Neves, Leite, Silva e Silva (2010, p. 67). A professora propôs a resolução da alínea 1.3.

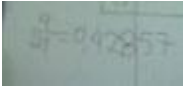
com trabalho para casa. Os episódios relativos a este exercício vão ser referenciados com EX1 (exercício 1).

Segmento de ensino 1AEX1 - 02 de junho	
 <p>Idade QC</p> <p>ANA: Vamos lá seguir a nossa lista. O peso, a idade, esqueci-me da idade lá em cima, a idade é uma variável quantitativa contínua, peso, altura. São variáveis quantitativas contínuas. Porquê?</p> <p>Aluno Z: Porque a idade pode ser 5 anos e 1 dia.</p> <p>ANA: Podemos traduzir 5 anos e 1 dia por 5 vírgula qualquer coisa anos. Então a idade não assume só números inteiros, esta variável.</p> <p>[...]</p> <p>ANA: E é para fazer o exercício 1. Há bocado tínhamos visto que a idade é uma variável quantitativa contínua. O que é que eles fizeram agora? Perguntaram, a estas pessoas, a idade, em número inteiro. Ou seja, transformaram uma variável quantitativa contínua ... há bocado, no início da aula, nós falámos que a idade era uma variável quantitativa contínua, só que agora no exercício, eles dizem aqui, perguntou-se a idade em número inteiro de anos. Porque é que fizeram isso?</p> <p>Aluno A: Para ser qualitativa.</p> <p>Aluno B: Para ser discreta.</p> <p>Aluna C: Para ser discreta.</p> <p>ANA: Para passarem de contínua a discreta. Vocês ao dizerem os anos que têm em número inteiro não dizem: eu tenho 13 anos 5 meses 4 dias. Dizem só, eu tenho 13 anos, eu tenho 12 anos. Para transformar essa variável quantitativa mas discreta.</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p>

Análise do segmento de ensino 1AEX1

A variável idade é uma variável contínua, que habitualmente se trabalha de forma discreta. Quando um aluno diz que tem 13 anos, quer dizer que a sua idade se situa entre os 13 e os 14

anos. A discussão sobre a classificação de variáveis estatísticas é importante porque o tipo de representação gráfica a escolher para representar os dados depende da natureza dos mesmos. A professora revelou à vontade e consistência ao lidar com esta variável cuja classificação levanta algumas dúvidas.

Segmento de ensino 2AEX1 - 02 de junho	
<p>[Uma aluna construiu no quadro a tabela de frequências.]</p> <p>Aluno M: Professora, a mim não me deu 1.</p> <p>ANA: Já vamos resolver. É com três casas decimais que eles pedem.</p> <p>[A aluna apresenta a frequência relativa sob a forma de fração, a professora transformou em decimal e referiu os arredondamentos]</p> <p>ANA: Carolina, aqui na máquina de calcular dava 0,4285, nós queremos três casas decimais e queremos arredondar, a seguir ao 8 vem um 5. Se é 5 ou um número maior do que 5 arredondamos o 8 para 9, está bem?</p> <p>Aluno Z: A seguir ao 8 vem um 5?</p> <p>Ana: [Escreve no quadro 9 sobre 21 iguala a 0,42857...] Eu quero três casas decimais. O que é que eu vou escrever além? Zero vírgula ...?</p> <p>Aluno M: 429.</p> <p>ANA: Porquê 429?</p> <p>Aluno F: Porque é 3 casas.</p> <p>ANA: Mas se é três casas porque é que escrevem 9 e não escrevem 8? Diz, Margarida.</p> <p>Aluna M: Atrás do 8 ...</p> <p>ANA: À frente.</p> <p>Aluna M: À frente do 8 está um 5 e quando esse número é 5 ou maior do que 5 o número sobe.</p> <p>ANA: Tomem lá atenção para depois não dizerem que não ouviram ainda. Eu quero três casas decimais, podem fazer como eu fiz, um traço. Vocês não escrevem o número sem olharem para o algarismo que vem a seguir. Se o algarismo que vem a seguir for um 5, um 6, um 7, um 8 ou um 9, o último algarismo passa para o seguinte, o 8, que é o último porque é três casas decimais, passa para o seguinte. Se a seguir ao 8 estiver um 0, um 1, um 2, um 3 ou um 4 mantínhamos o 8. Ouviram?</p>	<p>Conexão Conexão de conceitos</p> 

Análise do segmento de ensino 2AFTE1

Ao incluir uma linha com os totais das colunas na tabela, cria-se a possibilidade de verificar se as frequências estão bem calculadas porque a soma das frequências absolutas é igual à

dimensão da amostra ou da população em estudo e a soma das frequências relativas é igual a 1.

Por vezes, a soma das frequências relativas não é exatamente 1 devido aos arredondamentos feitos quando a fração que representa a frequência relativa não é uma dízima finita. A professora já tinha exposto esta questão na turma, no entanto, não tinha feito a verificação com as frequências relativas representadas sob a forma decimal. Neste caso, destaca-se a conexão feita com os números racionais e a sua representação sob a forma de fração, decimal ou de percentagem. Foi abordada a questão dos arredondamentos, em que a professora expôs a maneira de arredondar uma dízima a um número de casas decimais definido.

Segmento de ensino 3AEX1 - aula 06 de junho		
<p>ANA: Isto não está correto. Olhem, é assim, eu já vi outra tabela [queria dizer, gráfico] com este aspeto. É a do Zé, salvo erro. Vocês enganaram-se. Vejam lá, está sempre a aumentar, são as frequências acumuladas. Se vocês repararem, a primeira coluna tem 2, a segunda tem 8, depois tem 7, depois tem 1 e as vossas estão sempre a aumentar. Estás a ver? Esta devia ter 2 [aponta para a primeira coluna], 8, 7 e 1 e as vossas estão sempre a aumentar.</p>		<p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p>
		<p>Não Contingência Não Uso de oportunidade</p>

Análise do segmento de ensino 3AFTE1

A professora Ana foi verificando quem fez e quem não fez o trabalho de casa que consistia na construção de um gráfico de barras que representasse os dados relativos à idade dos alunos de uma turma de 7.º ano do exercício 1. Foi fazendo alguns comentários sobre os gráficos construídos pelos alunos, uns manualmente, outros no Excel.

Segundo Monteiro e Ainley (2003), as experiências que o professor faculta aos alunos são fundamentais para o desenvolvimento de competências relacionadas com gráficos porque estas não surgem espontaneamente.

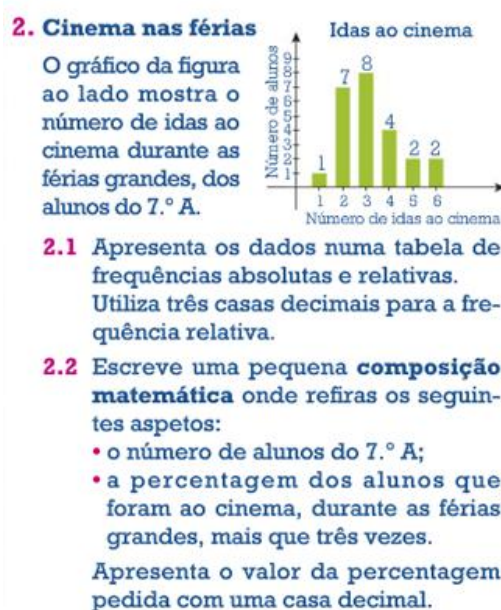
O professor é responsável por planejar sequências de ensino adequadas ao desenvolvimento de procedimentos. Neste caso, este exercício aparece na sequência da atividade implementada

anteriormente, em que trabalharam com os dados reais dos alunos da turma. A professora parece propor este exercício aos alunos como aplicação da atividade anterior uma vez que os dados do exercício são também relativos à idade de alunos de uma turma de 7.º ano, compreendidas entre 11 e 14 anos, e têm estruturas semelhantes.

O professor tem também o papel de preparar atividades onde os aspetos relevantes sejam discutidos de forma crítica e ajudar os alunos a questionarem os gráficos, construídos por si ou por outros. No entanto, na maioria das aulas de *organização e tratamento de dados* quando se trabalha com gráficos, fica-se limitado à sua construção (Carvalho, 2009). Na resolução do item 1.3., pelo menos dois dos alunos recorreram ao Excel para construir o gráfico de barras. A professora Ana constatou que esses gráficos não representavam o conjunto de dados porque “está sempre a aumentar”, pelo que colocou a hipótese de ter sido construído com as frequências acumuladas. Como expôs de imediato a leitura incorreta do gráfico, não deu hipótese de serem os próprios alunos a olhar com cuidado para o gráfico e tentarem ver porque é que o gráfico que construíram não podia corresponder ao que pretendiam, realçando a importância de um olhar crítico para um gráfico construído por si ou por outros. Teria assim transformado o erro cometido numa situação pedagogicamente rica.

<p>Professora Ana</p> <p>Sequência de ensino: Exercício</p> <p>Objetivo definido para a atividade: Construir uma tabela de frequências e escrever uma composição sobre a informação transmitida</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.</p>

Exercício 2
<p>Tipo de representação gráfica: gráfico de barras</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: construção de uma tabela com dados retirados de um gráfico de barras</p>



Este exercício consta na ficha de trabalho distribuída aos alunos na aula do dia 06 de junho e foi retirado do manual escolar Neves, Leite, Silva e Silva (2010, p. 67). A professora tinha

proposto na aula anterior que os alunos fizessem em casa a tabela de frequências absolutas e relativas da alínea 2.1. Os episódios relativos a este exercício vão ser referenciados com EX2 (exercício 2).

Segmento de ensino 1AEX2 - aula 06 de Junho

ANA: Agora, eu queria ver com vocês o exercício que o Afonso resolveu [leu o enunciado do exercício 2] “O gráfico da figura ao lado mostra o número de idas ao cinema durante as férias grandes dos alunos do 7.ºA. Apresenta os dados numa tabela de frequências absolutas e relativas. Utiliza três casas decimais para a frequência relativa.” Então, o que é que nós temos aí? Como é que se lê este gráfico, digam-me lá?

Aluno F: Então, 1 aluno foi 1 vez ao cinema, 7 alunos foram 2 vezes ao cinema,... [Entretanto, um dos alunos construiu a tabela de frequências no quadro.]



Valor da variável	Contagem	n	f_i	f_i em %
1		1		
2		5		
2		6		
4		4		
7		2		

ANA: Um aluno foi uma vez ao cinema... [ao ler a tabela, dá conta que não está correta]. De onde vem o 5?

Aluno A: Então é o de dois alunos.

ANA: Sete. Ei, pá, oh Afonso ... O Afonso também leu bem o gráfico. Um aluno foi uma vez ao cinema, sete alunos foram duas vezes ao cinema, oito alunos foram três vezes ao cinema, quatro alunos foram quatro vezes ao cinema ... onde é que está o quatro? Está aqui para cima [a professora ia procurando na tabela os valores que ia dizendo]. O problema, Afonso, era depois para construíres o gráfico de barras. Estás a perceber? Como é que fazias o gráfico de barras? Cá em baixo colocavas 1, 2, 2,...

Aluno A: Punha o número de alunos ...

ANA: Estás a ver, cá em baixo aparecia-te 1, 2, 2. Num gráfico, é sempre seguintes. Como é que tu o construías, 1, 2, 2? Tinhas que o pôr ao contrário. O que aqui tens, ia ficar no eixo dos xx [aponta para a primeira coluna, onde o aluno colocou os valores das frequências absolutas], e da maneira como colocaste, não podia. Olha para o teu gráfico, para o eixo dos xx. 1, 2, 3, ... é o que aparece aqui [aponta para a primeira coluna]. Mesmo que pusesses isto no Excel, não dava. Estás-me a entender? Portanto aqui tens que ... trocar. Quem é que vem fazer? Ninguém fez?

Não Fundamentação
Não Base teórica de pedagogia

Aluno Z: Ao contrário? Eu fiz. [Outros alunos disseram que fizeram.]	
----------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 1AEX2

Uma tabela de frequências é uma forma de organizar os dados em que se podem considerar 2, 3 ou mais colunas. Na primeira coluna, coluna das classes, indicam-se todos os valores distintos da variável presentes no conjunto de dados a analisar; na segunda coluna, coluna das frequências absolutas, registam-se o número de elementos do conjunto de dados iguais a cada classe; pode-se ainda considerar uma terceira coluna, das frequências relativas, obtidas dividindo a frequência absoluta de cada classe pelo número total de elementos do conjunto de dados e, no caso de dados quantitativos, pode-se ainda acrescentar a coluna da frequência absoluta acumulada e a da frequência relativa acumulada. As últimas duas colunas são úteis no cálculo dos quartis mas que não fazem parte dos conteúdos programáticos a lecionar no terceiro ciclo do ensino básico. Entre a primeira e a segunda coluna pode incluir-se a coluna das contagens.

Na construção da tabela de frequências correspondente ao gráfico de barras, o aluno nomeou corretamente cada uma das colunas mas trocou os valores a incluir em cada uma e as frequências absolutas passaram a assumir as classes, o que fazia com a classe 2 tivesse duas frequências absolutas, 5 e 6. Nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2000, p. 53) realçam a importância dos alunos do 3.º ao 5.º ano de escolaridade atribuírem significado aos diferentes números, símbolos e pontos utilizados na representação dos dados e o passo enorme que representa reconhecerem que alguns números representam valores e que outros representam a frequência com que esses valores surgem. O aluno mostrou que esse reconhecimento não foi apreendido, o que significa que esse passo não é dado na mesma medida por todos os alunos.

A professora realçou a dificuldade da construção do gráfico de barras com os dados daquela tabela uma vez que no eixo horizontal, dos valores da variável, teria de colocar 1, 2, 2, 4, 7 e 8 que foram os valores que o aluno assumiu na tabela como valores da variável. Corrigiu de imediato o erro cometido pelo aluno, sem dar tempo para que fosse o próprio aluno a perceber que tinha cometido um erro na construção da tabela e de como o corrigir.

Carvalho (2009) realça que “quando um sujeito está perante uma tarefa com uma representação gráfica e tem de mobilizar vários conceitos e competências de natureza diferente é, pois, natural que cometa erros e tenha dificuldades.”

O conhecimento didático do conteúdo é uma categoria em que Shulman (1986) divide o “conhecimento base para ensinar”, que inclui o conhecimento das concepções, dificuldades e erros dos alunos e de estratégias para reorganizar a sua compreensão. O “conhecimento base para ensinar” tem por finalidade a análise do conhecimento profissional do professor e esta categoria está relacionada com o modo de pensar dos professores quando pretendem ajudar um aluno a compreender um determinado conteúdo, com as formas de representar e formular a matéria de modo a torná-la compreensível. Segundo Shulman (1993), “o professor deve

construir pontes entre os significados inerentes ao conteúdo curricular e as construções de significados que os estudantes podem inventar, conceber ou discernir”.

A reflexão do professor sobre os erros cometidos pelos alunos em tópicos matemáticos específicos e sobre as justificações que eles apresentam pode revelar-se útil para estabelecer novas abordagens no ensino desses mesmos tópicos (Vale, Ferreira, & Santos, 2011). Para que a situação que envolve um erro ou uma dificuldade sentida pelo aluno conduza à regulação por parte do aluno da sua aprendizagem, este deve ser incentivado a reanalisar a sua resposta, não se deve incluir a correção do erro, possibilitando que seja o próprio aluno a identificá-lo e a alterá-lo, permitindo deste modo uma aprendizagem duradoura. Dias e Santos (2008) abordam a importância de conhecer e analisar os erros e dificuldades dos alunos e a forma como os alunos entendem o feedback escrito pelos professores na primeira correção da resolução de atividades. As medidas referidas e outras são sugeridas em Dias e Santos (2008), para que o feedback, neste caso escrito, seja parte efetiva do processo de aprendizagem.

Na entrevista, foi abordada este equívoco do aluno:

Entrevistadora: Em relação ao dia 06 de Junho, um dos alunos evidenciou confusão na construção da tabela.

Ana: Sim, trocou. Trocou os valores da variável com os da frequência.

Entrevistadora: Ficaste com ideia se ele percebeu bem qual era o erro que ele estava ali a cometer? Viu-se que foi outra colega que ... lhe foi fazer outra tabela porque ele parecia meio perdido.

Ana: Sim mas mesmo que ele não tenha percebido este ano, como eu tive muito pouco tempo, estive apenas cinco aulas com a estatística, este ano vou reiniciar novamente o planeamento estatístico com revisões novamente, ele este ano tem oportunidade de esclarecer estas dúvidas.

Segmento de ensino 2AEX2 - aula 06 de Junho

A photograph showing a person from the side, wearing a white shirt, writing on a large chalkboard. The chalkboard is filled with mathematical equations and diagrams, including what appears to be a frequency distribution table and some calculations. The person's arm is raised, holding a piece of chalk.

n	f _i
1	$\frac{1}{24} = 0,041$
2	$\frac{2}{24} = 0,083$
2	$\frac{2}{24} = 0,083$
4	$\frac{4}{24} = 0,166$
7	$\frac{7}{24} = 0,291$
8	$\frac{8}{24} = 0,333$

Conexão
Conexão entre conceitos

ANA: Tu somaste as frequências relativas? É que não dá 1, com o que tu aí tens,

<p>não dá 1.</p> <p>Aluna C: Então, como é que nós fazemos?</p> <p>ANA: E mais uma vez, eu não sei o que é que se passa nesta turma mas nós temos de aprender, de uma vez por todas, a fazer os arredondamentos. Porque, por exemplo, 1 a dividir por 24, arredondado às milésimas não dá 0,041, é 42. Carolina, emenda lá, se fazes favor. A de baixo a mesma coisa. Não ensinei isto na outra aula? A próxima está bem. A próxima está outra vez mal, é 167 e finalmente 0,083. Agora, deixa-me lá somar. Eu tenho uma dúvida. Vocês fizeram isto bem?</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 2AEX2

Na tabela, ao lado da imagem, mostram-se os valores das colunas das frequências absolutas e relativas da tabela construída pela aluna. A aluna riscou a segunda coluna, a das contagens, por não fazer sentido neste caso, em que os dados eram conhecidos através do gráfico de barras. Uma vez mais, destaca-se a conexão com os números racionais e a sua representação. A professora pôde constatar a dificuldade dos alunos na passagem da representação sob a forma de fração de um número racional para a forma decimal, quando a dízima correspondente é uma dízima infinita. Os alunos não têm ainda a noção de período da dízima e representam a dízima por uma aproximação obtida por arredondamento.

Ao arredondar um número reduz-se o número de dígitos no número, mantendo um valor semelhante. O método a que a professora recorria para arredondar é o método mais comum, que permite obter um número que é menos preciso mas mais fácil de usar.

No decorrer das aulas, constatou dificuldades nos alunos no que respeita ao arredondamento de um número decimal, apesar da insistência da professora no procedimento correspondente. O recurso à reta numérica poderia ter ajudado na compreensão do procedimento uma vez que se procuram números “mais próximos”, por exemplo, arredondando 7,3 às unidades obtém-se 7 porque 7,3 está mais próximo de 7 do que de 8.

Segmento de ensino 3AEX2 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: [...] Olhem, quando vos acontecer ficarem na dúvida, como ficaram neste exercício, não saberem na tabela de frequência o que colocavam em cada linha, o que é que nós estamos a estudar, meninos?</p> <p>[Os alunos não respondem, ainda não “estavam” na aula.]</p> <p>ANA: [...] Meninos, o que é que estamos a estudar, neste exercício? “O gráfico da figura ao lado mostra o número de idas ao cinema durante as férias grandes, dos alunos do 7º A.” [leu o enunciado] Isso é o suficiente para vocês não terem dúvidas sobre os números que vocês vão colocar na tabela de frequências. Qual é a variável que estamos a estudar? Olhem, ninguém sabe. Qual é a variável que está em jogo?</p>	<p>Fundamentação Identificação de erros e dificuldades</p>

<p>Aluno: O número de idas ao cinema.</p> <p>ANA: Sim, é o número de idas ao cinema dos alunos daquela turma então esses valores é que são aqueles que vamos colocar nas linhas da tabela de frequências. Já nos estamos a entender ou ainda não? A tabela de frequências estava construída, não estava?</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 3AEX2

No início desta aula, a professora retomou a construção da tabela, que correspondia à resolução da alínea 2.1. do exercício da ficha. Relembrou o erro cometido pelo aluno e realçou algumas questões que cada aluno pode fazer que podem facilitar a construção correta da tabela: Qual é a variável que estou a analisar? Que valores, ou categorias, toma a variável? Quantas vezes se repete, no conjunto de dados, cada um desses valores ou categoria?

O fato de voltar a esta questão parece evidenciar a preocupação e a reflexão da professora em tentar compreender a natureza dos erros cometidos pelos alunos e em procurar estratégias para reorganizar a compreensão dos alunos no conteúdo em causa.

Segmento de ensino 4AEX2 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: [...] E faltava a segunda alínea que dizia assim: “Escreve uma pequena composição matemática onde refiras os seguintes aspetos: o número de alunos do 7º A”, para quem já fez a tabela como nós, agora já muito fácil dizermos quantos alunos tem a turma do 7.ºA. Então, vamos começar a escrever, a turma do 7ºA tem 24 alunos. Já tinham escrito isso ou não?</p> <p>ANA: [...] Outra coisa que eles querem que nós refiramos é a percentagem dos alunos que foram ao cinema, durante as férias grandes, mais que três vezes.</p> <p>Aluno A: 71%. Mas a minha tabela estava toda ao contrário.</p> <p>ANA: Pois é. Então, em primeiro lugar, se olharmos para a tabela ou para o gráfico, o que temos de ver?</p> <p>Aluna M: O número de alunos que foram ao cinema mais de 3 vezes.</p> <p>ANA: Ou seja, temos de somar o número de alunos que foram ao cinema 4 vezes mais os que foram 5 vezes mais os que foram 6 vezes. Ninguém somou os que foram 3 vezes?</p> <p>Alunos: Não.</p> <p>ANA: Porque está a dizer, mais que 3 vezes, ou seja, 4, 5 ou 6. Ou seja, 4+2+2, oito. Então já sabemos que 8 alunos foram ao cinema mais que 3 vezes. Agora querem em percentagem.</p>	<p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p>

Análise do segmento de ensino 4AEX2

A alínea 2.2. do exercício pedia para que os alunos escrevessem um texto, devidamente orientado no que respeita aos aspetos a salientar: o número de alunos da turma A e a

percentagem de alunos da turma que tinham ido mais de 3 vezes ao cinema durante as férias grandes. A escrita da composição nos termos em que é pedida, obriga a uma leitura do gráfico e/ou da tabela que não é uma leitura simples e imediata em que apenas se retiram os dados explícitos, como ler a informação contida no título ou nos eixos. Para poderem realçar os aspetos referidos, foi necessário recorrer a uma “leitura entre os dados”. Curcio (1989) defende níveis diferentes para a compreensão gráfica, independentemente do seu tipo: ler os dados, ler entre os dados e ler além dos dados. No nível da “leitura entre os dados”, inclui a comparação de quantidades e o recurso a conceitos e capacidades que permitem identificar relações matemáticas presentes no gráfico. As sequências de ensino planificadas pela professora visavam o desenvolvimento da construção de tabelas de frequências e de gráficos e a compreensão da informação representada graficamente, que obrigava a um nível de leitura diferente da simples leitura dos dados.

Segmento de ensino 5AEX2 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: Porque está a dizer, mais que 3 vezes, ou seja, 4, 5 ou 6. Ou seja, $4+2+2$, oito. Então já sabemos que 8 alunos foram ao cinema mais que 3 vezes. Agora querem em percentagem.</p> <p>Aluna Z: Acho que é o número de alunos que há ao todo a dividir por 8.</p> <p>ANA: Mas sabes que isso vai dar uma percentagem superior a 100%.</p> <p>Aluno Z: Não, 8 a dividir pelos alunos.</p> <p>ANA: Ah! O número de alunos que vão mais de 3 vezes ao cinema, que já vimos que são 8, a dividir pelo número total de alunos.</p> <p>[...]</p> <p>ANA: [...] Então, oito alunos foram ao cinema mais do que 3 vezes, 4, 4 e 6 vezes e o número total de alunos é 24. Então, ao dividirmos 8 por 24 vai dar...não, 8 a dividir por 24 não vai dar 33, 8 é menor que 24. Ah, 0,333. Então agora, nós queremos em percentagem? 0,333 vezes 100, porquê 100? 33,3 por cento. Olhem, é aproximadamente, não é? Nós estamos a fazer um arredondamento. Então, aproximadamente 33,3%.</p>	<p>Conexão Conexão entre conceitos</p>

Análise do segmento de ensino 5AEX2

Compreender a noção de percentagem e relacionar diferentes formas de representar uma percentagem, traduzir uma fração por uma percentagem e interpretá-la como o número de partes em 100, calcular e usar percentagens são objetivos específicos no tema Números e Operações no 2.º ciclo do ensino básico. No entanto, os alunos continuam a revelar dificuldades na tradução da frequência relativa em percentagem. Neste caso, o aluno propôs a divisão do número total de alunos por 8, revelando não ter refletido no que estava a propor. A intervenção sucinta da professora bastou para o aluno realinhar o seu pensamento e apresentar a forma correta de calcular a percentagem.

A insistência da professora no arredondamento e no cálculo de percentagens é justificado pelas dificuldades que os alunos revelaram até a este momento. O não conhecimento ou a não compreensão da natureza dos erros e dificuldades dos alunos reduz as possibilidades de aprendizagem efetiva. “Munido deste conhecimento, cabe ao professor intervir com intencionalidade formativa criando contextos propícios para os alunos aprenderem” (Vale, Ferreira, & Santos, 2011).

<p>Professora Ana</p> <p>Sequência de ensino: Exercício</p> <p>Objetivo definido para a atividade: Ler e interpretar gráficos circulares</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.</p>

Exercício com gráficos circulares
<p>Tipo de representação gráfica: gráfico circular</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: comparação das distribuições de dois conjuntos de dados</p>

1. Construção de um gráfico circular

Considera a seguinte informação recolhida pela Deco (2007).

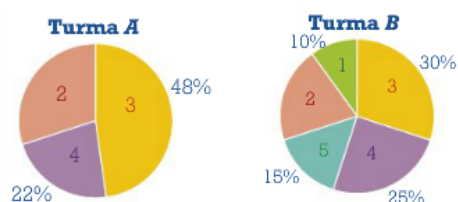
Quando compra produtos alimentares presta atenção ao local de origem?

Modalidades	n_i
Não	3520
Por vezes	5760
Sim, quando possível	6720

Com os dados constrói um gráfico circular usando transferidor e outro usando, se possível, uma folha de cálculo.

2. Classificações do 1.º período

Os gráficos que se seguem mostram os níveis obtidos pelos alunos de duas turmas do 7.º ano, no 1.º período, na disciplina de Matemática.



2.1 Qual a percentagem de alunos que obteve nível dois na turma:

a) A? b) B?

2.2 O João afirmou que a percentagem de alunos que obteve nível superior ou igual a três foi igual nas duas turmas. Concordas com o João? Explica porquê.

Este exercício consta na ficha de trabalho distribuída aos alunos no dia 06 de junho e foi retirado do manual escolar Neves, Leite, Silva e Silva (2010, p. 71). Os episódios relativos a este exercício vão ser referenciados com EXC (exercício com gráficos circulares).

Segmento de ensino 1AEXC - aula 09 de Junho	
ANA: [...] Gráficos circulares. Vamos continuar a nossa ficha e passar já para o exercício 2, onde diz gráficos circulares. Diz assim: “os gráficos que se seguem mostram os níveis obtidos pelos alunos de duas turmas do 7.º ano, no 1.º período, na disciplina de Matemática”. Estamos todos a ver? “Qual é a percentagem de alunos que teve nível 2 na turma A?” [vários alunos respondem] Então façam favor.	Transformação Material de ensino

Análise do segmento de ensino 1AEXC

O gráfico circular é um tópico que faz parte dos conteúdos programáticos a lecionar no 1.º e no 2.º ciclo do ensino básico mas foi lecionado no 3.º ciclo porque o PMEB foi implementado no ano letivo 2010/2011 a nível nacional e, no período de transição, houve necessidade de incluir, no 7.º ano de escolaridade, alguns tópicos matemáticos não lecionados em anos anteriores. Perante os dois exercícios da ficha sobre gráficos circulares, um de construção e outro de leitura e interpretação de informação, e na impossibilidade de realizar os dois na aula devido ao fator condicionante do tempo, a professora optou pelo segundo.

Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) defendem que o professor deve procurar ir além da leitura simples do gráfico em vez de investir na sua construção.

É, no entanto, importante que os alunos conheçam os procedimentos da construção dos diversos tipos de gráficos e os construam porque quando se constrói um gráfico, realizam-se uma série de ações e usam-se conceitos e propriedades que variam consoante o tipo de gráficos (Fernandes, Morais, & Lacaz, 2011). Também Carvalho (2009) detetou dificuldades na construção de gráficos circulares, na determinação da medida de amplitude dos ângulos, associadas à aplicação da regra de três simples e no manuseamento do transferidor para os traçar.

Arteaga, Batanero, Cañadas e Contreras (2013) divulgaram um estudo em que analisaram 207 futuros professores do 1.º ciclo quando compararam dados recolhidos pelos próprios num projeto de simulação e mostraram que, alguns dos erros e dificuldades dos futuros professores na construção de gráficos, eram os mesmos encontrados na investigação com crianças, apesar deste tópico se encontrar incluído nos conteúdos programáticos que terão de lecionar. Como exemplo, refira-se a falta de proporcionalidade entre os setores que compõem um gráfico circular.

Segmento de ensino 2AEXC - aula 09 de Junho	
<p>ANA: [...] Já estamos outra vez no gráfico circular e queremos saber a percentagem de alunos que teve negativa a Matemática na turma A. Beatriz, diz lá tu. Não vale a pena estarmos a dispersar.</p> <p>Aluna B: Somava tudo.</p> <p>ANA: Somavas tudo, tudo é o quê?</p> <p>Aluna B: Somava os 48% e os 22%.</p> <p>ANA: Sim, somavas os 48% com os 22%. Muito bem, 70% são os alunos que tiveram 3 mais os que tiveram 4. Então, e agora? Não há nenhum aluno com 1 nem nenhum aluno que tenha 5. Então agora?</p> <p>Aluna B: 100 menos 70%.</p> <p>ANA: Exatamente. A percentagem de alunos que teve nível 2 foi de 30%. Meninos, quem é que tem dúvidas?</p>	Fundamentação Uso da terminologia e notação adequada

Análise do segmento de ensino 2AEXC

No 3.º ciclo, espera-se que os alunos progridam “na fluência e no rigor com que se exprimem, oralmente e por escrito, tanto na linguagem natural como na linguagem matemática, usando a notação e a simbologia específica dos diversos tópicos matemáticos e desenvolvem a sua capacidade de interagir num grupo e na turma” (Ponte, et al., 2007, p. 62).

O domínio da língua materna e de outras linguagens, em particular, a da matemática amplia as capacidades do aluno comunicar. A professora foi desenvolvendo nos alunos o rigor e a clareza na linguagem que utilizavam, optando por colocar questões curtas que eram respondidas de imediato pelos alunos e confirmando de seguida as respostas dadas.

É importante que o professor insista em pedir ao aluno que justifique as suas respostas, na linguagem natural ou na linguagem matemática, mas sempre de forma a que todos compreendam a sua ideia e deve, ele próprio, usar a linguagem matemática de forma a que haja compreensão por parte de todos e recorrer aos símbolos matemáticos convencionais, atribuindo-lhes significado e esperar que, aos poucos, os alunos descubram vantagens nesta linguagem simbólica, económica e concisa, passando a adotá-la também.

Segmento de ensino 3AEXC - aula 09 de Junho	
<p>ANA: A 100%. Oh, meninos e se fossem em graus? O gráfico circular, se não estivesse em percentagem, se estivesse ...</p> <p>Aluno M: Era o mesmo.</p> <p>ANA: Era o mesmo, quanto é que era o mesmo? 100%? Então?</p> <p>Aluno A: 180°.</p> <p>Aluno Z: 360°.</p> <p>ANA: 180 ou 360? Qual é o ângulo que mede 180°, que nós vimos, Carolina? O ângulo ... raso. Então, o que é um ângulo raso?</p>	Conexão Conexão entre conceitos

<p>Aluna C: Mede 180°.</p> <p>ANA: [...] O transferidor está aqui. Olha, Carolina, estás a ver. Este ângulo mede 180°. Corresponde a uma circunferência? Então, quanto é que mede, a circunferência?</p> <p>Aluna C: Metade.</p> <p>ANA: O nosso ângulo mede metade de uma circunferência. Então, quanto é que mede o nosso gráfico circular? Duas vezes 180, ou seja, 360°. Dúvidas? Nunca mais se esquecem disso?</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 3AEXC

No estudo de Espinel, González, Bruno e Pinto (2009), são evidenciadas dificuldades relativas a gráficos circulares, associadas a conceitos como o da proporção, da percentagem e ângulo. Foram também já referidas, num dos episódios anteriores, as dificuldades frequentemente manifestadas pelos alunos na construção de um gráfico circular, relacionadas com a determinação da medida de amplitude do ângulo a traçar e com o manuseamento do transferidor (Carvalho, 2009).

Realça-se, assim, a conexão estabelecida entre a geometria (ângulos e círculo), a álgebra (na determinação da medida de amplitude do ângulo por aplicação da regra de três simples) e a estatística.

Segmento de ensino 4AEXC - aula 09 de Junho	
<p>ANA: [...] Alínea 2.2 “O João afirmou que a percentagem de alunos que obteve nível superior ou igual a três foi igual nas duas turmas”. Olhem que é igual ou superior, há bocado era só superior, agora é superior ou igual, quer dizer que o três também já entra, também temos de somar o três. [...] Então, na turma A, que percentagem de alunos tiveram nível superior ou igual a 3?</p> <p>Alunos: 70%.</p> <p>ANA: Foi aquilo que já fizemos há bocado, 48 mais 22, ou seja, 70%. Na turma B?</p> <p>Aluna A: Dá 30 mais 15 mais 25.</p> <p>ANA: 15 mais 30 mais 25. Porque é que não somaram aqueles 10%, como na alínea anterior?</p> <p>Aluno F: É do nível 1.</p> <p>ANA: Exatamente, é do nível 1. [A professora faz a soma] Conclusão...?</p> <p>[...]</p> <p>ANA: [...] Na turma B, fazias o quê?</p> <p>Aluno M: Fazia 100 menos 10 menos 20.</p> <p>ANA: Está bem, Manel? Quem tem razão, é o João?</p> <p>Aluno Z: Eu concordo com ele.</p> <p>ANA: Concordam com ele ou não? Claro que sim, o João está correto. A</p>	<p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p>

percentagem de alunos com nível superior ou igual a três foi igual nas duas turmas.	
-------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 4AEXC

No 3.º Ciclo inclui-se, em termos de conteúdos programáticos, a comparação entre dois ou mais conjuntos de dados, identificando as suas semelhanças e diferenças (Ponte, et al., 2007, p. 59). Neste exercício pede-se a comparação entre as turmas do 7.ºA e 7.ºB, no que respeita aos níveis obtidos no 1.º período na disciplina de Matemática, feita relativamente à percentagem de alunos que obtiveram nível igual ou superior a três, ou seja, à percentagem de alunos com nível “positivo”.

No GAISE College Report (2005) recomendam o estudo de questões que despertem o interesse dos alunos e alertam para a dificuldade de encontrar um tema que interesse a todos os alunos, sendo, por isso, importante recorrer a dados de contexto variados. O exercício selecionado procura uma identificação com os próprios alunos, num tema que lhes é muito familiar. As constantes intervenções dos alunos, num diálogo com frases curtas em que se alternava a fala da professora e a fala de um ou mais alunos, evidenciavam o envolvimento ativo dos alunos, que é uma condição essencial à aprendizagem (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2006). A professora planeou uma sequência de ensino que visa a análise de informação e a sua compreensão, num tema do interesse dos alunos.

Ao mesmo tempo que coloca questões simples aos alunos, o professor deve encorajá-los a levantarem outras questões que exijam mais do que uma leitura simples da informação presente no gráfico. Assim, outras questões poderiam ter sido feitas, nomeadamente se as distribuições dos níveis obtidos pelos alunos da turma 7.ºA e 7.º B são iguais uma vez que têm a mesma percentagem de “positivas”.

Segmento de ensino 5AEXC - aula 09 de Junho	
<p>ANA: Meus meninos, a olharem assim para um gráfico, qual acham mais atrativo: o circular ou o gráfico de barras?</p> <p>[Os alunos divergem na resposta, ouve-se uma voz a dizer que o gráfico circular é mais simples.]</p> <p>ANA: Olhem, eu acho que depende das situações. Vocês têm razão, o gráfico circular tem um grande impacto visual até porque nem sempre precisam de o mostrar sempre junto.</p> <p>Aluna C: Às vezes, o gráfico de barras confundem-nos mais.</p> <p>ANA: Só que ... num gráfico de barras, a variável pode assumir muitos valores, num gráfico circular, se a variável assume muitos valores torna-se complicada a leitura, não acham?</p> <p>Aluno Z: Fica muito dividido.</p> <p>ANA: Está muito dividido, os sectores ficam muito juntinhos, estão a ver... ? É uma</p>	Fundamentação Evidente conhecimento do tema

das desvantagens do gráfico circular. Querem escrever? Desvantagens do gráfico circular [dita para que os alunos escrevam no caderno diário]: 1- Só deve ser usado quando a variável toma poucos valores.

Aluna M: Não percebi essa frase. Toma poucos valores, como?

ANA: Que é para o gráfico não ficar...Na turma A, a variável toma 3 valores, na turma B toma 5 valores. Agora imagina que eram 20 valores que a variável toma. Complicado. Num gráfico de barras, se lá tiveres 20 barras, tu consegues compará-las com mais facilidade, não é? Outra desvantagem: 2- Um só gráfico não permite comparar dois grupos de dados. Está aqui um. Vejam lá aí na página 12 do vosso manual, o exercício 4.



ANA: Neste gráfico de barras no exercício 4, na página 12 do vosso manual, estão a comparar os homens e as mulheres; mas nos homens também estão a comparar Portugal, Espanha e União Europeia e nas mulheres também ainda estão a comparar Portugal, Espanha e União Europeia, as respetivas percentagens. Num gráfico circular como é que nós podíamos representar estes três grupos diferentes ao mesmo tempo? Tinham de fazer quantos gráficos?

[Os alunos respondem: dois, seis, três...]

Aluno J: Eu acho que são três: os homens de Portugal e as mulheres de Portugal, os homens e as mulheres de Espanha e os homens e as mulheres da União Euro.

[...]

ANA: Vantagens do gráfico circular. O que é que vocês me disseram logo? Das vantagens?

Aluna M: Que era mais fácil ao olhar para ele.

ANA: Então, forte impacto visual, são atrativos.

Aluno A: Também são mais fáceis de fazer.

ANA: Não, são mais difíceis, manualmente são mais difíceis de fazer, Afonso. No computador, tanto faz. Outra vantagem, são úteis quando a análise das proporções é mais importante que o valor real. O que é que isto significa? No gráfico de barras, em cada barra, muitas vezes e a maioria das vezes,

<p>aparece o valor que a frequência absoluta assume, nos gráficos circulares, o que é que costuma aparecer? A percentagem. Estamos a comparar as proporções.</p>	
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 5AEXC

Como refere Curcio (1989, p. 1), “os gráficos providenciam um meio para comunicar e classificar dados. Permitem a sua comparação e facilitam demonstrações matemáticas que dificilmente seriam compreendidas se só recorresse à sua forma numérica”. Mas a construção de um gráfico que informe sobre os dados que pretende representar, de um modo legível e coerente, não é fácil. Quando se constrói um gráfico é de extrema relevância a sua compreensão porque nos permite fundamentar cientificamente a sua construção e a sua escolha (Fernandes, Morais, & Lacaz, 2011).

Para Friel, Curcio e Bright (2001), a estrutura de um gráfico dá-nos informação sobre o tipo de medições que estão a ser utilizadas e os dados que estão a ser medidos e defendem que a cada gráfico está associada uma linguagem específica que facilita a discussão dos dados apresentados.

A professora tentou elucidar os alunos relativamente às vantagens e desvantagens de um gráfico circular comparando, em alguns aspetos, com um gráfico de barras, apesar do exemplo a que recorreu ser um histograma. Os aspetos referidos pela professora ajudam a reconhecer quando é que um gráfico circular é mais útil do que outro na representação de um conjunto de dados, dependendo do que se quer realçar, revelando um conhecimento aprofundado da representação gráfica, no caso particular do gráfico circular e de barras.

Na entrevista, a investigadora tentou perceber a perceção da professora relativamente à compreensão dos alunos da vantagem do gráfico circular “são úteis quando a análise das proporções é mais importante que o valor real”:

Entrevistadora: No dia 09 de Junho, ao referir o gráfico circular, referes como vantagem a sua utilidade quando “a análise das proporções é mais importante que o valor real”. Consideras que esta definição assim dada esclarece os alunos, fica claro para os alunos quando é que devem usar o gráfico ou não?

Ana: Não sei. É como te digo, no próximo ano posso vir a confirmar isso. Mas é essa a vantagem do gráfico circular, não é?

Entrevistadora: Sim, quando se quer chamar a atenção da parte em relação ao todo.

Ana: Das proporções e da comparação entre as proporções. E até para eles saberem analisar bem os gráficos circulares.

<p>Professora Ana</p> <p>Sequência de ensino: Exercício</p> <p>Objetivo definido para a atividade: Construir um diagrama de caule e folhas</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p>

Exercício 1 e 2
<p>Tipo de representação gráfica: diagrama de caule e folhas</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input type="checkbox"/> Ler entre os dados <input type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: compreensão da construção de um diagrama de caule e folhas</p>

1. Massa dos bebés

O António fez um estudo sobre as massas de 20 bebés recém-nascidos. Com os dados recolhidos construiu a tabela que se segue.

Massa, em kg, dos bebés			
2,3	2,9	1,9	4,4
2,9	2,8	2,7	3,3
4,1	1,7	3,8	2,6
3,1	2,8	3,2	3,6
2,4	3,8	3,1	3,7

Constrói no teu caderno um diagrama de caule-e-folhas, usando a legenda que se segue.

1 | 7 representa 1,7 kg

2. Alturas dos alunos

Na tabela que se segue apresentam-se as alturas em centímetros dos alunos de uma turma do 7.º ano.

Altura, em cm, dos alunos				
142	145	155	152	162
138	165	164	163	170
154	157	161	165	148

Representa os dados recorrendo a um diagrama de caule-e-folhas, usando a legenda que se segue.

13 | 8 representa 138 cm

Estes exercícios constam na ficha de trabalho distribuída aos alunos no dia 06 de junho e foram retirados do manual escolar Neves, Leite, Silva e Silva (2010, p. 75). Os episódios relativos a estes exercícios vão ser referenciados com EXDCF1 ou EXDCF2 (exercício 1 ou 2 relativos ao diagrama de caule e folhas).

Segmento de ensino 1AEXDCF1 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: Meninos, diagrama de caule e folhas. Estamos a demorar muito tempo. É matéria nova para vocês? [Alguns alunos disseram que sim, outros que não.] Estamos na mesma ficha. Já virámos a ficha?</p> <p>Aluna I: São muito fáceis.</p> <p>ANA: São muito fáceis, tens razão. Diz assim: “O António fez o estudo sobre as massas de vinte bebés recém-nascidos”. O que é isto das massas? Fisicamente, massa corresponde a peso. “Com os dados recolhidos construiu a tabela que se segue. Constrói no teu caderno um diagrama de caule e folha usando a legenda que se segue.” Meninos, vamos lá ver uma coisa. O peso varia entre que valores? Entre 1,7 e 4,4 [disseram os alunos]. Ou seja, no caule vai ficar sempre só um algarismo, que neste caso, vai estar entre 1 e 4. 1, 2, 3 e 4. [A professora vai construindo o diagrama no quadro] Estás a ver aqui, 1 7 representa 1,7 kg, estás a ver a legenda do diagrama? Significa que no nosso caule estão os valores em quilogramas que a variável assume, desde 1 até 4 kg. E agora, vamos pegar em todos os valores que observamos no peso dos bebés. O primeiro é 2,3 então em frente do 2 nós vamos escrever um 3, a seguir 2,9, a seguir 1,9, ... vou em linha...4,4, 2,9 [construiu o diagrama com os dados do exercício]. Então do lado esquerdo temos o caule, do lado direito temos as folhas. Mas este diagrama ainda não está bem construído. O que é que falta?</p> <p>Aluno D: Outras folhas.</p> <p>ANA: Como? Se só tenho estes dados, como é que faltam folhas? Falta-me só organizar as folhas, pô-las de ordem crescente, para ser de maior facilidade de leitura.</p>	<p>Transformação Escolha de exemplo adequado</p> <p>Não Contingência Não Responder a ideias do aluno</p>

Análise do segmento de ensino 1AEXDCF1

No NPMEB, os alunos do 2.º ciclo de escolaridade “iniciam o estudo de dados quantitativos contínuos, utilizando o diagrama de caule-e-folhas para os representarem” (Ponte, et al., 2007, p. 43). No 3.º ciclo, pretende-se que os alunos construam, analisem e interpretem representações dos dados, incluindo o diagrama de caule e folhas, para dados quantitativos discretos ou contínuos. Quando a professora perguntou se os alunos conheciam este tipo de representação gráfica, as respostas indicaram que alguns dos alunos já tinham trabalhado com diagramas de caule e folhas no ciclo anterior e outros não. A estratégia adotada passou por introduzir este tipo de representação de dados, através de um exercício que serviu de exemplo indutivo. O exercício apresenta, de uma forma não organizada, dados de uma variável quantitativa contínua, a massa de um bebé recém-nascido e é através da sua resolução que a professora desenvolveu o procedimento de construção do diagrama de caule

e folhas. Neste caso, o exercício inclui uma legenda do diagrama que aponta para os algarismos que devem constar no caule e os que constituirão as folhas. No entanto, no manual escolar adotado na escola onde a professora Ana leciona (Costa & Rodrigues, 2010), nas atividades referentes a este tipo de representação não é apresentada nem sugerida a legenda do diagrama a construir, ou seja, nem sempre a legenda consta e nem sempre a escolha dos algarismos que devem figurar no caule é imediata. E, por isso, frases como “no caule vai ficar sempre só um algarismo”, podem criar equívocos na compreensão do procedimento, apesar de ser válida, no caso específico que estavam a trabalhar.

Pela intervenção do aluno, quando diz “outras folhas”, pode-se subentender que não estava a acompanhar devidamente a construção do diagrama de caule-e-folhas por não se perceber o que pretendia dizer, uma vez que já constavam no diagrama todos os 20 dados. Ao perguntar pelo que “falta”, esperava-se ouvir a referência à ordenação nas folhas, pelo menos de um dos alunos que já conheciam este tipo de representação. A professora optou por não questionar o aluno ou tentar perceber a origem da sua resposta, apresentando de imediato a resposta que gostaria de ter ouvido.

Segmento de ensino 2AEXDCF1 - aula 09 de Junho	
<p>Aluna B: Ah, agora já estou a aperceber, esses números.</p> <p>ANA: Tudo o que estamos a ver são maneiras de organizar a informação. Tu já deste uma maneira, um gráfico de barras, outra maneira de organizar a informação, gráfico circular, outra maneira de organizar a informação, diagrama de caule e folhas.</p> <p>Aluna D: Então e a tabela de frequências?</p> <p>ANA: Está bem, mas eu digo em relação aos gráficos.</p> <p>Aluno A: Mas este é também um gráfico.</p> <p>ANA: Exatamente. [...]</p>	Não Fundamentação Não Consciência dos objetivos

Análise do segmento de ensino 2AEXDCF1

Segundo Curcio (1989, p. 1), os “gráficos providenciam um meio de comunicar e classificar dados”, permitindo comparar e estabelecer relações matemáticas que dificilmente seriam detetadas na forma numérica.

A professora realçou a organização dos dados como objetivo da estatística mas o grande objetivo do ensino da Estatística é promover a literacia estatística (Rumsey, 2002), ensinando os alunos a ler e a interpretar os dados. Também Gonzalez, Espinel e Ainley (2011) realçam que o conhecimento do procedimento não é suficiente para permitir uma interpretação real dos dados representados.

Até aqui, o ensino da Estatística tem privilegiado “destrezas do tipo calculatório (determinação de medidas estatística) e processuais (realização de tabelas e gráficos) e, deste modo, os alunos aprendem um conjunto de habilidades (*skills*) mas não desenvolvem a

sua capacidade de os usar criticamente, ou seja, não desenvolvem a sua literacia estatística” (Ponte & Sousa, 2010). Seguindo as orientações curriculares e metodológicas do PMEB, espera-se que os alunos, no fim do 3.º ciclo, compreendam a informação de natureza estatística e desenvolvam uma atitude crítica face a esta informação, entre outros objetivos gerais de aprendizagem do tema *organização e tratamento de dados*.

Segmento de ensino 3AEXDCF1 - aula 09 de Junho	
<p>Aluno M: Posso tirar uma dúvida? No segundo gráfico...</p> <p>ANA: Não é o segundo. É o primeiro mas organizado.</p> <p>Aluno M: ...basta dizer que 1 7 significa 1,7.</p> <p>ANA: Sim, é só um exemplo.</p>	Fundamentação Evidente conhecimento do tema

Análise do segmento de ensino 3AEXDCF1

O gráfico ou diagrama em caule-e-folhas é um tipo de representação que se situa entre a tabela e o gráfico, uma vez que apresenta todos os dados, mas de uma forma sugestiva, que faz lembrar um histograma. Habitualmente, ordenam-se as folhas correspondentes a cada dígito dominante, o que facilita o cálculo dos quartis por facilitar a ordenação do conjunto de dados.

A professora deixou bem claro que não tinham dois diagramas mas apenas um. A informação sobre a forma da distribuição é dada pelo aspeto do diagrama, que é o mesmo, independentemente das folhas estarem ou não ordenadas.

Segmento de ensino 4AEXDCF2 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: Meninos, neste caso o nosso caule já vai ser constituído ... por mais do que 1 algarismo porque está lá a dizer que 13 8 representa 138 cm. No nosso caule, quais os valores que vão aparecer? 13, 14, 15, 16 e 17 [os alunos vão dizendo e a professora vai escrevendo]. Muito bem. Zé, esta parte da construção, já percebeste, não já?</p> <p>Aluna C: Quando é 0? Metemos lá o zero?</p> <p>ANA: Sim, sim.</p>	Fundamentação Conhecimento procedimental

Análise do segmento de ensino 4AEXDCF1

Espinél, González, Bruno e Pinto (2009) resumem algumas das investigações relativas a dificuldades, erros e obstáculos mais frequentes na representação gráfica estatística, que impedem um conhecimento dos gráficos estatísticos e cujo conhecimento, por parte dos professores, pode significar uma ajuda em termos profissionais. Relativamente ao diagrama de caule-e-folhas, concluíram que a dificuldade associada à sua construção se relaciona com a noção de número, no caso de um dígito dominante não ter dados ou se aparecer o zero.

Assim, a questão do aluno, relacionada com o zero como um dado, foi muito pertinente e a professora, apesar de não apresentar nenhum exemplo elucidativo, respondeu de imediato e com segurança.

Segmento de ensino 5AEXDCF2 - aula 09 de Junho	
<p>[Os alunos constroem individualmente o diagrama e a professora vai esclarecendo as dúvidas que vão apresentando.]</p> <p>Aluna I: Deste lado de cá fica um número?</p> <p>ANA: Olha lá o que diz a legenda? Já leste, Inês? Nós temos de olhar para a legenda, diz-nos lá que 13 8 representa 138 cm, não é? Como tens sempre três Algarismos, deixas dois, o das dezenas e o das centenas para o caule, para as folhas vai ficar o algarismo das unidades, porque a legenda a isso nos obriga.</p>	Não Conexão Não Antecipação de complexidade

Análise do segmento de ensino 5AEXDCF2

A legenda é uma ajuda na construção do diagrama de caule e folhas porque é um exemplo dos dígitos que constituem o diagrama, estabelece o significado dos mesmos e define implicitamente quais os dígitos dominantes. No entanto, a aluna não reconheceu em que aspeto é que a legenda a podia ajudar. A professora esclareceu-a neste caso particular mas não apresentou outras situações em que a legenda está presente ou ainda outras em que a legenda não é apresentada. A referência às situações em que é solicitada a construção de um diagrama de caule e folhas e não é apresentada a respetiva legenda, teria sido oportuna porque são muito frequentes nos textos que envolvem a construção deste tipo de representação gráfica, nomeadamente nos manuais escolares, e porque o conhecimento sobre um determinado tipo de gráfico depende das experiências significativas relativas a essa forma de representação a que o aluno foi exposto, como considera Curcio (1987).

Segmento de ensino 6AEXDCF2 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: Beatriz, quantos meninos têm altura inferior a 150 cm?</p> <p>Aluna B: 4 meninos.</p> <p>ANA: 4 meninos. Estão a ver. Vocês respondiam com essa facilidade olhando para esta tabela que vos é dada?</p> <p>Alunos: Não.</p> <p>ANA: Demoravam muito mais tempo a contar, não é? Qual é a percentagem de alunos que medem mais de 164cm?</p> <p>Alunos: Três.</p> <p>ANA: Vocês ouviram a minha pergunta? Não ouviram, para me darem essa resposta, com certeza não me ouviram. Qual é a percentagem de alunos que mede mais de 164 cm?</p>	Fundamentação Identificação de erros e dificuldades Fundamentação Consciência dos objetivos

Análise do segmento de ensino 6AEXDCF2

Neste episódio, a professora perguntou aos alunos qual a representação que facilitou a leitura dos dados de modo a responder à questão feita, o conjunto de dados não organizados ou o diagrama de caule e folhas construído com os mesmos dados, valorizando desta forma, simples e elucidativa, a compreensão gráfica. Segundo Friel, Curcio y Bright (2001), a compreensão gráfica é uma capacidade que permite obter informação a partir de um gráfico construído pelo próprio ou por outros.

Ainda neste episódio, a professora insistiu num tópico onde os alunos já manifestaram dificuldades em episódios anteriores, as percentagens. Essa insistência, não prevista como alínea da questão, reflete a preocupação da professora em tópicos associados com o tema OTD e nos quais os alunos continuavam a surpreender pelos erros cometidos.

A reflexão do professor sobre os erros cometidos pelos alunos em tópicos matemáticos específicos e sobre as justificações que eles apresentam pode revelar-se útil para estabelecer a necessidade de novas abordagens no ensino desses mesmos tópicos. Essa reflexão facilita a identificação do momento em que o aluno estabelece a conceção alternativa, permitindo planejar ações para intervir no processo. É importante discutir e valorizar diferentes soluções propostas pelos alunos, que devem exercitar a sua capacidade de expor e defender os seus argumentos.

Professora Ana

Sequência de ensino: Exercício

Objetivo definido para a atividade: Construir um diagrama de caule e folhas; comparar duas distribuições apresentadas pro diagramas de caule e folhas

Finalidades

☒ a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.

☒ b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.

Objetivos gerais do ensino da Matemática

☒ 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.

☒ 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.

☒ 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.

☒ 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.

Exercício 3 e 4

Tipo de representação gráfica: diagrama de caule e folhas

Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:

☒ Ler os dados ☒ Ler entre os dados ☒ Ler para lá dos dados ☐ Ler por detrás dos dados

Observações: compreensão e interpretação de um gráfico da comunicação social

3. Avaliação

Para comparar o grau de dificuldade de dois testes os alunos do 7.º A fizeram dois testes sobre a mesma matéria de Estatística. Os diagramas de caule-e-folhas (com o mesmo caule) ilustram os dados obtidos numa escala de 0 a 100.



Qual dos dois testes seria mais difícil?
Explica como obtiveste a tua resposta.

4. Comprimento dos peixes

Um cientista mediu o comprimento, em centímetros, do mesmo tipo de peixes em dois rios diferentes, o rio A e o rio B. Os resultados obtidos encontram-se nas tabelas que se seguem.

Rio A					Rio B			
12	22	33	34	10	22	23	22	21
13	15	17	18	19	31	32	15	17
18	17	16	20	21	16	15	20	27

Constrói um diagrama de caule-e-folhas com o mesmo caule e comenta a informação obtida através do gráfico.

Estes exercícios constam na ficha de trabalho distribuída aos alunos no dia 06 de junho e foram retirados do manual escolar Neves, Leite, Silva e Silva (2010, p. 75). Os episódios relativos a estes exercícios vão ser referenciados com EXDCF3 ou EXDCF4 (exercício 3 e 4 relativos ao diagrama de caule e folhas).

Segmento de ensino 1AEXDCF3 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: Exercício 3: “Para comparar o grau de dificuldade de dois testes, os alunos do 7ºA fizeram dois testes sobre a mesma matéria de estatística. Os diagramas de caule e folhas obtidos ilustram os dados obtidos numa escala de 0 a 100”. Então agora meninos, o que é que estes diagramas têm de diferente dos outros diagramas?</p> <p>Alunos: Têm duas folhas.</p> <p>ANA: Exatamente, estão a comparar as notas obtidas em dois testes. Qual dos dois testes seria mais difícil? Calma, não quero já respostas. Olhem lá para o diagrama e pensem lá no que me vão dizer. Baixem os braços, eu quero que toda a gente pense ao mesmo tempo.</p>	<p>Transformação Material de ensino</p> <p>Fundamentação Base teórica de pedagogia</p>

Análise do segmento de ensino 1AEXDCF3

Nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2000, p.54), pode ler-se: “Desde o final do 1.º ciclo até ao 3.º ciclo, a ênfase deverá passar da análise e descrição de um conjunto de dados para a comparação entre dois conjuntos de dados. À medida que evoluem do ensino básico para o secundário, os alunos irão necessitar de novas ferramentas, incluindo histogramas, diagramas de extremos e quartis e diagramas de dispersão para identificação de semelhanças e diferenças existentes nos conjuntos de dados.”

Também o PMEB refere que, com as ferramentas que já conheciam e com as novas agora disponibilizadas como o diagrama de caule-e-folhas, os quartis, o histograma e o diagrama de extremos, os alunos podem realizar estudos estatísticos que incluam a comparação de dois ou mais conjuntos de dados, identificando as suas semelhanças e diferenças.

Os exercícios selecionados pela professora vão ao encontro destas recomendações e solicitam aos alunos a comparação entre dois conjuntos de dados. O exercício 3 explora um tema já recorrente das classificações dos alunos, neste caso, em dois testes A e B com conteúdos específicos da estatística.

A professora optou por propor que os alunos trabalhassem de forma autónoma, analisando as informações e tirando as suas conclusões para depois as discutir no grupo turma, procurando um maior envolvimento dos alunos no processo de aprendizagem através da discussão, da reflexão e argumentação dos mesmos.

Segmento de ensino 2AEXDCF3 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: Houve um aluno que teve no teste A 20%. Porquê Inês? Porque tu agora vais ler ... estás habituada a ler da esquerda para a direita mas agora vais ler da direita para a esquerda, no caule está aqui o 2, e depois na folha está um zero, significa que houve um aluno que teve 20%, houve outro aluno que teve 21% e isto no teste A. No teste B a nota menor que os alunos obtiveram foi 23%. Por exemplo, no teste B, qual foi a melhor nota que obtivemos? [os alunos responderam corretamente 95%] E no teste A? [os alunos responderam corretamente 92%]. Quantos alunos é que tiveram no teste A notas inferiores a 50%? [os alunos responderam deram respostas distintas] Eu contei 13. No teste B, quantos alunos tiveram nota superior a 50%? [os alunos responderam 18 ou 22] Eu vejo 22. Acham que já estamos em condições de responder à nossa questão? Qual dos dois testes era mais difícil? Teoricamente o teste é mais difícil se...</p> <p>Aluno A: Se tiverem pior notas.</p> <p>Aluno B: Se não estudarem.</p> <p>ANA: Claro que está tudo relacionado mas eu neste gráfico só estou a comparar as notas que os alunos obtiveram, não é o tempo que eles estudaram. Portanto, eu vou partir do pressuposto que o teste mais fácil era aquele em que os alunos obtiveram melhores notas. Em qual testes os alunos obtiveram melhores notas? [os alunos respondem no teste B] No teste B. Acabámos de ver que no teste B houve 22 alunos que tiveram nota superior a 50% enquanto que no teste A, só quantos alunos tiveram nota superior a 50%? [as respostas dos alunos foram variadas] 14 alunos.</p>	<p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p> <p>Não Contingência Não Uso de oportunidade</p>

Análise do segmento de ensino 2AEXDCF3

Segundo Shaughnessy (2007), um bom desempenho em estatística não se desenvolve por intuição e exige um trabalho continuado e ponderado. O mesmo se aplica ao trabalho com a representação gráfica em estatística, em que a “evolução na compreensão de um qualquer gráfico acontece num contínuo entre uma primeira fase onde o sujeito lê o que está presente, ou seja, fica num nível concreto e limitado pelo que está visualmente presente num gráfico, até uma forma mais evoluída onde retira informações abstratas com base numa análise da informação e dos seus conhecimentos anteriores” (Carvalho, 2009).

As sequências de ensino propostas pela professora visam a compreensão e a análise crítica da informação transmitida graficamente, onde o nível de compreensão gráfica ultrapassa a simples leitura dos gráficos. São opções que a professora proporciona aos alunos, que se traduzem em experiências importantes porque o que os alunos aprendem está relacionado com o modo como aprendem e, por consequência, com estas experiências.

Os alunos procuraram compreender a informação contida nos gráficos para responder à questão feita “Qual dos testes seria mais difícil?”. A professora disponibilizou tempo, cerca de 9 minutos, para os alunos colocarem as suas questões, pensarem, explorarem as suas ideias, individualmente ou em discussão com o colega de carteira ou com a própria professora. No entanto, não deu oportunidade aos alunos para exporem as suas conclusões e argumentos. Orientou ela própria a discussão com questões chave, às quais os alunos iam respondendo, até chegar a uma conclusão sobre qual dos testes teria sido mais difícil, apenas com base nas classificações dos alunos apresentadas, continuando a manter o controle e a responsabilidade da aula. Não criou possibilidades de discutir as questões formuladas pelos alunos ou as ideias a que recorreram para concluir qual dos testes era o mais difícil nem de verificar como apresentavam os argumentos que sustentavam a conclusão tirada. A relevância dessa verificação prende-se essencialmente com a valorização das ideias dos alunos, trabalhadas sem que fosse necessária a validação constante por parte do professor e que esperavam ver discutidas na turma (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2006, p. 28).

Segmento de ensino 3AEXDCF4 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: [...] Vejam a página 18 do manual. Vantagens do caule e folhas: não se perde informação, todos os valores que vocês estão a ver ali na tabela estão ou não ali representados? É de fácil construção, alguém duvida? Vocês até perguntaram se havia necessidade de fazer primeiro desorganizado e depois voltávamos a fazer por ordem crescente, não há necessidade, é de fácil organização. Outra vantagem, por simples observação permite verificar facilmente o modo como os dados estão distribuídos. Por simples observação, nós não vimos logo o teste que tinha melhor notas? [os alunos respondem que sim]. Possibilita a ordenação dos dados da amostra, claro que sim. É bastante sugestivo para representar dois conjuntos de dados referentes à mesma variável em estudo. O que é que acabámos de fazer? Comparar as notas de dois testes de Estatística. Mas se fosse três testes já não dava, pois não? Só dois. Último exercício, exercício 4 da ficha, comprimento de peixes. Acham que vai ser um diagrama com um caule e quantas folhas? [os alunos respondem duas]. Exatamente.</p> <p>Aluno J: Não dá para fazer dois caules.</p> <p>ANA: Não, não dá.</p> <p>Aluno J: E se tivesse três? [o aluno refere-se a três conjuntos de dados]</p> <p>ANA: Não podias organizar desta forma.</p>	Fundamentação Conhecimento procedimental

Análise do segmento de ensino 3AEXDCF4

A professora optou por enunciar as vantagens do diagrama de caule e folhas, realçando alguns aspetos dos exercícios resolvidos anteriormente onde se evidenciam essas vantagens.

As questões colocadas pelo aluno prendem-se com escolha adequada do gráfico para representar os dados recolhidos. O diagrama de caule e folhas é muito útil na comparação entre dois conjuntos de dados mas é uma forma de representação que não se pode adotar quando se tem três conjuntos de dados.

Segmento de ensino 4AEXDCF4 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: [...] Neste caso, não está aí a legenda. Mas neste caso, como é que nós vamos separar? Só há uma maneira possível. Está aqui a Carolina a dizer. O algarismo das dezenas para o caule e o algarismo das unidades para as folhas, não há outra possibilidade.</p> <p>[Os alunos construíram individualmente o diagrama pedido e a professora foi acompanhando a construção e discutindo as dificuldades sentidas por alguns nos seus lugares. A aluna A foi ao quadro construir o diagrama.]</p> <p>ANA: O que é que nós estamos a comparar neste diagrama? Ah, falta a legenda. Eu escolho o 10, 1 0 representa 10 cm.</p>	<p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p>

Análise do segmento de ensino 4AEXDCF4

A professora planeou uma sequência de ensino que visava o desenvolvimento da construção de dois diagramas de caule e folhas, com o mesmo caule, para representar dois conjuntos de dados. O modo como os dados se distribuíam, evidenciado nos diagramas, permitiria a análise e interpretação da informação. A questão da legenda foi aqui referida com pertinência uma vez que, nos exercícios anteriores onde foi solicitada a construção de um diagrama de caule e folhas, constava uma legenda que foi respeitada e este exercício não apresenta legenda, tendo a professora solicitado para a escreverem depois de construído o gráfico.

Segmento de ensino 5AEXDCF4 - aula 09 de Junho	
<p>ANA: A Inês pode falar? O cientista mediu o comprimento, em centímetros, dos peixes no rio A e no rio B e eles agora pedem para comentarmos a informação obtida a partir do gráfico. Então, Inês?</p> <p>Aluna I: Os peixes do rio B são mais pequenos.</p> <p>Aluno Z: Ou são menos? São menos.</p> <p>ANA: Ora bem, em primeiro lugar, o rio A tem mais peixes que o rio B. Não é assim que se deve dizer, é assim, o cientista mediu mais peixes no rio A do que no rio B. Dos peixes observados, verifica-se que ... há peixes mais compridos no rio B do que no rio A.</p> <p>Aluno A: Professora, mas há dois peixes que são maiores no rio A.</p> <p>ANA: O Afonso está a dizer que no rio B há um peixe que mede 32 e outro mede 31 enquanto que no rio A há 2 peixes que medem 33 e 34. Dos peixes observados verifica-se que no rio B há mais peixes que medem entre 20 e 30 cm</p>	<p>Não Contingência Não Uso de oportunidade</p>

enquanto que no rio A há mais peixes com comprimento inferior a 20 cm.	
------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 5AEXDCF4

O exercício proposto solicita a representação gráfica de dois conjuntos de dados relativos ao comprimento do mesmo tipo de peixes nos rios A e B, através de um diagrama de caule e folhas com o mesmo caule e uma interpretação da informação obtida através do gráfico.

Carvalho (2009) refere que a capacidade dos alunos em lidar com gráficos aumenta à medida que progridem na sua escolaridade e que, apesar de não revelarem grandes dificuldades na sua leitura, as dúvidas surgem quando têm de responder a questões relacionadas com a interpretação ou a construção ou fazer previsões baseadas na informação presente nos gráficos.

O envolvimento dos alunos na interpretação da informação podia ser aferido pelas suas intervenções pertinentes e oportunas. A professora foi incorporando as ideias dos alunos na aula mas não aproveitou a oportunidade para promover a discussão na turma. Por exemplo, o número de peixes do rio A e do rio B poderia ter sido alvo de discussão, iniciada por um dos alunos, mas a professora rematou a questão sem promover qualquer tipo de debate ou confronto de ideias dos alunos.

Neste caso, impunha-se uma postura mais interrogativa que ajudasse cada um dos alunos a mostrar a pertinência estatística da afirmação que sustentava, valorizando deste modo as ideias dos alunos e transformando o exercício numa experiência significativa em termos da aprendizagem da Estatística.

Da leitura do gráfico, os alunos aferiram que o número de peixes é maior no rio A que no rio B e a professora alertou para o fato de ser uma opinião formada a partir dos dados que tinham, ou seja, o cientista analisou mais peixes do rio A do que do rio B.

<p>Professora Ana</p> <p>Sequência de ensino: Exercício</p> <p>Objetivo definido para a atividade: comparar dois conjuntos de dados apresentados graficamente</p>
<p>Finalidades</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.</p> <p>Objetivos gerais do ensino da Matemática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.</p>

Exercício 14
<p>Tipo de representação gráfica: diagrama de caule e folhas</p> <p>Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ler os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler entre os dados <input checked="" type="checkbox"/> Ler para lá dos dados <input type="checkbox"/> Ler por detrás dos dados</p> <p>Observações: compreensão e interpretação de um gráfico da comunicação social</p>

Este exercício consta na página 19 no manual escolar adotado na escola onde a professora Ana leciona (Costa & Rodrigues, 2010). Os episódios relativos a este exercício vão ser referenciados com EXDCF14 (exercício 14 da página 19 do manual)

14. Duas equipas A e B de andebol de sete defrontaram-se num jogo.



As idades dos jogadores estão representadas no seguinte diagrama de caule-e-folhas.



14.1. Indica:

14.1.1. a idade do jogador mais novo da equipa A ;

14.1.2. a idade do jogador mais velho da equipa B ;

14.1.3. o número de jogadores da equipa A com menos de 25 anos.



14.2. Mostra que as duas equipas têm a mesma média de idades.

Segmento de ensino 1AEXDCF14 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: “Duas equipas A e B de andebol 7 defrontaram-se num jogo. As idades dos jogadores estão representadas no seguinte diagrama de caule e folhas. Indica a idade do jogador mais novo da equipa A” [leu o enunciado do exercício].</p> <p>Alunos: 19.</p> <p>ANA: 19 anos. É só ler. A equipa A está do lado esquerda, as folhas, em relação ao caule, estão do lado esquerdo e a idade do jogador mais novo tem de idade 19 anos. Está? Posso continuar, não posso? A idade do jogador mais velho da equipa B?</p> <p>Alunos: 32.</p> <p>ANA: 32. O número de jogadores, oh Margarida, da equipa A com menos de 25 anos?</p> <p>Aluna M: 3.</p> <p>ANA: 3 jogadores, meninos. Porquê? É o que tem 19 anos, [um aluno acrescenta o que tem 20 e o que tem 22 e a professora confirma] o que tem 20 e o que tem 22 anos. O outro já tem 25 anos, não é? Já não conta, tem de ser menor que 25 anos. Portanto, 3 jogadores.</p>	<p>Conexão Decisões sobre a sequencialidade</p>

Análise do segmento de ensino 1AEXDCF14

O objetivo do tema *organização e tratamento de dados* é desenvolver a literacia estatística, desde o 1.º ciclo em todos os alunos, ensinando os alunos a ler e a interpretar dados. Curcio (1987) realça a importância de ler os dados presentes num gráfico mas considera que um aluno só tira o máximo de potencial de um gráfico quando consegue interpretar os dados e generalizar a informação nele presente.

No exercício selecionado pela professora, a informação é transmitida por dois diagramas de caule e folhas, com o mesmo caule, e diz respeito às idades dos jogadores de duas equipas A e B de andebol, com sete jogadores cada. Nas duas primeiras alíneas do exercício é exigido o primeiro nível de compreensão gráfica de Curcio (1987), “ler os dados”, em que o aluno se limita a retirar informação explícita do gráfico e na última alínea, o segundo nível “ler entre os dados”, em que se espera que o aluno faça uma interpretação relativa aos dados.

Segmento de ensino 2AEXDCF314 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: A média não se escreve com letra maiúscula. Apaga o A e apaga o sinal de sinal, tem de ficar como o de além, o traço de fração deve ficar no meio. [Entretanto, o aluno escreveu M.] Apaga o M, x minúsculo e uma barrinha por cima. E agora, como queres falar da equipa A, coloca o A em índice. Agora, para a equipa B.</p> <p>[O aluno continua a fazer o exercício.]</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  $A = \frac{19 + 20 + 22 + 25 + 26 + 31 + 31}{7}$ </div> <div style="text-align: center;">  $x_A = \frac{19 + 20 + 22 + 25 + 26 + 31 + 31}{7}$ </div> </div>	Fundamentação Uso da terminologia e notação adequada

Análise do segmento de ensino 2AEXDCF14

No PMEB, em vigor a partir do ano letivo de 2010/2011, no que respeita às notações, pode ler-se que:

- os alunos devem ser capazes de ter presente e usar adequadamente as convenções matemáticas, incluindo a terminologia e as notações (p. 4);
- na História da matemática deve salientar-se o contributo de diversos povos e civilizações para o desenvolvimento desta ciência, a sua relação com os grandes problemas científicos e técnicos de cada época, o seu contributo para o progresso da sociedade, e a sua própria evolução em termos de notações, representações e conceitos, proporcionando uma perspetiva dinâmica sobre a matemática e o seu papel na sociedade (p. 10);
- [deve-se] solicitar o uso de notações, vocabulário e simbologia de forma consistente (p. 47).

A professora revelou, no decorrer das aulas, uma preocupação com a terminologia e a notação adotadas pelos alunos, sem, no entanto, impor um formalismo excessivo. Manifestou intenção de proporcionar aos alunos a simbologia mais frequente em textos e manuais, procurando que os alunos criem hábitos de escrita rigorosa e uniforme e evitem erros por troca de símbolos ou pelo uso inadequado.

Professora Ana

Sequência de ensino: Exercício

Objetivo definido para a atividade: Ler a informação contida numa tabela e construir um histograma com os dados da tabela

Finalidades

- ☒ a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.
- ☒ b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.

Objetivos gerais do ensino da Matemática

- ☒ 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.
- ☒ 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.
- ☒ 7. Os alunos devem ser capazes de estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas.
- ☒ 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.

Exercício 17

Tipo de representação gráfica: histograma

Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:

- ☒ Ler os dados
- ☒ Ler entre os dados
- ☐ Ler para lá dos dados
- ☐ Ler por detrás dos dados

Observações: o exercício visa essencialmente a construção de um histograma com dados retirados de uma tabela

17. Perguntou-se a todos os alunos de uma escola quanto tempo gastavam no caminho de casa para a escola. A partir das respostas obtidas construiu-se a tabela seguinte:

Tempo gasto (min)	N.º de alunos
[0, 5[10
[5, 10[35
[10, 15[50
[15, 20[42
[20, 25[28
[25, 30[15

17.1 Quantos alunos tem a escola?


17.2 Quantos alunos gastam, pelo menos, um quarto de hora no caminho?

17.3 Qual é a percentagem de alunos que gasta menos de 10 min no percurso?

17.4 Constrói um histograma de frequências absolutas.

Sugestão: utiliza papel milimétrico.

Este exercício consta no manual escolar Costa e Rodrigues (2010), na página 22. Antes de iniciar o exercício e introduzir o histograma, a professora recorre às alturas dos alunos para relembrar a natureza de dados quantitativos contínuos. Os episódios relativos às alturas dos alunos vão ser referenciados com EXH e os que relativos ao exercício com EXH17 (exercício 17 relativo a um histograma).

Segmento de ensino 1AEXH - aula 13 de Junho	
<p>ANA: [...] Tomem lá atenção. Vamos então falar das alturas dos alunos desta turma. E porque é que vamos falar das alturas dos meninos da turma? Não sei se sabem, nós introduzimos os gráficos perguntando o número dos vossos irmãos, não foi? Agora imaginem quem vos pedia a vossa altura, estão a ver o que eu iria obter. A Carolina dizia-me um número ...</p> <p>Aluna C: A minha altura? Acho que é 1,51.</p> <p>[...]</p> <p>ANA: [...] Oh, meninos, então vamos imaginar que eu pedia a altura da Carolina, 1 metro e 51 [escreve no quadro], pedia a da Anaísa e ela dizia-me 1,52, a Beatriz 1,53, o Afonso 1,54, a Andreia é mais alta 1,60, a Raquel ainda mais alta 1,62, estão a ver o meu desespero para construir uma tabela de frequências? Ou seja, eu arriscava-me - vocês vejam bem como ficava a tabela de frequências - eu arriscava-me a construir uma tabela de frequências...</p>  <p>Aluno: ... para cada um.</p> <p>ANA: Para cada um. Arriscava-me a ter aqui, quantas linhas, na minha tabela de frequências? [os alunos respondem 27] 27 e depois cada um tinha como frequência absoluta 1. Era uma coisa engraçada. E depois pedia, a seguir, um gráfico de barras, e estão a imaginar [os alunos riem] apareciam assim 27 barras todas com frequência 1. O que é que esta variável tem de diferente em relação àquelas que temos estado a trabalhar?</p> <p>Aluno F: Está sempre a mudar.</p> <p>ANA: Está sempre a mudar. Aquelas que temos estudado, o número de irmãos, o número de idas ao cinema, são variáveis discretas e esta aqui é uma variável contínua.</p>	Transformação Material de ensino

Análise do segmento de ensino 1AEXH

No GAISE College Report (2005), realçam que o recurso a dados reais que despertem o interesse dos alunos é uma boa maneira de envolver os alunos na reflexão sobre os dados e sobre conceitos estatísticos relevantes, referindo explicitamente dados recolhidos em sala de aula. A professora recorre a dados reais relativos a características dos alunos da turma, neste caso, a altura, para elucidar sobre a diferença na natureza dos dados estatísticos com que se

podem deparar. Essa distinção é importante por ser determinante no que respeita às ferramentas estatísticas a utilizar na organização e tratamento dos dados.

Segmento de ensino 2AEXH - aula 13 de Junho	
<p>ANA: [...] E depois pedia, a seguir, um gráfico de barras, e estão a imaginar [os alunos riem] apareciam assim 27 barras todas com frequência 1. O que é que esta variável tem de diferente em relação àquelas que temos estado a trabalhar?</p> <p>Aluno F: Está sempre a mudar.</p> <p>ANA: Está sempre a mudar. Aquelas que temos estudado, o número de irmãos, o número de idas ao cinema, são variáveis discretas e esta aqui é uma variável contínua. Ou seja, nós vamos ter de arranjar maneira de organizar os nossos dados por forma a que não aconteça aquilo que acabei de fazer no quadro, não acham?</p> <p>Aluno Z: Eu percebo o que está a dizer mas não pode haver alturas iguais?</p> <p>ANA: Pode. Claro que sim mas também pode acontecer todas diferentes. No máximo o que é que ia acontecer? Três ou quatro alturas iguais. Ora bem, o que é que se costuma fazer nestes casos? Vamos agrupar os dados em classes.</p>	<p>Fundamentação Evidente conhecimento do tema</p> <p>Contingência Responder a ideias do aluno</p>

Análise do segmento de ensino 2AEXH

Da natureza dos dados recolhidos e dos aspetos que se pretendem analisar dependem as tabelas e as representações gráficas a usar. Podem-se representar dados qualitativos ou quantitativos discretos por um gráfico de barras mas, se os dados são contínuos, recorre-se ao histograma ou ao gráfico de linhas. No entanto, já foi referido que uma mesma variável pode ser classificada como contínua e ser discretizada, como é o caso da idade.

Mais do que insistir na classificação nas designações da variável, a professora procurou que os alunos sentissem a necessidade de organizar as alturas dos 27 alunos da turma de uma forma alternativa à de obter uma tabela com 27 classes, cada uma com frequência 1, e ao respetivo gráfico de barras, introduzindo deste modo as classes na forma de intervalos.

A questão do aluno foi pertinente e a professora respondeu adequadamente, atendendo a que o caso limite, em que os valores são todos diferentes e as frequências absolutas são todas 1, é mais elucidativo. Mesmo com alguns valores iguais, como sugeria o aluno, o número de valores distintos não induzia o recurso a um diagrama de barras.

Segmento de ensino 3AEXH - aula 13 de Junho	
<p>ANA: [...] Por exemplo, eu dizia assim, quantos alunos têm altura entre 1,50m e 1,55? Já acabo de construir. Quantos é que têm entre 1,55 e 1,60; 1 e 60 e ...</p> <p>[A professora vai escrevendo no quadro as classes que vai dizendo.]</p>	

<p>Aluno M: Entre 1, 60 e 1,70.</p> <p>ANA: Não, por uma questão de comodidade, vamos construir sempre com a mesma amplitude, com o mesmo intervalo. Entre 1,60 e 1,65, entre 1,65 e 1,70 e entre 1,70 e 1,75, e se calhar já não há nenhum alunos com mais de 1,75 nesta turma. Então, nas variáveis contínuas, nós costumamos agrupar os nossos dados assim em intervalos. E mais! O que é que costumamos fazer? Costumamos pôr sempre estes parêntesis, sempre com parêntesis retos, já explico o que isto significa, sempre nesta posição. O que é que significa isto? Significa que um aluno que tem 1,51 está incluído em que intervalo?</p> <p>Alunos: No primeiro.</p> <p>ANA: Um aluno com 1,51m está incluído neste intervalo. 1,50? Também está incluído neste intervalo. 1,55? Está no primeiro ou no segundo? [Há alunos a dizer no 1º, outros a dizer no 2º, há também alunos a dizer nos dois.] Não, não podem estar nos dois senão arriscava-me a que a turma em vez de ter 27 alunos tinha 35.</p> <p>Aluno D: Está no 2º. Como dissemos que 1,50 está no 1º então está 1,55 está no 2º.</p> <p>ANA: Ora bem, é aqui que entram os parêntesis. Este parêntesis é fechado, não é? E este aqui, também é fechado, também está voltado para o número? Não, então está aberto. Se fosse fechado, estava voltado para o número, estão-me a entender? É sempre assim que se faz. Isto significa que o 1,55 está incluído neste intervalo. Onde está incluído 1,68m? [alunos respondem corretamente] Exatamente, 1metro e 70m? 1metro e 73?</p>	Fundamentação Conhecimento procedimental
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------

Análise do segmento de ensino 3AEXH

Uma vez mais, a professora optou por criar nos alunos a necessidade de incluir acertadamente cada valor no respetivo intervalo. No caso do dado 1,55, que gerou algumas dúvidas por ser um dos extremos de duas classes consecutivas, um dos alunos percebeu em que intervalo teria de incluir o dado por referência ao intervalo em que a professora tinha incluído, ainda que sem justificação, o dado 1,50.

A professora recorreu, de imediato, à notação de intervalos de números reais, que ainda não foram lecionados, introduzindo a notação do intervalo fechado à esquerda e aberto à direita pela necessidade dos intervalos serem disjuntos, não podendo um mesmo valor ser incluído em duas classes por correr o risco de “a turma em vez de ter 27 alunos tinha 35”.

Segmento de ensino 4AEXH17 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: Não sei o que se passa hoje com a turma, penso que há aqui uma confusão linguística. Perguntam mais, a Beatriz diz que é menos, perguntam mais de 15, vocês dizem só com 15, vejam lá se leem, não</p>	

<p>era mau sinal, não?</p> <p>Aluna C: A mim, está cá menos.</p> <p>Aluna M: Não está nada. Tu é que ainda não percebeste o sentido da frase.</p> <p>Aluno Z: Pelo menos um quarto de hora, pelo menos.</p>	<p>Contingência Resposta a ideias do aluno</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------

Análise do segmento de ensino 4AEXH17

No PMEB, pode ler-se que a aprendizagem da Matemática pressupõe que os alunos trabalhem de diferentes formas na sala de aula e que o trabalho individual é importante, tanto na sala de aula como fora dela. É realçada a importância de um aluno ler, interpretar e resolver tarefas matemáticas individualmente, bem como ler, interpretar e redigir textos matemáticos.

“Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático” (Ponte, et al., 2007, p. 5). O objetivo definido é um dos objetivos gerais do ensino da Matemática e espera-se que o aluno seja capaz de interpretar enunciados matemáticos formulados oralmente e por escrito.

A vivência de situações variadas que envolvem a interpretação de enunciados, a representação e a de ideias matemáticas e a sua discussão em sala de aula desenvolve a comunicação. É então importante confrontar os alunos com situações que obriguem a uma interpretação do enunciado. A resolução deste tipo de questões, com termos como “mais do que”, “menos que”, “com valor maior ou igual a”, “pelo menos” ou “no máximo”, exige da parte do aluno uma leitura cuidada do enunciado e a sua interpretação pode ser alvo de discussão no grupo turma. Neste episódio, na discussão entre os alunos procurava-se clarificar a leitura e interpretação do enunciado de questão 17.2. que uma das alunas estava a fazer incorretamente.

Segmento de ensino 5AEXH17 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: Qual a percentagem de alunos que gastam menos de 10 minutos no percurso? Os que gastam menos de 10 minutos, são aqueles que gastam entre 0 e 5 e entre 5 e 10. Ou seja, 10 mais 35. Mas é assim, 35 alunos em quantos?</p> <p>Alunos: Em 180.</p> <p>Aluno Z: Eu fiz uma regra de três simples.</p> <p>ANA: Olhem, pronto, é uma ideia, isso há muitas maneiras de resolver. Ou então fazem 35 a dividir por 180. Porquê 180?</p> <p>Alunos: Porque é o máximo.</p> <p>ANA: Porque é o máximo. E acho que vai dar 0,25.</p>	<p>Conexão Conexão entre procedimentos</p>

Análise do segmento de ensino 5AEXH17

Nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2000) é referido que os temas relativos à análise de dados e estatística permitem estabelecer importantes conexões entre ideias e procedimentos de número, álgebra, medida e geometria.

Neste caso, a conexão é feita com o tema dos Números e da Álgebra, com o recurso à regra de três simples para o cálculo da percentagem.

A professora sugeriu 0,25 como quociente, no entanto, não poderia dar 0,25 porque a quarta parte de 180 não é 35.

Segmento de ensino 6AEXH17 - aula 13 de Junho	
<p>Aluno Z: Não podemos somar logo tudo?</p> <p>ANA: O que é somar logo tudo?</p> <p>Aluno Z: Dos 35 mais 10 que dá 45 e depois dividimos por 180.</p> <p>ANA: Não somei? Não, é 45, meninos. Claro que sim, se não teríamos de fazer o cálculo 2 vezes. Dá 0,25. 0,25 é quantos por cento? Temos de multiplicar por 100, 25%. Da outra maneira que vocês disseram era: 180 alunos estão para 100%, 45 alunos está para x. x é igual a 100×45 a dividir por 180. E ia dar 25%. Ou fazem de uma maneira ou da outra.</p>	Não Contingência Não Uso de oportunidade

Análise do segmento de ensino 6AEXH17

A questão pedia o cálculo da percentagem de alunos que gasta menos de 10 minutos no percurso de casa à escola. No total, 45 alunos dos 180 da escola demoram menos de 10 minutos a chegar à escola. O aluno sugeriu a divisão por 180 e a professora referiu ainda a regra de três simples, escrevendo no quadro a correspondência que permitiria calcular a percentagem pedida. A professora tinha feito o cálculo para 35 alunos, não adicionando o número de alunos que gastam menos de 5 minutos no percurso de cada à escola. 35 não corresponde a 25% de 180, valor que queria obter. O valor que pretendia era a percentagem correspondente a 45 em 180 e apresentou duas resoluções distintas para o calcular. No entanto, este cálculo podia ter-se traduzido numa situação de promoção do raciocínio proporcional, atendendo a que 35 é “metade de metade” de 180. Segundo Shaughnessy (2007, p. 989), o raciocínio proporcional é importante no tema *organização e tratamento de dados*, por impedir que os alunos só vejam contas e percam o poder dos gráficos para reduzir dados e mostrar tendências.

Segmento de ensino 7AEXH17 - aula 13 de Junho	
<p>Aluno Z: [Lê a definição que consta no manual] “Histograma é um diagrama de áreas formado por um conjunto de retângulos adjacentes tendo cada um por base um intervalo de classe e por área a frequência absoluta ou relativa dessa classe”.</p>	

<p>ANA: Parece um bocado esquisito. O que eu estava a dizer, é que um histograma também é um gráfico de barras mas tem de ter alguma coisa diferente daqueles que nós estamos habituados, se não, não havia necessidade de lhe estarmos a dar outro nome, continuávamos a chamar-lhe um gráfico de barras. O que é que a nossa variável tem de diferente em relação àquelas que temos estudado até hoje?</p> <p>[Os alunos não respondem.]</p> <p>ANA: Estas variáveis como é que se designam? O tempo, a altura, o peso?</p> <p>Alunos: Quantitativas.</p> <p>ANA: Quantitativas, quê? As outras também eram quantitativas [os alunos respondem contínuas] Contínuas. Nos outros gráficos de barras, o número de irmãos que vocês tinham, ou era 1 ou era 2, ou 3 ou era 0. Neste caso, os nossos intervalos começam no 1metro e 50 e vai até 1metro e 55, e o próximo intervalo começa logo no 1metro e 55 e vai até 1metro e 60, o próximo começa logo no 1metro e 60, o que é que vai acontecer às barras?</p> <p>Aluno M: Vão ficar todas pegadas.</p> <p>ANA: Exatamente. As barras vão ficar todas pegadas, todas juntas.</p> <p>Aluno F: Porque ali também está tudo a seguir uns aos outros.</p> <p>ANA: Exatamente. Não há ali nenhum pedaço de tempo que saia fora desses intervalos, não há nenhuma folga, estão a entender? Quando eu vou construir o gráfico, no eixo dos xx, os intervalos vão ficar todos uns seguidos aos outros, logo as nossas barras também vão ficar pegadas, juntas.</p> <p>Aluno A: E também há uma diferença. No gráfico de barras, a professora disse que as barras tinham de ter a mesma largura.</p> <p>ANA: Mas os exercícios que vamos fazer aqui na aula também vai acontecer isso em relação às variáveis contínuas, está bem, Afonso? [O aluno estava a ver um histograma no manual em que as classes não têm todas a mesma amplitude.] Na aula, disse eu. Por manifesta falta de tempo, vai ter que ser assim, está bem?</p>	<p>Fundamentação Conhecimento procedimental</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------

Análise do segmento de ensino 7AEXH17

A professora não desmontou as componentes chave da definição do histograma, nomeadamente a questão da área, justificando pela evidente falta de tempo, uma vez que esta era a última aula de Matemática do ano letivo. Revelou, no entanto, conhecer adequadamente o procedimento de construção do histograma e tentou que os alunos percebessem a distinção entre um gráfico de barras e um histograma.

Na entrevista, foi abordada a opção de não trabalhar na aula histogramas com classes com diferentes:

Ana: Mesmo que não tenha ficado muito claro e o próximo ano tornaremos a falar sobre o assunto, os gráficos que irão trabalhar têm a mesma amplitude para que consigam logo visualizar a frequência.

Entrevistadora: Mas é importante saber que isso pode acontecer, como o manual deles deixa bem claro, a definição que utilizaste é correta, é a que está no manual e o exemplo que aparece é um exemplo com classe que não têm a mesma amplitude.

Ana: Mas não há muito hábito de aparecer histogramas com diferentes amplitudes, mesmo no 10º ano.

Segundo Espinel, González, Bruno e Pinto (2009), o histograma é a principal ferramenta gráfica para mostrar a forma da distribuição de dados mas envolve muitos conhecimentos prévios e apresenta dificuldades conceptuais. Referem também que, na reflexão sobre as dificuldades encontradas pelos alunos quando confrontados com uma representação gráfica, se realçam as relacionadas com a proporcionalidade e o raciocínio proporcional e questionam o peso dessas dificuldades não só na construção mas também na compreensão e interpretação dos gráficos. Relativamente à construção de histogramas, referem, como erros frequentemente detetados, o recurso a barras separadas, a representação incorreta dos intervalos e a omissão dos intervalos de frequência nula.

Segmento de ensino 8AEXH17 - aula 13 de Junho	
<p>Aluna C: O tempo gasto fica no eixo dos xx ou no dos yy?</p> <p>ANA: Pensa sempre assim: qual é a variável que estamos a estudar? É essa que fica no eixo dos xx.</p>	<p>Contingência Responder a ideias do aluno</p>

Análise do segmento de ensino 8AEXH17

Shaughnessy (2007) é o autor de um dos capítulos, destinado à estatística, de um livro que representa o segundo esforço da National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) para pesquisar, analisar e compilar a investigação em educação matemática. Na revisão da literatura feita, conclui que a investigação em educação estatística sobre compreensão gráfica se tem centrado em dois pontos: descobrir os erros mais frequentemente cometidos pelos alunos e definir níveis distintos na leitura e interpretação dos gráficos. Um dos erros referidos é a confusão feita relativamente aos eixos do gráfico. Também Ruiz, Arteaga e Batanero (2009) abordaram as dificuldades dos alunos relacionadas com a construção de gráficos e realçaram, com uma das dificuldades detetadas, a incorreta representação dos valores das frequências no eixo dos xx e dos valores da variável no eixo yy, situação em que os alunos revelam desconhecimento do conceito de variável aleatória. A professora já tinha respondido à questão colocada pela aluna num dos episódios anteriores, em que um dos alunos trocou o papel dos valores da variável e das frequências absolutas quando construiu a tabela de frequências [Segmento de ensino 1AEX2 - aula 06 de Junho]. Esta questão foi

retomada pela professora na aula seguinte para esclarecimento adicional da dúvida surgida sobre que valores considerar em cada um dos eixos [Segmento de ensino 3AEX2 - aula 09 de Junho].

Segmento de ensino 9AEXH17 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: Por isso é que eu queria que vocês resolvessem este exercício. Como vamos resolver o problema em relação ao eixo dos yy? Aqui [no eixo dos xx] era muito fácil, saltava de 5 em 5, 5, 10, 15, 20, 25, ...</p> <p>Aluno M: Podemos pôr de 5 em 5, também.</p> <p>ANA: Exatamente, era isso que eu tinha pensado. Olhem que não pode ficar uns intervalos muito grande e outros com intervalos muito pequeninos, tem de ser tudo certinho. Os vossos colegas estavam a dizer para fazermos intervalos de 5 em 5. O que é que acham? Está bem e tem de ir até ao 45 porque o último o colocar é 42.</p> <p>Aluna C: O espaço entre os números tem de ser o mesmo do eixo dos xx?</p> <p>ANA: Não. Eu nem vou deixar assim porque se não vai lá muito para cima.</p> <p>Aluno Z: Eu deixei dois quadradinhos em dois e fiz de 10 em 10.</p> <p>ANA: Está bem, eu também vou fazer.</p> <p>Aluna D: Eu fiz de 5 em 5.</p> <p>ANA: Se cabe, tudo bem. Olha, Bruna, não sei o que estás a fazer mas isto não está bem. Eu olho para o teu gráfico e vejo dois quadradinhos do 0 até ao 5 e depois vejo aqui outro 0. Não pode, o eixo dos xx jamais terá dois zeros. Só tem um.</p>	Fundamentação Identificação de erros e dificuldades


Análise do segmento de ensino 9AEXH17

Doig e Groves (1999) realizaram um estudo em que participaram 102 crianças, que frequentavam os últimos anos do 1.º ciclo do ensino básico, relacionado com a construção das barras, num gráfico de barras simples e verificaram que mais do que 50% conseguiram construir as barras corretamente e demonstraram aptidão para interpolarem os valores do eixo Oy, sempre que necessário; enquanto, aproximadamente, 25% revelaram dificuldades com a leitura da escala do eixo Oy, não utilizando os valores intermédios desse eixo.

Também Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) verificaram dificuldades associadas à marcação das escalas, nomeadamente na escolha de uma escala adequada ao conjunto de dados e na marcação de escalas em ambos os eixos com um número de divisões insuficientes e que não apresentavam o ponto de origem.

A professora revelou estar consciente destas dificuldades, alertando os alunos exatamente para a necessidade de estabelecer uma escala adequada ao conjunto de dados, para a correta

marcação das escalas nos eixos, que não têm de ser iguais nos dois eixos, marcando os valores intermédios e a origem do referencial.

Segmento de ensino 10AEXH17 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: [...] Sabem o que lá falta no gráfico, não sabem? Faltam várias coisas, várias coisas.</p> <p>Alunos: O nome no eixo dos xx.</p> <p>ANA: Exatamente. O que lá falta? O título, tempo gasto no percurso para a escola; eixo dos xx, tempo em minutos. É importante a informação de que o tempo está em minutos.</p> <p>Aluno D: Ah, pode ser horas.</p> <p>ANA: E aqui?</p> <p>Alunos: Número de alunos.</p> <p>ANA: Número de alunos ou frequência absoluta. Vamos fazer este exemplo no Excel para verem a diferença.</p>	Fundamentação Conhecimento procedimental
	

Análise do segmento de ensino 11AEXH17

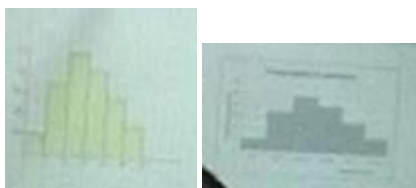
Para Friel, Curcio e Bright (2001), um gráfico é constituído por quatro elementos: a dimensão visual do gráfico, designada por especificadores (specifiers) onde se incluem as barras num gráfico de barras; as etiquetas (labels), que designam os nomes que se dá a cada um dos elementos dos especificadores; o título do gráfico e, ainda, o fundo do gráfico. Para estes autores, para além destes quatro elementos, a cada gráfico está associado uma linguagem própria, permitindo, desta forma, que se discuta sobre os dados apresentados.

Também no site ALEA, descrevem os elementos que devem figurar num gráfico e incluem: título, eixo de valores e eixo de categorias, unidade, identificação dos eixos e legenda.

A professora chamou a atenção a todos os elementos do gráfico, referindo ainda, depois de terminar a construção do histograma, que “Agora podiam pintar, como quisessem.”

Segmento de ensino 10AEXH17 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: Exatamente [colocou os dados nas barras]. O vosso está mais ou menos parecido? Agora é assim. Posso avançar? Eu fiz mais este gráfico porque não fizemos nenhum em que tínhamos que colocar os valores, eu aproveitei para resolvermos este exercício. Acho no entanto que hoje em dia já possuímos ferramentas mais modernas, a nível do computador, que nos permitem</p>	Transformação Material de ensino

construir o gráfico de forma mais simples, através do Excel. Temos aqui um exemplo, e depois se quiserem, lá em casa, experimentar, podem fazê-lo.



Análise do segmento de ensino 10AEXH17

Depois de ter construído o histograma manualmente, recorreu ao Excel para construir o mesmo histograma e realçar que o padrão subjacente aos dados é o mesmo, apesar da escala adotada no eixo Oy ser diferente. Foi a própria professora que construiu o gráfico, chamando a atenção para as ferramentas do software a utilizar na sua construção.

O primeiro objetivo geral do ensino da Matemática definido no PMEB é: os alunos devem conhecer os factose procedimentos básicos da Matemática. Para isso, devem ser capazes de usar calculadoras e computadores na realização de cálculos mais complexos, na representação de informação e na representação de objetos geométricos, entre outras habilidades. O programa recomenda especificamente o recurso à folha de cálculo para explorar as possibilidades de organizar e representar dados em tabelas e gráficos. A professora enfatizou as vantagens da folha de cálculo mas os alunos não utilizaram o software. O número de aulas dedicadas ao ensino do tema *organização e tratamento de dados* disponíveis era pequeno e as opções da professora para essas aulas não incluíram a realização de um trabalho de investigação onde os alunos tivessem de, por exemplo, escolher a representação gráfica adequada à situação. Na entrevista, este assunto foi abordado:

Entrevistadora: Em todos os exercícios resolvidos, os gráficos ou já eram dados ou era pedido para construir um determinado tipo. Não consideras importante que façam eles próprios a escolha do gráfico que consideram mais adequado?

ANA: Muito importante, o problema é o tempo. Se lhes digo para escolherem, para compararmos, para discutirmos depois em grupo, com o tempo que eu tinha tornava-se impraticável. Este ano insistiremos mais nessa parte.

Professora Ana

Sequência de ensino: Tarefa

Objetivo definido para a atividade: Ler e interpretar a informação transmitida por um histograma

Finalidades

- ☒ a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.
- ☒ b) Desenvolver atitudes positivas face à matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.

Objetivos gerais do ensino da Matemática

- ☒ 1. Os alunos devem conhecer os factos e procedimentos básicos da matemática.
- ☒ 2. Os alunos devem desenvolver uma compreensão da matemática.
- ☒ 3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações.
- ☒ 4. Os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.
- ☒ 9. Os alunos devem ser capazes de apreciar a matemática.

Tarefa

Tipo de representação gráfica: histograma

Habilidades requeridas para a compreensão gráfica:

- ☒ Ler os dados ☒ Ler entre os dados ☐ Ler para lá dos dados ☐ Ler por detrás dos dados

Observações: a tarefa visa a interpretação da informação dada por um histograma



1. Quantos pães comprou o Luís?
2. Dos pães que comprou, que percentagem tem uma massa inferior à recomendada (50 g) ?
3. Diz se é possível, ou não, que os dados que fazem parte da classe $[40, 45[$ sejam:
40 42,3 43 43 44,2 45
Justifica,
4. Sabe-se que exactamente quatro pães tinham a massa recomendada (50 g) .
Nestas condições, apresenta nove possíveis dados que façam parte da classe $[50, 55[$.
5. A seguir, é apresentado o rascunho onde o Luís fez os registos das diversas pesagens,



A partir da informação dada no rascunho, agrupa os dados em classes de amplitude 3, sendo a primeira classe $[41, 44[$.
Constrói uma tabela para as frequências absolutas e o respectivo histograma.

A tarefa seleccionada encontra-se na página 24 do manual escolar Costa e Rodrigues (2010). Os episódios relativos que relativos a esta tarefa serão referenciados com T7 (tarefa 7).

Segmento de ensino 1AT7 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: [...] Quero a tarefa 7, página 24, imediatamente feita.</p> <p>Aluno M: Porque é que o histograma aparece assim?</p> <p>ANA: Ah, eu vou explicar. Por vezes ...</p> <p>Aluno A: Isso aí é espaço.</p> <p>ANA: Exatamente, por vezes, vejam lá aí o histograma da vossa tarefa, no eixo dos xx aparece aqui tipo uma resistência. Qual é que é a diferença do gráfico que vocês aí têm na vossa tarefa e no gráfico que nós acabámos de fazer? O nosso começava no zero e este vai começar no 40 [ainda tinha o gráfico feito no quadro]. Já viram o que é eles estarem a deixar um espaço, de 40, 45, vai de 5 em 5, já viram o que é terem de deixar um imenso espaço por trás até chegar ao 40? Isso significa que eles encolheram o eixo dos xx, está encolhido.</p>	Fundamentação Conhecimento procedimental

Análise do segmento de ensino 1AT7

A questão do aluno dizia respeito “resistência” que o histograma apresenta junto ao ponto origem do eixo dos xx. A professora explicou o porquê do recurso a essa resistência, comparando, nesse aspeto, com o histograma do exercício anterior que ainda se encontrava no quadro.

Segmento de ensino 2AT7- aula 13 de Junho	
<p>Aluna: Aqui na 5 há uma frase a dizer assim: agrupa em dados em classes de amplitude 3. O que é a amplitude?</p> <p>ANA: Acaba lá de ler.</p> <p>Aluna: Sendo a primeira classe [41, 44[.</p> <p>ANA: 41+3? Já percebeste? É o intervalo entre o valor maior e o valor menor. É a diferença entre os dois valores. A próxima classe vai ser?</p> <p>Aluna: [45, 48[</p> <p>ANA: Não, [44, 47[porque onde termina a primeira começa sempre a segunda.</p>	<p>Não Fundamentação Não Identificação de erros e dificuldades</p>

Análise do segmento de ensino 2AEXH

A construção das classes introduz alguma subjetividade na construção do histograma (Martins & Ponte, 2010), no entanto, independentemente do número de classes e desde que tenham todas a mesma amplitude, os intervalos são disjuntos e abarcam a totalidade dos valores da variável. Cada intervalo constitui a base de um retângulo do histograma e, por isso, as barras surgem então juntas, exceto quando uma das classes tem frequência nula, conferindo uma ideia de continuidade da variável em estudo. A aluna parecia pouco segura na construção das classes, apesar das indicações sugestivas dadas na tarefa. Ao esclarecer a aluna relativamente à amplitude do intervalo, a professora esperava que a aluna conseguisse construir as demais classes, o que não se verificou.

Segmento de ensino 3AT7 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: [lê o enunciado] “A massa de cada unidade de um certo tipo de pão deve ser de 50 gramas. O Luís comprou pães desse tipo e pesou cada um deles. Os resultados obtidos são os apresentados no histograma.” Então, quer dizer que ele não comprou nenhum pão com menos de ... ?</p> <p>[Os alunos respondem valores diversos, 53, 60, 40, ...]</p> <p>ANA: Com menos de 40 gramas. Porquê?</p> <p>Aluna I: Porque é o valor mínimo.</p> <p>ANA: Exatamente. É o valor mínimo que está aí no nosso histograma. O peso menor do pão que ele comprou é de 40 gramas. E o maior peso? 60 gramas.</p>	<p>Não Fundamentação Não Evidente conhecimento do tema</p>

Análise do segmento de ensino 3AT7

A primeira classe a considerar é [40, 45[e daí pode-se concluir que o Luís não comprou nenhum pão com massa inferior a 40 gr, o que não significa que a menor massa registada nos pães que comprou seja de 40 gramas. O mesmo acontece com a maior massa registada nos pães que o Luís comprou, que não é igual nem superior a 60 gramas. Quando a informação é transmitida através de um histograma, não se conhecem os valores da variável mas apenas o número de dados pertencentes a cada uma das classes. Neste caso, a professora podia ter recorrido aos dados apresentados na questão 5 da tarefa para mostrar de forma inequívoca o que pretendia transmitir.

Segmento de ensino 4AT7 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: [...] Quantos pães comprou o Luís?</p> <p>Alunos: 28.</p> <p>ANA: E como fizeram? Somaram o número de pães. Entre 40 e 45 gramas, havia lá 6 pães, entre 45 e 50, 11, ora $6 + 11$ são 17; entre 50 e 55, 9, ora 26; entre 55 e 60, 2, portanto, ao todo são 28 pães.</p>	Não Fundamentação Não Base teórica de pedagogia

Análise do segmento de ensino 4AT7

A forma como o professor gere a sala de aula está intimamente ligada à forma como este encara aprendizagem (Nunes & Ponte, 2010). Segundo estes autores, a natureza das tarefas propostas tem um papel importante mas a forma como o professor organiza a aprendizagem e os papéis reservados a si e aos alunos é igualmente relevante do seu modo de encarar o processo de aprendizagem. Realçam a importância de organizar a forma como os alunos vão trabalhar e interagir na sala de aula e a propostas de tarefas que propiciem momentos de aprendizagem significativa e que atribuam ao aluno um papel ativo na construção do seu conhecimento. A professora, condicionada com o tempo de aula disponível, acabou por confirmar as respostas dadas pelos alunos às questões colocadas na tarefa, sem lhes dar tempo para que fossem eles próprios a explicitar o raciocínio feito para chegarem à resposta.

Segmento de ensino 5AT7 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: “Dos pães que ele comprou que percentagem tem um peso inferior à recomendada, 50 gramas?”</p> <p>Aluna M: 61%.</p> <p>ANA: A mim, deu-me 60,7. Vem fazer, José.</p> <p>[O Aluno J calcula a percentagem no quadro.]</p> <p>ANA: Podemos continuar? Claro que também podiam fazer como há bocado, com uma regra de três simples, 28 pães está para 100% , 17 está para x.</p>	Conexão Conexão entre procedimentos

Análise do segmento de ensino 5AT7

Uma vez mais, é realçada a pertinência das percentagens neste tema e a conexão com a álgebra através da determinação da percentagem pedida.

A professora, ainda que sem dispor de tempo letivo, insistiu em tópicos que estão relacionados com a *organização e tratamento de dados* e que estabelecem relações entre os problemas propostos deste tema com o que o aluno já sabe.

Segmento de ensino 6AT7 - aula 13 de Junho	
<p>ANA: “Sabe-se que exatamente 4 pães tinham a massa recomendada, 50 gramas. Nestas condições apresenta 9 possíveis dados que façam parte da classe [50, 55[.”</p> <p>Aluno F: 51, 52, 53, 54; 50,1; 51,2; 52,2; 53,2; 54,2.</p> <p>ANA: Mas onde estão os 50 que pedem?</p> <p>Aluno B: 51, 52, 53, 54; 50,5; 51,5; 52,5; 53,5; 54,5.</p> <p>ANA: Eu estou aí que uma dúvida grande. Na classe [50, 55[temos 9 pães e já sabemos que 4 pesam 50. Onde é que vocês me estão a meter esses 4 pães que pesam 50?</p> <p>Aluno A: Eu disse, 50, 50, 50, 50, 51, 52, ...</p> <p>ANA: Ah! Não se esqueçam desse pormenor. 4 pães pesam 50, por isso vocês só têm que me dar 5 valores que sejam diferentes de 50 e que estejam entre 50 e 55. Entenderam-me?</p> <p>Aluna M: Os outros podem ser ...</p> <p>ANA: Os que quiserem, sem vírgulas, com vírgula, como quiserem.</p> <p>Aluna M: Não podia ser 50, 50, 50, 50, 50, 50, ...</p> <p>ANA: São demasiados 50. Só quatro é que pesam 50, ou outros já não podem ser 50, têm de estar entre 50 e 55, exclusive.</p> <p>[Um dos alunos fez a sua sugestão no quadro e escreve 50, 50, 50, 50, 52, 52, 53,...]</p> <p>ANA: Se algum destes números tivesse vírgula, separavam uns dos outros com ponto e vírgula.</p> <p>Aluno Z: Mas 51 não podia?</p> <p>ANA: Podia. Há nove pães que pesam entre 50 e 55. O 50 é inclusive, o 55 é exclusive. Porquê, Margarida? Porque o intervalo é de 50 a 55, está aberto no 55, os pães que pesam 55 estão no intervalo a seguir, estão entre 55 e 60. No enunciado, dizem-nos que há 4 pães que pesam 50, 50, 50 e 50.</p> <p>Aluno A: Faltam os outros 5.</p> <p>ANA: Pedem-nos possíveis valores para os outros 5 pães, que estejam entre 50 e 55. O Afonso escolheu estes. Podiam ter escolhido outros completamente diferentes. Estamos entendidos?</p>	<p>Contingência Responder a ideias do aluno</p>

<p>[O aluno Z diz que ainda não percebeu e os alunos dão sugestões para que entenda.]</p> <p>ANA: O Zé, diz lá 5 valores entre 50 e 55 mas não podes dizer nem 50 nem 55.</p> <p>Aluno Z: 51, 52, 53, ...</p> <p>ANA: Exatamente. O que é que não percebeste?</p> <p>Aluno Z: Não percebi porque é que não podem ser 50?</p> <p>ANA: Oh, Zé, olha para aqui [levanta o manual]. Posso? “Sabe-se que exatamente 4 pães tinham massa recomendada, 50 gramas.”</p> <p>Aluno A: Está lá a dizer que quatro pães pesam 50, fazes os casos que pesam 50 e depois os outros cinco são valores à escolha.</p> <p>Aluna M: Entre 50 e 55.</p> <p>Aluno Z: Quer dizer, falta mais 5.</p> <p>ANA: Está melhor agora? Ainda não? Diz no enunciado, e além do mais, se fores aqui, tu vês que entre 50 e 55 há 9 pães, está bem? Vou seguir aqui o conselho do nosso Carvalhais [desenhou no quadro 9 pães] Zé, lê a alínea 4.</p> <p>Aluno Z: “Sabe-se que exatamente 4 pães tinham massa recomendado, 50 gramas.”</p> <p>ANA: Este tem 50, este tem 50, 50 e 50. Continua a ler.</p> <p>Aluno Z: “Nestas condições apresenta 9 possíveis dados que façam parte da classe [50, 55].”</p> <p>ANA: Diz lá, Zé, valores para os outros.</p> <p>Aluno Z: 51, 52, 53, 54, ...</p> <p>ANA: 54,5 a meu gosto, este, pode ser?</p> <p>Aluno Z: Pode-se repetir?</p> <p>ANA: Claro.</p> <p>Aluno Z: Então podiam ser todos 50?</p> <p>[Os outros alunos respondem que não.]</p> <p>ANA: Não, se escolhesses mais algum pão que tivesse também 50 gramas isso significa que havia mais do que 4 pães com 50 gramas e o enunciado não estava bem. Tu começaste por ler que há 4 pães com 50 gramas, são 4, não são mais. Não percebo porquê a dúvida. Lê lá melhor e se estiveres com dúvidas já ta tiro a seguir.</p>	
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Análise do segmento de ensino 6AT7

Segundo Nunes e Ponte (2010), importa antecipar as abordagens dos tópicos a lecionar, os materiais curriculares a utilizar, as estratégias a adotar para ajudar os alunos a ultrapassar as dificuldades já detetadas, as conexões a estabelecer com outros tópicos matemáticos, as discussões a promover na turma e possíveis resoluções dos alunos para tentar reduzir situações imprevistas geradoras de desconforto para o professor e para o aluno. Há, no entanto, acontecimentos na sala de aula que não são possíveis de prever ou de planear e à

habilidade de responder às intervenções, com brevidade e de forma esclarecedora, chama-se contingência e deriva, entre outros fatores, da experiência e da reflexão que o professor faz sobre a mesma.

5.2.2. Resultados obtidos no estudo de caso da professora Ana e sua discussão

Apresentam-se agora os resultados relativos à professora Ana, resumidos a partir de tabelas e figuras facultadas pelo Atlas.ti. A Tabela 5.6 apresenta o número de segmentos de ensino considerados em cada categoria da *fundamentação*, *transformação*, *conexão* e *contingência*.

Tabela 5.6: Categorização dos segmentos de ensino destacados das aulas da professora Ana nas dimensões *fundamentação*, *transformação*, *conexão* e *contingência*

	FConsciência Objetivos	FRecursosMaterial	FConhecimento Procedimental	FErros Dificuldades	FConhecimento Tema	FBase Pedagógica	FTerminologia Notação	Totaisl Fundamentação	TExemplos	TEscolha Representação	TMaterialEnseio	Totais Transformação	CXComplexidade	CXSequencialidade	CXConexão	Procedimentos CXConexão	Conceitos CXConexão	CXdequação Conceitual	Totais Conexão	CTRespostaAlunos	CTDesvioPlano	CTUso Oportunidades	CTPercepção	Totais Contingência	TOTAIS
ANA30maio	1	0	1	0	7	1	0	10	1	0	3	4	0	0	2	0	0	2	2	1	0	0	1	2	18
ANA02junho	1	0	2	0	1	1	2	7	1	0	2	3	0	1	1	1	0	3	3	2	0	0	0	2	15
ANA06junho	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	2	2	0	0	0	0	0	3
ANA09junho	1	0	3	2	1	1	1	9	1	0	2	3	0	4	0	2	0	6	6	0	0	0	0	0	18
ANA13junho	0	0	4	1	1	0	2	8	0	0	2	2	0	1	2	0	0	3	3	4	0	0	0	4	17
TOTAIS	3	0	11	3	10	3	5	35	3	0	9	12	0	7	5	4	0	16	16	7	0	0	1	8	71

Foi contabilizado um total de 71 referências às categorias, onde se reforça a hipótese, prevista no modelo, de um mesmo segmento de ensino ser considerado relevante em relação a mais do que uma categoria.

Na análise, os segmentos enquadrados na *fundamentação* constituem, aproximadamente, 49% do total das referências feitas e, dentro desta dimensão, foram destacadas as seguintes categorias:

- Conhecimento procedimental;
- Evidente conhecimento do tema.

Na dimensão *transformação*, foram considerados como significativos, aproximadamente, 17% das referências, onde se destaca a categoria:

- Material de ensino.

Relativamente à *conexão*, foram feitas, aproximadamente, 23% da totalidade das referências feitas e destacam-se as categorias:

- Decisões sobre a sequencialidade.

No que respeita à dimensão da *contingência*, foram registadas 8 das 71 referências feitas, o que corresponde a 11%, aproximadamente, onde 7 das 8 referências são feitas à categoria:

- Responder a ideias do aluno.

Destacam-se ainda seis categorias por não terem segmentos de ensino associados:

- Recurso a material didático-pedagógico, da *fundamentação*;
- Escolha de representação, da *transformação*
- Antecipação de complexidade, da *conexão*
- Reconhecimento de adequação concetual, da *conexão*
- Desvio do plano de trabalho, da *contingência*
- Uso de oportunidade, da *contingência*

Da Tabela 5.6, onde se apresentam as referências feitas na análise do caso de estudo da professora Ana, destacaram-se algumas categorias sem segmentos de ensino associados.

Como no caso da professora Maria, também as categorias Recurso a material didático, da *fundamentação*, e Reconhecimento da adequação concetual, da *conexão*, não são referidos ao longo da análise.

No que respeita à primeira categoria mencionada, Recurso a material didático, pode-se constatar que a fonte de material de ensino adotado pela professora Ana são os manuais escolares, mais especificamente o manual Neves, Leite, Silva e Silva (2010) e o manual adotado na escola onde leciona (Costa & Rodrigues, 2010), corroborando, neste caso, o resultado apresentado em Espinel, González, Bruno e Pinto (2009) que afirma que, em geral, o recurso mais utilizado pelos professores são os livros de textos.

Como a categoria Reconhecimento da adequação concetual enquadra segmentos de ensino onde se discute a utilidade e a eficácia de um determinado conceito estatístico e as aulas dedicadas ao tema *organização e tratamento de dados* abarcaram a construção e leitura de gráficos, esta categoria acabou por não enquadrar qualquer segmento de ensino.

A Escolha de representação, da *transformação*, é evidenciada quando é feita uma opção em termos de classificação, medida estatística ou representação gráfica e se justifica a opção feita. No decorrer das aulas, não foi implementada nenhuma atividade em que fosse solicitada essa opção, nem surgiu de forma imprevista nenhuma situação em que essa opção tivesse de ser feita.

No que respeita à *contingência*, houve duas categorias não referidas na análise, Desvio do plano de trabalho e Uso de oportunidade, por não ter ocorrido nenhuma situação não planeada e incorporada na aula, que implicasse um desvio do plano de trabalho ou um aprofundamento de questões que a professora não tinha previsto abordar ou minuciar.

Na *fundamentação*, foram destacadas duas categorias. Na categoria Conhecimento procedimental, a professora Ana revelou conhecer adequadamente os procedimentos da representação gráfica, relativamente aos elementos que se distinguem em cada tipo de gráfico e à sua construção, com apenas um apontamento a uma situação em que confunde

dados com frequências absolutas, confusão “que é mais comum do que se poderia pensar” (Martins & Ponte, 2010).

Também o destaque verificado da categoria Evidente conhecimento do tema, permite concluir que a professora se sente segura relativamente ao tópico da representação gráfica estatística, revelando conhecer de forma aprofundada os conceitos e procedimentos do tópico, as relações entre os diferentes elementos de um gráfico e o efeito dessas componentes na apresentação da informação, que são fatores que contribuem para um bom sentido gráfico, segundo Friel, Curcio e Bright (2001). Houve, no entanto, um episódio em que a professora, apesar de ter respondido corretamente à participação do aluno, não enfatizou o papel da variabilidade como uma questão primordial no pensamento estatístico e na análise estatística, sendo esta uma das implicações para o ensino que Shaughnessy (2007) apresenta da ampla revisão da literatura em educação estatística que realizou. Uma das preocupações reveladas pela professora Ana prende-se com tópicos relacionados com a representação gráfica, como, por exemplo, com o cálculo de percentagens. Os alunos revelaram dificuldades no cálculo de percentagens em vários segmentos de ensino, não tendo sido possível averiguar o seu desempenho em questões de interpretação de percentagens. Segundo Oliveira (2012), num artigo em que apresenta questões colocadas nos desafios do ALEA e comenta algumas das respostas dadas pelos alunos, refere que a percentagem de respostas erradas dos alunos quando é exigido o cálculo ou a interpretação de uma percentagem é de 50%.

Uma das categorias referenciadas foi a do Uso de terminologia e notação adequada. A professora revelou ser rigorosa na linguagem específica de cada um dos gráficos com que se exprimia e também no rigor e fluência com que os alunos se exprimiam e as questões de linguagem e as capacidades de comunicação são fundamentais no desenvolvimento da literacia estatística (Sproesser & Kuntze, 2013).

A categoria Material de ensino, da *transformação*, foi também evidenciada. Uma das recomendações da investigação em educação estatística (GAISE, 2005; Verschut & Bakker, 2011, Chance & Garfield, 2002) é o recurso a dados reais e a professora foi ao encontro a esta recomendação quando, para estudar a classificação de variáveis estatística optou por procurar características da turma, suscetíveis de variabilidade e que pudessem constituir questões de estudo estatístico. Estudou ainda o número de irmãos dos alunos da turma, recolhendo os dados na altura em que propôs o estudo, elaborou uma tabela de frequências absolutas e retirou informação a partir da mesma.

Os segmentos de ensino enquadrados na categoria Decisões sobre a sequencialidade, mostram que a professora planeou, essencialmente, sequências de ensino adequadas ao desenvolvimento de procedimentos da representação gráfica estatística, não investindo em sequências de ensino que visam a análise crítica da informação ou a escolha da representação

mais adequada à representação de um determinado conjunto de dados ou ainda a comunicação das ideias estatísticas dos alunos. A leitura e interpretação propostas em cada sequência de ensino exigem apenas respostas a questões onde se pede que o aluno leia, descreva, identifique ou interprete situações muito claras no gráfico, ou ainda que compare localmente ou relacione, ou seja, encontram-se nos níveis Ler os dados e Ler entre os dados.

Na Tabela 5.7, que se segue, apresenta-se um resumo dos resultados relativos à professora Ana, onde consta o número de segmentos de ensino considerados em cada categoria da *não fundamentação*, *não transformação*, *não conexão* e *não contingência*. O enquadramento nas categorias das “*dimensões não*”, ou seja, das dimensões referidas acima, fez-se sempre que não foi observada determinada evidência e deveria ter sido observada ou se observou uma evidência discordante com a que se esperava verificar.

Tabela 5.7: Categorização dos segmentos de ensino destacados das aulas da professora Maria nas dimensões *não fundamentação*, *não transformação*, *não conexão* e *não contingência*

	NFConsciência Objetivos	NFRecursoMaterial	NFConhecimento Procedimental	NFErros	NFConhecimento Difícil	NFBasePedagógica Tema	NFTerminologia Notação	Totais Não Fundamentação	NTExemplos	NTEscolha Representação	NTMaterialEnsino	Totais Não Transformação	NCXComplexidade	NCXSequencialidade	NCXConexão	Procedimentos Conceitos	NCXConexão Conceitual	Totais Não Conexão	NCTRespostalunos	NCTDesvioPlano	NCTUso Oportunidades	NCTPercepção	Totais Não Contingência	TOTAIS
ANA30maio	0	0	1	0	1	0	0	2	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	2	0	0	0	2	6
ANA02junho	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	2	2
ANA06junho	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2
ANA09junho	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	2	0	3	5
ANA13junho	0	0	0	1	1	1	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	4
TOTAIS	1	0	1	1	2	2	0	7	1	0	0	1	1	0	1	0	0	2	4	0	5	0	9	19

Na Tabela 5.7, importa realçar o pequeno número de casos destacados nas *dimensões não* que constituem 21% da totalidade de 90 referências feitas na análise do caso de estudo da professora Ana, ainda que, na *não fundamentação* se contem 7 segmentos de ensino significativos dessa dimensão, não se destacando particularmente nenhuma categoria.

Na dimensão *não contingência* contam-se 9 referências a categorias, onde se destacam as categorias:

- Não Uso de oportunidade;
- Não Responder a ideias do aluno.

Os episódios de “oportunidade perdida” pela professora Ana estão relacionados com respostas adequadas a ideias expostas pelos alunos, que, pela sua pertinência, deveriam ter sido incorporadas na aula ou com a perda de oportunidade de aprofundar determinado aspeto que não tinha planeado desenvolver. Uma dessas oportunidades envolvia o desenvolvimento da capacidade de analisar criticamente um gráfico, quando um aluno apresentou um gráfico construído no Excel, a partir das frequências absolutas acumuladas em vez das frequências absolutas. A professora apontou o erro e corrigiu-o, sem dar espaço para que fosse o próprio aluno a entender o erro cometido e a explicá-lo aos outros alunos da turma, uma vez que foi um erro comum a vários alunos. A comunicação é uma das capacidades que integra a

competência básica estatística de Rumsey (2002). Também Sproesser e Kuntz (2013) referem as habilidades de comunicação relacionadas com modelos básicos estatísticos fundamentais no desenvolvimento da literacia estatística.

Outra “oportunidade perdida” envolvia peixes de dois rios, A e B, em números diferentes, e podia ter-se transformado num instrumento de aprendizagem da estatística e desenvolvimento da literacia estatística, através da relevância do contexto e das relações entre o gráfico e o contexto onde está inserido, que dotam de significado os dados representados e evitam a personificação dos dados (Friel, Curcio, & Bright, 2001). Quando, na entrevista depois da aula, foi comentado o exercício, a professora referiu a falta de tempo para justificar a não opção por outro tipo de leitura, “*Sim mas isso nem pensar*”.

Nas entrevistas realizadas depois das aulas, a professora realça a falta de tempo como um fator decisivo nas suas opções metodológicas e curriculares (entrevista posterior à aula 02 de junho).

Ana: Nesta turma não fiz nenhum [gráfico de barras] à mão? [...] Porque eu estou sempre aflita com o tempo, muito aflita. Na outra turma eu fiz, nesta ... mas ainda bem que me dizes. Ainda se pode tentar fazer.

Ou, ainda nessa entrevista:

Ana: Por exemplo, eu tinha pensado se tivesse tempo, eu fazia os gráficos circulares também no Excel e deixava-os fazer com transferidor, com compasso, ... mas não tenho tempo.

Na entrevista relativa à aula de 13 de junho, a professora Ana refere:

ANA: Muito importante [serem os alunos a escolher o gráfico adequado], o problema é o tempo. Se lhes digo para escolherem, para compararmos, para discutirmos depois em grupo, com o tempo que eu tinha tornava-se impraticável. Este ano insistiremos mais nessa parte.

Ainda numa análise horizontal das Tabelas Tabela 5.6Tabela 5.7, a *fundamentação* foi a categoria que se destacou em todas as aulas. No dia 06 de junho, a professora entregou as provas escritas que os alunos tinham realizado antes de iniciar o tema *organização e tratamento de dados* e fez a sua correção, pelo que restou pouco tempo da aula para trabalhar gráficos estatísticos.

O recurso a uma análise vertical das mesmas tabelas, à medida que as aulas decorriam, permite realçar que o número de segmentos de ensino em cada dimensão não varia significativamente. O que também se pode verificar no total as referências por aula.

Aproveitando as funcionalidades do Atlas.ti, foi criada uma rede que permite visualizar relações entre os códigos (categorias), encontradas na análise. Cada ligação entre dois códigos é estabelecida sempre que um mesmo segmento de ensino é considerado significativo relativamente aos códigos envolvidos, reforçando o fato de um segmento de ensino poder ser encarado sob a perspetiva de categorias de diferentes dimensões.

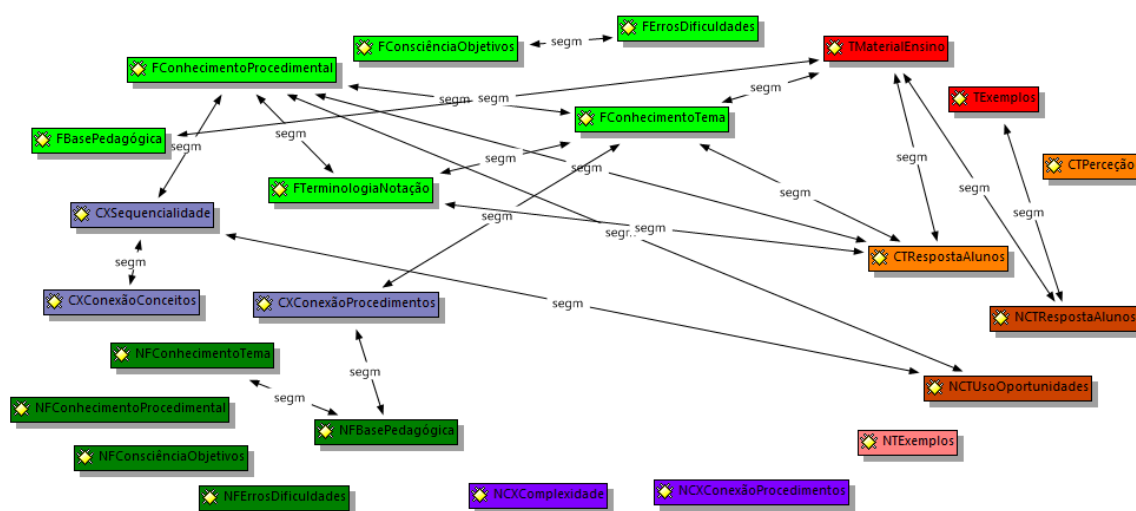


Figura 5.7: Rede de relações estabelecidas entre as diferentes categorias na análise do caso de estudo da professora Ana

Da Figura 5.7 destacam-se os seguintes aspetos:

- As categorias sem segmentos de ensino associados não figuram no diagrama.
- As categorias Não Conhecimento procedimental, Não Consciência dos objetivos e Não Identificação de erros e dificuldades, da *não fundamentação*; Não Escolha de exemplos adequados, da *transformação*; Percepção do professor durante a aula, da *contingência*; Não Antecipação da complexidade e Não Conexão entre procedimentos, da *não conexão*, têm segmentos de ensino associados mas não se encontram relacionadas com nenhuma outra categoria.

A rede construída a partir dos códigos criados no Atlas:ti permite confirmar a ausência de algumas das categorias estabelecidas no modelo e que, dentro das categorias com segmentos de ensino associados, há um número considerável que não estão ligadas a outras categorias.

A rede de ligações evidencia a predominância das categorias da *fundamentação*, que interligam com categorias das outras três dimensões. Também a *contingência*, englobando a *não contingência*, se destaca com ligações, em número significativo, a categoria da *fundamentação* e da *transformação*. Há então segmentos de ensino que foram analisados sob perspetivas diferentes do conhecimento do professor e, sendo a *fundamentação* a categoria que inclui o que a professora “sabe” não surpreende a sua ligação com a categoria Responder a respostas do aluno, da *contingência*.

A observação da figura realça também que, dentro das dimensões do Quarteto do Conhecimento, as categorias da *conexão* são pouco referenciadas e que, praticamente, não foram estabelecidas ligações com as outras dimensões.

Foi também feita uma análise às sequências de ensino implementadas nas aulas da professora Ana, relativa ao nível de compreensão gráfica estabelecido em cada uma das sequências, apresentada na Tabela 5.8. Da análise feita às 12 sequências de ensino que constituíram as aulas da professora Ana, há uma que não faz referência ao procedimento de construção de um gráfico nem à sua leitura, quando a professora explora o PowerPoint de introdução ao tema, apresentado depois da resolução da ficha de atividades diagnósticas na aula. As 11 restantes sequências de ensino incluem a construção de um determinado tipo de gráfico e/ou a sua leitura ou a leitura de gráficos já construídos.

Tabela 5.8: Níveis de compreensão gráfica nas sequências de ensino da professora Ana

Ler os dados	Ler entre os dados	Ler para lá dos dados	Ler por detrás dos dados
11	9	2	0

A Tabela 5.8 apresenta a distribuição nos diferentes níveis de compreensão gráfica estabelecidos por Curcio (1987) e Shaugnessy (2007), onde é evidenciada a ausência de episódios que exijam a Leitura por detrás do gráfico e a predominância dos dois primeiros níveis, Ler os dados e Ler entre os dados, confirmando o que já foi dito anteriormente.

Os objetivos gerais do ensino da Matemática, estabelecidos no PMEB, procuram explicitar o que se espera da aprendizagem dos alunos. Como no estudo de caso da professora Maria, também neste caso, cada tarefa ou atividade de ensino implementada na aula foi analisada relativamente ao objetivo ou objetivos gerais do ensino, o que permitiu construir a Tabela 5.9.

Tabela 5.9: Objetivos gerais de ensino visados nos materiais de ensino implementadas nas aulas da professora Maria

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Conhecer factose procedimentos básicos	Compreender a matemática	Lidar com diferentes representações	Comunicar matematicamente	Raciocinar matematicamente	Resolver problemas	Estabelecer conexões	Fazer Matemática de forma autónoma	Apreciar a matemática
12	2	10	5			1		6

Na Tabela 5.9 destacam-se vários aspetos: o elevado número de referências ao conhecimento de conceitos e procedimentos básicos e o trabalho com diferentes tipos de representações; três dos cinco objetivos 3, 4, 5, 6 e 7, relacionados com as capacidades transversais não foram visados nos materiais de ensino e a falta de referência ao objetivo relacionado com a autonomia.

Desenvolver a capacidade de lidar com diferentes representações e a comunicação são objetivos gerais e específicos do tema que também constituem orientações metodológicas. A

resolução de exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos constitui também uma orientação que consta no programa.

Pela Tabela 5.9, os materiais de ensino implementados na aula pela professora Ana revelam uma intenção de desenvolver, nos alunos, o conhecimento de procedimentos básicos e a capacidade de lidar com diferentes representações. A categoria Conhecimento procedimental evidencia-se quando a professora revela conhecer adequadamente os procedimentos da representação gráfica estatística, no que respeita à sua construção e componentes, e a categoria Evidente conhecimento do tema, quando revela um conhecimento minucioso dos procedimentos dessa construção. Estas são duas das categorias que se destacaram na análise dos dados relativos à professora Ana, bem como o Uso da Terminologia e notação adequada.

No entanto, lidar com diferentes representações inclui também a análise e interpretação dos diferentes tipos de representação gráfica. Nas categorias onde se poderiam incluir segmentos de ensino significativos relativos à análise e interpretação de gráficos, como a Escolha de representação e Antecipação de complexidade não contam com nenhuma referência.

No que respeita à discussão oral e ao desenvolvimento da comunicação, os segmentos de ensino correspondentes foram incluídos na categoria Base teórica da pedagogia e foram poucos.

Como resumo da análise da informação obtida no caso da professora Ana, dos resultados gerados a partir dessa análise e da discussão desses mesmos resultados, construiu-se a Tabela 5.10, que nos dá uma visão global deste caso de estudo.

Tabela 5.10: Resumo da análise de dados, resultados e discussão de resultados no caso da professora Ana

Categorias da <i>fundamentação</i>	Evidentes quando o professora Ana ...
Consciência dos objetivos	- revela conhecer o propósito principal de ensino, os objetivos gerais e os objetivos específicos de aprendizagem do tema estabelecidos no programa
Recurso a material didático-pedagógico	- recorre ao manual escolar
	- recorre a materiais de apoio à implementação do programa
	- recorre a centros virtuais de apoio ao professor
Conhecimento procedimental	- revela conhecer adequadamente os procedimentos da representação gráfica na estatística (relativamente aos elementos que constituem cada um dos tipos de gráfico e à sua construção)
Identificação de erros e dificuldades	- revela conhecer conceções alternativas, os erros e equívocos comuns dos alunos na representação gráfica na estatística
Evidente conhecimento do tema	- revela conhecer os conceitos e os procedimentos da representação gráfica na estatística de forma aprofundada e minuciosa
	- compreende os processos adequados de recolha e análise de dados
	- recorre à transnumeração
	- evidencia a relevância do contexto em que se insere um estudo estatístico
	- refere a variabilidade e as medidas para a medir
	- alerta para tópicos relacionados associados ao tema como escalas, proporções, percentagens, áreas, raciocínio proporcional, ...
	- desmonta as componentes chave de um conceito estatístico que são fundamentais para a compreensão e aplicação do conceito
Base teórica de pedagogia	- fomenta uma aprendizagem ativa na sala de aula
	- mantém um discurso que incentiva a discussão, reflexão e argumentação dos alunos
	- estabelece relações entre as experiências que proporciona aos alunos e o que o aluno já sabe
Uso de terminologia e notação adequada	- utiliza com rigor e cuidado a linguagem específica dos gráficos
	- promove a fluência e o rigor com que os alunos se exprimem.
Categorias da <i>transformação</i>	Evidentes quando o professor
Escolha de exemplo adequado	- recorre um exemplo indutivo

	- recorre um exemplo exercício
Escolha de representação	- opta por uma classificação, medida estatística ou representação e esclarece o porquê da opção feita, mostrando reconhecer quando é que um gráfico é mais útil que outro perante uma tarefa a realizar e dos dados a representar
Uso de material de ensino	- usa dados reais
	- recorre a atividades de aprendizagem motivadoras (tarefas de investigação baseadas em dados reais, aprendizagem baseada em problemas)
	- usa tecnologia para desenvolver a compreensão dos conceitos e a análise de dados
	- utiliza a avaliação para conhecer e melhorar a aprendizagem dos alunos.
Categorias da <i>conexão</i>	Evidentes quando o professor
Antecipação da complexidade	- compreende o que torna uma tarefa fácil ou difícil, identificando os aspetos da tarefa que influenciam a sua complexidade
Decisões sobre a sequencialidade	- planeia sequências de ensino adequadas ao desenvolvimento de procedimentos
	- planeia sequências de ensino que visam a compreensão e análise crítica da informação
	- planeia sequências de ensino em que o aluno escolhe adequadamente a representação mais adequada
	- planeia sequências de ensino que visam a comunicação das ideias matemáticas do aluno
Conexões sobre procedimentos	- faz conexões entre procedimentos
Conexões sobre conceitos	-faz conexões entre conceitos e conteúdos
Reconhecimento de adequação conceptual	- discute quando, porquê e como usar determinado conceito.
Categorias da <i>contingência</i>	Evidentes quando o professor
Responder a ideias do aluno	- avalia as ideias alternativas e questões colocadas pelos alunos, incorporando ou não dependendo da pertinência estatística
Desvio do plano de trabalho	- incorpora todas as sugestões ou ideias dos alunos que surgem nas aulas ainda que implique desviar do plano de trabalho
Uso de oportunidades (Não)	- aproveita oportunidades de ensino e aprendizagem para aprofundar determinado aspeto que não tinha previsto desenvolver
Perceção do professor durante a aula	-se apercebe da predisposição do aluno para fazer estatística pelo envolvimento e interesse manifestado

Nesta tabela, teve-se em conta os números apresentados em cada uma das Tabela 5.6 e Tabela 5.7., onde é apresentada a distribuição das categorias dos segmentos de ensino da professora Ana nas dimensões *fundamentação*, *transformação*, *conexão* e *contingência* e nas categorias das dimensões *não fundamentação*, *não transformação*, *não conexão* e *não contingência* a análise da informação recolhida e a lista de todos os segmentos de ensino enquadrados em cada categoria, por dimensão, conseguida a partir das funcionalidades do Atlas.ti.

A gradação da cor é feita segundo o número de segmentos de ensino incluídos em cada categoria, observados nas tabelas, e destacam-se as evidências mais frequentes em cada categoria, do seguinte modo:

 Até 4  De 5 a 8  De 9 a 12  De 13 a 16

As categorias assinaladas com (Não) são categorias cujo número de referências é mais significativo na *não dimensão* do que na *dimensão* correspondente.

5.3. Em síntese

Da análise conjunta das tabelas de resultados apresentadas e da possibilidade de recorrer a uma lista de todas as citações (segmentos de ensino) enquadradas em cada código (categoria) de cada professora, facultada pelas funcionalidades do Atlas.ti, pode-se concluir que as categorias mais evidenciadas foram:

- Conhecimento procedimental, da *fundamentação*
- Evidente conhecimento do tema, da *fundamentação*, essencialmente nas evidências relativas ao conhecimento aprofundado dos conceitos e procedimentos da representação gráfica estatística e nos tópicos específicos de outras áreas da matemática e que condicionam o desempenho dos alunos na Estatística, como escalas, percentagens, áreas, ângulos, marcação de ângulos, raciocínio proporcional, entre outros;
- Material de ensino, da *transformação*, evidenciada essencialmente pelo recurso aos dados reais, recolhidos na própria turma, no caso da professora Ana, e ao tipo de aprendizagem baseada em problemas, que abordavam temáticas de interesse dos alunos, no caso da professora Maria; ambas as professoras recorreram a gráficos apresentados na comunicação social mas falhou a exploração dos mesmos por não terem promovido a discussão fundamental para que a atividade se traduzisse em aprendizagem ativa, quer estatisticamente, quer pedagogicamente; também o uso da tecnologia se limitou a mostrar as funcionalidades do Excel no que respeita à construção de gráficos e aos seus elementos.
- Não Responder a ideias dos alunos e Não Uso de oportunidades, da *não contingência*, por não terem incorporado questões com pertinência estatística, algumas das quais permitiriam abordar ou aprofundar aspetos estatísticos relevantes, que não tinham pensado desenvolver, ou por incorporarem sugestões de alunos sem relevância estatística; a inclusão, na aula, de uma sugestão não estatisticamente pertinente de uma aluna, foi justificada, pelas duas professoras, pelo conhecimento que tinham da aluna e traduziu-se em incentivo à participação dessa aluna, que habitualmente não intervinha nem se envolvia nas aulas e que manifestou interesse na representação gráfica estatística.

Também a categoria Uso de terminologia e notação adequada, da *fundamentação*, foi frequente nas duas análises feitas aos resultados obtidos para cada professora, embora com menor expressão relativamente às mencionadas anteriormente.

A categoria Base teórica de pedagogia destacou-se mais na análise das aulas da professora Maria e foi evidenciada pela gestão de aula que promovia, em que os alunos trabalhavam a pares uma tarefa e discutiam as respostas dadas ou trabalhavam individualmente e a discussão era feita na turma, orientada por questões colocadas pela professora. As estratégias adotadas foram fruto de uma reflexão da professora Maria sobre a melhor maneira de gerir a

aula, atendendo ao conhecimento que tem dos alunos e ao tempo de aula disponível. Essa reflexão foi confirmada na entrevista após a aula do dia 16 de maio, quando a entrevistadora questionou a opção feita, de conduzir a aula por questões orientadoras, em vez de deixar os alunos trabalharem de forma autônoma, individualmente ou a pares, como já tinha feito anteriormente, ao que a professora Maria respondeu:

- Por duas razões. Para já, porque estávamos com o tempo muito apertado e depois há miúdos que se dispersam muito. Se eu desse aquelas questões todas para eles resolverem, há dois ou três que chegam muito rapidamente ao fim e há outros que ficavam na primeira e não avançavam e achei que neste momento queríamos analisar os gráficos e achei que seria a melhor maneira.

A evidência relativa à Base teórica de pedagogia, que refere as relações estabelecidas pelas professoras entre o que os alunos já sabem e o que têm de aprender, é frequente nas análises das aulas das duas professoras.

No que respeita à *conexão*, enquanto os segmentos de ensino, que lhe estão associados e que foram destacados das aulas da professora Maria, evidenciam essencialmente as conexões feitas entre conceitos e entre procedimentos, os destacados das aulas da professora Ana são relativos às questões da categoria Decisões de sequencialidade e, dentro desta, ao fato de planear sequências de ensino adequadas ao desenvolvimento de procedimentos.

Também em ambos os casos de estudo, para além de se registarem atividades que visavam apenas a construção de gráficos, se verificaram situações em que é solicitado ao aluno uma leitura de um gráfico já construído, pelo aluno ou por outros, onde se pede para identificar, para interpretar em caos de respostas claras no gráfico, reformular de forma simplificada o que vê no gráfico (questões de Ler os dados) ou para relacionar ou comparar localmente (questões de Ler entre os dados), sendo mais frequentes na professora Maria os casos de interpretação de gráficos em detrimento da sua construção.

No que respeita aos segmentos de ensino que foram incluídos em mais do que uma categoria e/ou dimensão, são mais frequentes no caso de estudo da professora Maria do que na professora Ana e apontam para momentos da aula mais complexos no que respeita ao conhecimento da professora, em que um mesmo segmento foi percebido segundo diferentes perspetivas.

Numa análise vertical das tabelas de resultados, pode-se constatar que nenhuma das dimensões se torna mais evidente à medida que as aulas vão decorrendo, não se registando tendência para uma ou mais dimensões se tornar mais predominante em detrimento das restantes.

Os resultados apresentados foram obtidos a partir da análise dos dados recolhidos nos dois casos de estudo. A sua discussão, por estudo de caso, foi feita de forma clara e explícita, recorrendo frequentemente a resultados da investigação em educação estatística. Foi ainda feita uma discussão conjunta aos resultados dos dois casos de estudo.

Capítulo 6

Discussão e Conclusões

Neste capítulo, é apresentada uma síntese do estudo e conclui-se a análise e a discussão dos resultados mais relevantes em cada um dos casos de estudo, que permitirão responder às questões formuladas nesta investigação. Referem-se ainda as limitações do estudo e as implicações para futuras investigações e para o ensino da Estatística, mais especificamente, da representação gráfica em estatística.

6.1. Síntese do estudo

No ano letivo 2010/2011 foi implementado, pela primeira vez a nível nacional, o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte, et al., 2007) , que aposta na valorização da literacia estatística e do processo de investigação estatística.

Numa sociedade de informação, é importante desenvolver a literacia estatística, ensinando os alunos a ler e a interpretar dados, para que lidem de forma eficaz com situações do seu quotidiano que envolvem informação estatística. O atual contexto educativo e as orientações curriculares para o ensino da Matemática apontam para mudanças importantes na atuação por parte do professor (Ponte & Nunes, 2010) e justificam a necessidade da realização de estudos que contribuam para um melhor conhecimento sobre a aprendizagem e o ensino das temáticas que constituem o currículo (Fernandes, 2009).

De acordo com Saraiva (2001), essa mudança depende do desejo do professor para que ocorra porque pode sujeitar o professor a correr riscos inerentes às inovações educacionais e enfrentar a insegurança de novas abordagens. A mudança contém elementos de incerteza e o professor precisa de sentir que controla os acontecimentos, em interação com os alunos e também com outros elementos do meio escolar, como os colegas, a escola e o sistema educativo, o que pode condicionar a sua prática.

O programa de Matemática do ensino básico, agora implementado nas escolas, constitui um documento de trabalho elaborado para ser efetivamente usado pelos professores na sua prática profissional (Ponte & Sousa, 2010). Nele se definem as finalidades e objetivos gerais, temas matemáticos, capacidades transversais e orientações metodológicas.

Neste estudo, pretendeu-se estudar o modo como duas professoras, do ensino básico e secundário, interpretaram e implementaram, na sua prática letiva o programa de Matemática do ensino básico e as orientações curriculares e metodológicas relativas ao tema *organização e tratamento de dados*, mais especificamente, à representação gráfica em estatística, em turmas de 7º ano de escolaridade no ano letivo de 2010/2011.

Pretendeu-se estudar e compreender o que as professoras conhecem, como interpretam e o que fazem com o que conhecem e interpretam enquanto ensinam o tópico das representações gráficas estatísticas. Para isso, estudou-se o conhecimento estatístico mobilizado pelas professoras, procurou-se compreender como interpretam o PMEB, no que respeita ao tópico em causa, e como articularam a sua prática letiva com essa interpretação, tendo em conta a natureza complexa do conhecimento profissional, onde atuam e se relacionam uma variedade de fatores, vivências, pensamentos, concepções e crenças.

Para facilitar a abordagem ao problema estabelecido, foram formuladas as seguintes questões, para cada caso de estudo:

- Quais os conhecimentos estatísticos mobilizados pela professora, quando ensina representação gráfica em estatística, a alunos do 7.º ano de escolaridade, no primeiro ano de implementação, a nível nacional, do novo programa de Matemática do ensino básico?
- Qual o conhecimento pedagógico do conteúdo que a professora revela na representação gráfica estatística?
- A prática da professora contribui para desenvolver uma cultura de aula de acordo com as finalidades e objetivos do PMEB?

Dada a natureza do problema de investigação, em que se pretende compreender e não generalizar, foi adotada uma aproximação metodológica de tipo qualitativo, através de dois estudos de caso realizados com duas professoras que lecionaram o tema *organização e tratamento de dados*, no ano letivo 2010/2011, a alunos do 7.º ano de escolaridade.

A recolha de dados teve início com uma entrevista semiestruturada, realizada antes de cada uma das professoras iniciar o tema e que visava o contexto, as crenças e concepções das participantes sobre a estatística e o seu ensino e aprendizagem e a sua interpretação do programa. Todas as aulas dedicadas ao tema *organização e tratamento de dados*, lecionadas por cada uma das professoras, foram gravadas em vídeo e áudio. Foram também realizadas entrevistas posteriores a cada uma das aulas, que se assemelhavam a conversas informais, onde se confrontava a prática letiva de cada professora com os seus conhecimentos e concepções.

O procedimento de análise dos dados passou pela transcrição integral de todas as aulas gravadas e de todas as entrevistas realizadas e pela operação de categorização, cujo objetivo foi a criar um quadro de categorias e evidências, posteriormente aplicado às transcrições das aulas.

O sistema de categorização foi desenvolvido com base no modelo do Quarteto do Conhecimento e traduz-se num quadro devidamente ajustado para poder corresponder aos objetivos do estudo e baseado em estudos de autores reconhecidos na investigação em educação estatística, citados na revisão da literatura. O modelo ajustado foi aplicado a cada sequência de ensino constituída pela transcrição de cada atividade de ensino implementada

em sala de aula, onde se identificaram segmentos de ensino considerados elucidativos no que respeita ao conhecimento de cada uma das professoras.

Depois de uma análise cuidada dos dados recolhidos, foram resumidos os resultados obtidos na análise da informação recolhida e feita uma primeira discussão dos resultados em cada estudo de caso.

A análise e a discussão de resultados dos estudos de caso permitirão apresentar as conclusões do estudo e as respostas às questões formuladas, assim como as limitações do estudo e algumas recomendações consideradas pertinentes para futuras investigações e para o ensino da Estatística, mais especificamente, da representação gráfica em estatística.

A partir do estudo de cada um dos casos, foi possível construir a Tabela 5.5, apresentada na página 314. Estas tabelas condensam a informação recolhida na investigação e ajudaram a estabelecer as conclusões, que a seguir se apresentam.

6.2. Conclusões

As duas professoras participantes no estudo lecionaram *organização e tratamento de dados* a alunos do 7.º ano de escolaridade e revelaram conhecer os conteúdos do tema incluídos no 3.º ciclo do ensino básico, e também os do 2.º ciclo, que, neste período de transição de programa de Matemática, terão de ser lecionados também no 3.º ciclo.

Mostraram conhecer de forma aprofundada os procedimentos da representação gráfica na Estatística, na construção dos diferentes tipos de gráfico, nos elementos que compõem cada gráfico e na linguagem específica que lhe está associada e que permite a discussão dos dados aí representados (Conhecimento procedimental, sombreado, da *fundamentação*). A ênfase dada aos objetivos da representação gráfica estatística nas aulas das professoras, leva a concluir que a conceção que têm do tópico difere da conceção de muitos professores, que a identificam apenas como uma técnica de gráficos (Consciência dos objetivos, da *fundamentação*).

No entanto, há aspetos fundamentais da representação gráfica estatística a que dedicaram pouca atenção ou não referiram ao longo das aulas: a questão da variabilidade, que é uma ideia chave no tema em questão, não teve qualquer referência explícita, apesar de ter surgido oportunidade para o fazerem; a transnumeração, que se limitou à passagem da representação dos dados em tabelas de frequência para um determinado tipo de gráfico, previamente escolhido, e o contexto, que tem o papel essencial de atribuir significado a algumas mensagens transmitidas pelo gráfico (Evidente conhecimento do tema, não sombreado, da *fundamentação*).

Os resultados mostram que as professoras compreendem a importância da leitura e interpretação de dados, ainda que a professora Ana, dado o pequeno número de aulas disponível para lecionar o tema, tenha insistido mais na construção (Decisões sobre a sequencialidade, da *fundamentação*) e a professora Maria tenha investido em tarefas em que

o gráfico está construído e onde é solicitado aos alunos que relacionem dados, interpretem e comparem, quer localmente quer globalmente (Decisões sobre a sequencialidade, da *fundamentação* e Tabela Tabela 5.3 relativa aos níveis de compreensão gráfica). As professoras demonstram reconhecer o papel importante que as representações gráficas no desenvolvimento da literacia estatística e a necessidade de insistir na análise crítica de gráficos que a sociedade oferece no dia-a-dia (Uso de material de ensino, da *transformação*). No entanto, quando propõem aos alunos que escrevam um pequeno texto com informações retiradas de um gráfico selecionado de um jornal ou revista, não exploraram a pertinência estatística nem pedagógica da atividade, não aproveitando para desenvolver a compreensão e a comunicação estatística, através da discussão, na turma, de alguns dos gráficos selecionados e dos textos correspondentes.

No que respeita ao conhecimento das dificuldades e conceções alternativas dos alunos, esse conhecimento é escasso e tem origem na experiência profissional das professoras, como a falta de destreza na marcação dos ângulos no gráfico circular, a dificuldade em estabelecer uma escala ou as questões de “pelo menos” ou “mais de” na interpretação de dados (Identificação de erros e dificuldades, da *fundamentação*). Assim, há um leque de erros e dificuldades já diagnosticados na literatura da educação estatística que as professoras não conseguem antecipar e cujo conhecimento se traduziria numa preciosa ajuda profissional, como por exemplo, a omissão de intervalos de frequência nula na construção do histograma, a confusão entre valor da variável e frequência absoluta, a interpretação de gráficos ao nível da leitura para lá dos dados e por detrás dos dados e selecionar incorretamente o tipo de gráfico adequado a um determinado contexto e ao tipo de estudo a fazer. O conhecimento prévio destas dificuldades poderia levar as professoras a sugerir situações em que os alunos se confrontassem com estas dificuldades e com o modo de as ultrapassar (Antecipação da complexidade, não sombreado, da *conexão* e Escolha de representação, da *transformação*).

O estudo permite constatar que as atuais fontes de conhecimento das duas professoras diferem: a professora Maria recorre à leitura de documentos de apoio à implementação do PMEB e à partilha de saberes com colegas da escola, dispondo para isso de um tempo da componente não letiva, marcada no seu horário (da entrevista inicial), enquanto a professora Ana, por ser a única professora do seu grupo disciplinar a lecionar o 7.º ano de escolaridade no ano letivo 20010/2012 e por ser o ano de implementação do programa, não o discute com colegas da escola, prepara o tema de forma autónoma (da entrevista inicial) e recorre a textos dos manuais escolares. Ambas possuem a sua própria experiência docente, uma vez que já lecionaram o tema quer no ensino básico quer no ensino secundário.

As aulas de ambas as professoras centram-se em resolver tarefas e exercícios que escolheram antecipadamente, em esclarecer dúvidas e reforçar o conhecimento dos alunos, no que respeita, essencialmente, às características e aos elementos dos gráficos, através do questionamento oral, que é amplamente privilegiado. Em algumas aulas, a professora Maria adotou o trabalho a pares na realização de algumas tarefas e promoveu a discussão das

interpretações feitas. Nas restantes aulas, a metodologia adotada foi semelhante à da professora Ana, dar tempo para os alunos resolverem cada uma das alíneas da tarefa e ir comentando alínea por alínea. No entanto, a professora Maria permanecia no quadro, ia pedindo a colaboração dos alunos na correção das alíneas, aceitando as suas sugestões de resolução e escrevendo as suas respostas no quadro, enquanto a professora Ana solicitava a um aluno que passasse ao quadro e ia ditando o que o aluno deveria escrever e apontando onde deveria escrever. Assim, em termos gerais, nas aulas, a professora Ana mantinha-se no nível unidirecional do diálogo, em que é o professor que detém o conhecimento matemático e explica-o ao aluno, tomando todas as decisões e marcando o ritmo de aprendizagem enquanto a professora Maria se mantinha no nível contributivo, em que, ainda que detenha a autoridade na aula, os alunos podem sugerir estratégias de resolução (Base teórica de pedagogia, da *fundamentação*).

As estratégias adotadas pelas professoras para corrigir erros ou dificuldades dos alunos, limitam-se a reorganizar o pensamento dos alunos através de outras questões consideradas pertinentes para o efeito ou a recorrer a exemplos que consideram ilustrativos (Escolha de exemplos, da *transformação*), não revelando preocupação em compreender o que justifica a dificuldade manifestada pelo aluno, nem procurando que seja o próprio aluno a perceber o porquê do erro e a corrigi-lo.

A adoção de estratégias, a seleção do material de ensino, a organização adotada na prática letiva e os papéis que reservam para si e para os alunos são influenciados pelas concepções que as professoras têm da estatística, da representação gráfica estatística e do conhecimento e interpretação que fazem do programa. As professoras consideram que os alunos têm uma ideia bastante positiva da estatística e têm a conceção de uma disciplina atrativa para os alunos, devido ao uso frequente de gráficos noutras disciplinas e em diversas situações do dia-a-dia, reconhecendo os objetivos do tópico e a sua importância na atual sociedade (entrevista inicial). O tema *organização e tratamento de dados* foi o último tema a ser abordado pelas duas professoras, no ano letivo 2010/2011, apesar de, em nenhum dos percursos temáticos de aprendizagem sugeridos nos documentos de apoio à implementação do programa, este figurar no final do ano letivo. Este aspeto mantém-se relativamente ao que era habitual e que foi já mencionado na investigação, que os professores acabavam por dedicar poucas aulas ao tema da Estatística.

Revelam reconhecer a literacia estatística como objetivo do programa de Matemática, através das atividades propostas onde sugerem a construção, a leitura e a interpretação de dados e a comparação de distribuições, mas não ultrapassam o nível de exigência estabelecido na própria atividade e não levantam questões ou incorporam sugestões de alunos, que as poderiam atirar para uma zona menos segura relativamente aos conhecimentos estatísticos (Categorias da *não contingência*). A planificação apresentada pela professora Maria (anexo B), antes de começar a lecionar o tema, mostra que conhece os conteúdos que integram o programa e as orientações curriculares e metodológicas relativas ao tópico das

representações gráficas estatísticas e que consultou os materiais de ensino disponibilizados pelo Ministério de Educação. Os objetivos a atingir com a resolução das tarefas selecionadas pela professora Maria tornam claro que procura corresponder às finalidades e aos objetivos gerais de aprendizagem da representação gráfica estatística, articulando com a capacidade transversal da comunicação (Tabela 5.4. dos objetivos gerais de ensino).

A falta de tempo é um fator decisivo nas opções curriculares e metodológicas adotadas e, atendendo a que o programa pretende ser de ciclo e não por ano de escolaridade, a professora Ana optou por fazer uma breve abordagem a diversas representações gráficas, na sua construção e leituras simples e, no próximo ano letivo, continuar a explorar o tema e aprofundar certos aspetos (entrevista posterior à aula 13 de junho). Já a professora Maria propôs algumas atividades que recorriam a um nível superior de leitura, essencialmente, nas tarefas que selecionou das propostas dos professores das turmas experimentais do PMEB.

No programa de Matemática é sugerida a realização, em grupo, de pequenos estudos estatísticos, em que os alunos formulam as questões, planeiam o estudo, selecionam as amostras adequadas, recolhem os dados, representam-nos e interpretam-nos, de modo a responder às questões formuladas. Ambas as professoras mostraram compreender os processos adequados de recolha e análise de dados mas não houve, nas aulas de Matemática, a sugestão da realização de uma investigação estatística, onde os alunos tivessem de formular as próprias questões ou de selecionar a representação gráfica mais adequada (Escolha de representação, não sombreada na professora Ana e praticamente não sombreada na professora Maria, da *transformação*). A falta de tempo condicionou as opções curriculares e impediu de verificar a valorização dada pelas professoras à investigação estatística. A professora Maria propôs a realização de um estudo estatístico no Estudo Acompanhado, em que os alunos teriam de passar por todas as fases de um estudo desse tipo. As variáveis em estudo identificavam-se com características dos próprios alunos e o seu desempenho em atividades da Educação Física, resultados da milha e número de abdominais.

As professoras revelaram-se críticas em relação à exigência do programa neste tópico (entrevistas iniciais). Na última entrevista, a professora Maria considerou que a unidade foi trabalhada na sua totalidade, à exceção de “pequenos pormenores” e, que, no geral, os alunos superaram as expectativas. No entanto, clarificou que alguns aspetos do tópico se tornaram complicados de lecionar por estar habituada a trabalhá-los no 10.º ano, com mais tempo disponível para lecionar o tema e com alunos com outra maturidade, nomeadamente, no que respeita ao diagrama de extremos e quartis e ao histograma com classes de diferentes amplitudes, que não considera relevante lecionar a alunos do 7.º ano, e que não aparece explícito no programa. Também a professora Ana considera o programa muito exigente em alguns aspetos, refere a necessidade de um certo grau de maturidade dos alunos para poderem corresponder às exigências do programa mas realça que o programa, na sua perspetiva, promove o desenvolvimento da capacidade de raciocínio e, na última entrevista, lamenta não ter tido tempo para abordar todos os conteúdos e orientações que estão enunciados, considerando importante retomar o tema no 8.º ano de escolaridade.

Esta investigação não tem como objetivo classificar de “bom” ou “mau” o conhecimento profissional das professoras mas explorar o modo como interpretam e implementam o PMEB na sua prática letiva e como compreendem e ensinam a representação gráfica em estatística. As características dos diferentes domínios do conhecimento em Estatística das duas professoras, no tópico da representação gráfica, são agora apresentadas como resposta às questões colocadas.

Antes, porém, é importante realçar que o número de aulas, integralmente dedicadas *organização e tratamento de dados*, é pequeno no caso das professoras participantes no estudo, sendo 7 no caso da professora Maria e 4 no da professora Ana. A definição das estratégias a adotar para a sala de aulas depende de muitos fatores, como do currículo a lecionar, das características dos alunos da turma, das condições e recursos de que se dispõe, das conceções do professor sobre o tema e o ensino. Também a falta de tempo é um fator que condiciona as opções curriculares e metodológicas feitas pelas professoras uma vez que têm de procurar uma forma económica de apresentar o tema, ou o tópico, em termos de tempo.

Quais os conhecimentos estatísticos mobilizados pela professora quando ensina representação gráfica em estatística?

De uma forma geral e em relação à professora Maria, destacam-se as seguintes características do seu ensino na representação gráfica estatística:

- Concebe a Estatística como uma área de conhecimento que importa ensinar para que os alunos possam entender a sociedade de informação em que vivemos e enfatiza frequentemente os objetivos da Estatística e da representação gráfica na aula;
- revela um conhecimento adequado de conceitos e procedimentos da construção de gráficos e dos seus elementos, utilizando a linguagem específica de cada tipo de gráfico e uma terminologia rigorosa e notação adequada;
- revela segurança quando estuda na aula situações estatísticas que não pode preparar antecipadamente;
- não realça aspetos fundamentais da Estatística e na representação gráfica, como a variabilidade ou a transnumeração; enfatiza a importância do contexto e evita a personificação dos dados;
- propõe atividades que solicitam que o aluno faça mais do que uma simples leitura do gráfico, que interprete, que compare em aspetos bem determinados e aspetos mais globais, que critique, contextualize e argumente;
- evidencia a importância de tópicos específicos de outras áreas da matemática que condicionam o desempenho dos alunos na representação gráfica.

Em relação à professora Ana:

- Concebe a Estatística como uma área de conhecimento que importa ensinar para que os alunos possam entender a sociedade de informação em que vivemos e enfatiza os objetivos da Estatística e da representação gráfica na aula;
- a conceção da representação gráfica da professora Ana, revelada nestas 4 aulas, está centrada na habilidade dos alunos nos procedimentos da construção dos gráficos referidos no programa de Matemática e nos seus elementos;
- revela um conhecimento adequado de conceitos e procedimentos da construção de gráficos e dos seus elementos, utilizando a linguagem específica de cada tipo de gráfico e uma terminologia rigorosa e notação adequada;
- revela segurança quando se depara na aula com situações estatísticas que não pode prever antecipadamente;
- não realça aspetos fundamentais da Estatística e na representação gráfica, como a variabilidade, a transnumeração ou o contexto;
- propõe leituras simples dos gráficos, interpretações de gráficos com respostas claras e comparações em aspetos bem determinados;
- evidencia a importância de tópicos específicos de outras áreas da matemática que condicionam o desempenho dos alunos na representação gráfica.

Qual o conhecimento pedagógico do conteúdo que a professora revela na representação gráfica estatística?

Relativamente à professora Maria:

- As representações de ensino que utiliza são os exemplos indutivos, as tarefas e os exercícios que adota do material de ensino disponibilizados pelos professores das turmas que experimentaram o programa de Matemática no ano letivo anterior e do manual escolar adotado na escola que leciona, explicações e perguntas de diversos tipos;
- a seleção dos exercícios tem em conta os conhecimentos prévios que os alunos trazem para a aula;
- proporciona um ambiente de confiança na sala de aula e procura que os alunos se envolvam, através de resoluções individuais ou a pares das tarefas selecionadas, e de correções feitas pelos próprios alunos;
- o seu discurso tende a ser contributivo, estimulando os alunos a darem respostas e a colocarem perguntas;
- a forma habitual com que identifica os erros e dificuldades dos alunos na representação gráfica é através da correção dos exercícios resolvidos pelos alunos ou das dúvidas que vão colocando no decorrer da aula; habitualmente, não procura a justificação para os erros cometidos pelos alunos, corrigindo-os ela própria;

- a avaliação que faz da pertinência estatística nem sempre é muito clara, uma vez que, por vezes, incorpora sugestões dos alunos não estatisticamente pertinentes e outras, perde a oportunidade de enriquecer a aula não incorporando a sugestão do aluno.

Relativamente à professora Ana:

- As representações de ensino que utiliza são as definições e exercícios que adota de manuais escolares, explicações e perguntas que são, essencialmente, de confirmação;
- a seleção dos exercícios tem em conta os conhecimentos prévios que os alunos trazem para a aula;
- proporciona um ambiente de confiança na sala de aula e procura que os alunos se envolvam mas não partilha a autoridade, marca de forma clara o ritmo que pretende imprimir na aula;
- o seu discurso tende a ser unidirecional, num sentido único, da professora para o aluno;
- a forma habitual com que identifica os erros e dificuldades dos alunos na representação gráfica é através da correção dos exercícios resolvidos pelos alunos; habitualmente, não procura a justificação para os erros cometidos pelos alunos, corrigindo-os ela própria;
- nem sempre incorpora as sugestões dos alunos, mesmo no caso em que são estatisticamente pertinentes.

A prática da professora contribui para desenvolver uma cultura de aula de acordo com as finalidades e objetivos do PMEB?

No que respeita à professora Maria:

- atribui uma importância relativa ao currículo escrito, procura reproduzir as inovações curriculares e adota algumas das indicações metodológicas;
- segue, como guias curriculares, os materiais de apoio à implementação do novo programa disponibilizados pelo Ministério de Educação e o manual escolar adotado na escola em que leciona;
- utiliza diversas representações gráficas: pictograma, diagrama circular, gráfico de linhas, gráfico de barras, diagrama de caule-e-folhas e histograma;
- assume a literacia estatística como objetivo do tema, ensinando os alunos a ler e a interpretar gráficos de diferentes tipos; mas evidencia fragilidades na exploração de gráficos da comunicação social, na comparação de duas distribuições e na análise crítica de informação de natureza estatística;
- propõe atividades que visem o trabalho a pares e situações de aprendizagem que promovam a interação entre os alunos e entre alunos e professora, a discussão e a argumentação mas não planeia ou realiza pequenas investigações estatísticas;
- faculta aos alunos exercícios que proporcionam uma prática compreensiva de procedimentos mas não no que respeita ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e promover o raciocínio;

- procura desenvolver a comunicação de forma clara e rigorosa, quer oral quer por escrito.

No que respeita à professora Ana:

- Atribui importância relativa ao currículo escrito, uma vez que procura reproduzir as inovações impostas em relação aos conteúdos específicos a lecionar mas não adota às indicações metodológicas feitas, no que respeita às abordagens, tarefas e recursos;
- segue, como guias curriculares, os manuais escolares;
- utiliza diversas representações gráficas: pictograma, gráfico de pontos, diagrama circular, gráfico de barras, diagrama de caule-e-folhas e histograma;
- não propõe atividades que visem o trabalho em grupo nem a pares nem a autonomia, nem situações de aprendizagem que promovam a interação entre os alunos e entre alunos e professora, a discussão, a argumentação e a justificação de ideias, como sugerem as orientações metodológicas do programa;
- faculta aos alunos exercícios que proporcionam uma prática compreensiva de procedimentos mas não no que respeita ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e promover o raciocínio e a comunicação;
- promove a fluência oral dos alunos em termos da terminologia e notações adequadas.

Em síntese, através deste estudo, constatou-se que ambas as professoras concebem a Estatística como parte importante a ensinar, centrada nos gráficos e as opções que fizeram harmonizam-se com esta conceção (Eichler, 2010). O estudo permite concluir que as professoras reconhecem a literacia estatística como objetivo do programa de Matemática do ensino básico. A conceção da estatística da professora Maria está relacionada com a compreensão e interpretação de dados representados graficamente, mas limitou-se a trabalhar com conjuntos de dados e gráficos já construídos. Concebe a representação gráfica como uma ferramenta que cumpre o papel de dotar de significado os dados e de ajudar na interpretação dos mesmos, incentivando o trabalho a pares ou individual e estimulando os alunos a darem respostas e a colocarem questões. Também a professora Ana destaca o papel da compreensão e interpretação na estatística mas a falta de tempo condicionou as suas opções curriculares e acabou por trabalhar essencialmente a construção de gráficos. Assim, na sua prática docente, exhibe a representação gráfica como uma técnica de gráficos e baseia a sua docência em definir, explicar e exemplificar, o que não converge com a conceção revelada pela professora da Estatística, do seu ensino e aprendizagem.

As professoras mostraram um escasso conhecimento pedagógico do conteúdo, manifestando algumas fragilidades na transformação do seu conhecimento, estatístico e do currículo, numa forma pedagogicamente forte que torne mais compreensível o conteúdo a lecionar. As atividades selecionadas convergem com os objetivos específicos da estatística mas a forma como foram apresentadas e implementadas na aula, divergem das orientações metodológicas sugeridas e das recomendações vigentes na literatura em educação estatística, não proporcionando novas experiências significativas aos alunos. O conhecimento dos erros e

dificuldades dos alunos que revelaram foi o adquirido através da sua experiência docente no tema, mas desconhecem os resultados da investigação sobre esse item.

Nesta investigação, descreveu-se o conhecimento estatístico mobilizado por duas professoras quando lecionaram *organização e tratamento de dados* a alunos do 7.º ano de escolaridade no ano de implementação do programa de Matemática, a nível nacional, a sua interpretação e a articulação dessa interpretação com a prática letiva. As professoras revelaram um conhecimento adequado do conteúdo mas, apesar de revelarem compreensão das orientações curriculares, exibiram fragilidades no conhecimento pedagógico do conteúdo, no que se refere ao saber necessário para ensinar representações gráficas estatísticas, nomeadamente na forma de apresentar e explorar o tópico de modo a desenvolver nos alunos capacidades fundamentais na Estatística e do programa.

Este programa de Matemática (Ponte, et al., 2007) valoriza a literacia estatística, ensinando os alunos a ler e a interpretar, nomeadamente gráficos da comunicação social, e do processo de investigação estatística. As professoras não concebem a estatística como um conjunto de técnicas e reconhecem a sua importância prática mas na sua prática letiva, no que fazem na aula com o que conhecem e interpretam, revelam dificuldades na implementação de atividades de ensino inovadoras e um conhecimento escasso das dificuldades e dos processos de aprendizagem dos alunos.

O ano letivo de 2010/2011 foi o ano de implementação, a nível nacional, do programa de Matemática e verificou-se que as intenções do novo currículo foram percebidas pelas professoras mas o currículo implementado nas salas de aula não corresponde à compreensão demonstrada. Relativamente aos recursos de apoio à implementação do novo programa, a professora Maria revelou ter conhecimento enquanto que a professora Ana não os mencionou. Estes resultados coincidem, em parte, com os apresentados por Batanero (2009), Pinto (2010) e Caseiro (2010), que constatarem que os professores participantes dedicam poucas aulas ao ensino da estatística e que revelam dificuldades na aquisição de alguns domínios do conhecimento pedagógico do conteúdo. Convergem também com as conclusões de Fernandes (2009) que realça que as orientações e recomendações atuais do ensino não estão a ser inteiramente cumpridas pelos professores e com Ponte e Nunes (2010) e Saraiva (2001), que alertam que não basta incluir mudanças no currículo, para que estas aconteçam, sendo fundamental que os professores desejem essa mudança.

6.3. Interesse e relevância

Segundo Adler, Ball, Krainer, Lin e Novotna (2005), o trabalho do professor é cada vez mais exigente porque as orientações curriculares em Matemática lhe colocam novos desafios, em particular na forma como fazem a gestão do currículo.

É, no entanto, conhecida a falta de correspondência, que existe muitas vezes, entre o currículo pretendido e o currículo implementado (Verschut & Bakker, 2010; Kilpatrick, 1999). Kilpatrick (1999) compara o currículo a um oceano e sublinha que o mais determinante não é o que se verifica à superfície dos documentos oficiais mas sim no fundo do oceano, ou seja, na sala de aula.

Justifica-se, então, a realização de estudos que investiguem o conhecimento profissional dos professores na prática docente e como articulam a prática com o conhecimento que têm do currículo.

Esta investigação tem como linha de investigação o conhecimento profissional do professor e a representação gráfica em Estatística, tal como muitos outros estudos. A contribuição e relevância deste estudo no campo da educação estatística devem-se:

- à forma clara e precisa das questões de estudo formuladas, que se revestem de originalidade e significado por não haver estudos que abordem a correspondência entre o currículo pretendido e o currículo implementado efetivamente na sala de aula, verificada nas aulas de duas professoras que lecionam alunos do 7.º ano de escolaridade no ano de implementação do programa de Matemática (**PMEB, 2007**); pelos resultados não triviais, que são justificados pelo design da investigação e pelos instrumentos adotados e que respondem às questões colocadas;
- e à aplicação do modelo Quarteto do Conhecimento, devidamente ajustado às questões de estudo que envolvem os conhecimentos mobilizados por duas professoras quando implementam, em sala de aula, o tema *organização e tratamento de dados*, mais especificamente, no tópico da representação gráfica.

O sistema de categorias adotado neste estudo baseou-se no modelo Quarteto do Conhecimento, que foi devidamente ajustado para melhor responder às questões de estudo formuladas. A opção deste modelo passou por se considerar adequado às características do estudo, que procura responder a questões do conhecimento do professor quando esse conhecimento é posto em ação na sala de aula, e pelo fato de não se conhecer, até à data em que se teve de fazer a escolha do modelo que enquadraria a investigação, nenhuma aplicação do Quarteto do Conhecimento ao conhecimento estatístico mobilizado pelo professor quando ensina representação gráfica estatística.

Na aplicação do sistema de categorias e evidências aos dados recolhidos nesta investigação, o modelo revelou-se útil e eficaz na análise da prática letiva de duas professoras experientes quando lecionam o tema *organização e tratamento de dados* a alunos do ensino básico porque os momentos considerados significativos em relação ao conhecimento profissional das professoras foram acomodados, em pelo menos, uma das categorias definidas.

6.4. Limitações

Foram identificadas as seguintes limitações neste trabalho:

Através dos instrumentos de recolha de dados utilizados, a investigação centrou-se em estudar o conhecimento profissional das professoras no ato de ensino das representações gráficas. Não se exploraram as contribuições do trabalho colaborativo de que a professora Maria pôde usufruir e a professora Ana não.

A professora Maria pôde ainda contar com os tempos dedicados ao Estudo Acompanhado para realizar um pequeno estudo estatístico, em trabalho de grupo, onde as variáveis estatísticas a estudar diziam respeito a características ou desempenhos dos alunos em atividades da Educação Física e em que os alunos teriam de escolher a representação gráfica adequada e interpretar os dados, retirando conclusões sobre algumas características da turma. Não foi solicitada a autorização para gravar a realização destas aulas, pelo que não foi possível averiguar a gestão feita pela professora na sala de aula, a organização da aprendizagem ou o papel que reservou para si e para os alunos na realização do estudo.

A avaliação dos alunos no desempenho da Estatística foi feita através de uma prova escrita de avaliação. Não se procurou verificar o que as professoras consideraram importante e adequado avaliar no tópico das representações gráficas.

A interpretação feita pelas professoras do currículo ideal e escrito tem, neste trabalho, um papel relevante e essa interpretação foi percecionada a partir das sequências de ensino adotadas pelas professoras e o modo como foram exploradas na aula e pelas respostas que as professoras deram nas entrevistas, na inicial, que as abordou explicitamente, e nas curtas, realizadas no final de cada aula ou quando foi possível. Não foi feita uma abordagem diferente, através, por exemplo, de um questionário que ajudasse a esclarecer essa interpretação.

6.5. Recomendações

Este trabalho possibilitou contribuir para a compreensão do conhecimento profissional de professoras do ensino não superior que lecionaram estatística no ano letivo de 2010/2011 a alunos do 7.º ano de escolaridade. Apresenta-se agora algumas implicações que surgem a partir dos resultados do estudo e que podem ser encarados na perspetiva de futuras investigações como implicações para o ensino ou para a formação de professores.

O pequeno número de aulas que dedicaram à *organização e tratamento de dados*, não facilitou a realização de um “pequeno estudo estatístico”, nas aulas de Matemática, como é

apontado no programa. A questão que se pode colocar é: E se tivessem mais tempo letivo, propunham a realização desse estudo?

O fato de nenhuma das professoras ter realizado uma investigação estatística baseada em situações reais, onde teriam de formular questões estatísticas, planejar o estudo, selecionar amostras adequadas, recolher dados sobre os elementos das amostras, representá-los e interpretá-los, fazer conjecturas e discutir a validade das conclusões para a população ou populações de onde as amostras foram selecionadas, pode constituir um obstáculo a propor aos alunos a realização de um trabalho desse tipo.

Perante uma investigação estatística, como reagiriam os professores? Quais as maiores dificuldades experimentadas? Quais os erros cometidos? Seriam iguais aos erros e equívocos dos alunos já divulgados em investigações na educação estatística? Quais as implicações que um estudo deste tipo, realizado pelo professor, teria na sua prática letiva?

O mesmo tipo de questão se coloca perante a análise de um gráfico da comunicação social. As propostas feitas pelas duas professoras acabaram por não se traduzir em aprendizagem significativa pela ausência do momento em que o aluno esclarecia os restantes elementos da turma do porquê da escolha daquele gráfico e a argumentação da informação retirada do mesmo. Se tivessem de ser os professores a fazer a escolha de um gráfico da comunicação social, quais os aspetos que realçavam? Até que ponto se sentiriam seguros nessa análise? Que implicações pedagógicas traria a realização de análises de gráficos feita pelos próprios professores? Teria influência no tipo de questões feitas aos alunos na aula? E as atividades selecionadas, passariam a ser diferentes?

Outros aspetos poderiam também ser alvo de pesquisa, como as diferenças que existem no conhecimento do professor quando se compara a sua prática docente nos dois anos consecutivos, 7.º e 8.º ano de escolaridade, como se modificaria o ensino com o recurso às novas tecnologias de informação, ou, no sentido de averiguar a distinção entre o currículo implementado e o adquirido, qual o currículo adquirido pelos alunos a partir de uma determinada prática profissional?

Como reflexão final, o trabalho apresentado nesta tese permitiu compreender o conhecimento profissional de duas professoras em Estatística, com especial atenção para a representação gráfica. Particularmente, foram identificados alguns traços característicos do seu conhecimento pedagógico e de como organizam o seu conhecimento em sala de aula. Os resultados permitem reconhecer a existência de diferentes professores que constroem e integram diferentes aspetos do seu conhecimento profissional de acordo com a sua formação inicial, as suas ideias sobre o tema e o tópico específico, do conhecimento do conteúdo a ensinar e da sua própria experiência e prática docente. O trabalho procurou perceber o que cada professora conhece, como interpreta e o que faz com o que conhece e interpreta e,

nesse sentido, é tão importante o que faz como o que não faz e porque não faz, abrindo uma linha de pesquisa específica sobre o conhecimento profissional em Estatística.

É importante continuar a investigar e alargar o conhecimento profissional dos professores, neste e em outros tópicos de Estatística e em outros aspetos que proporcionem mais informação que ajude a melhorar esse conhecimento e compreensão, que irá contribuir para melhorar a construção do conhecimento dos alunos e facilitar o seu sucesso educativo.

Bibliografia

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: ME/DEB.
- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F.-L., & Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Education Studies in Mathematics*, 60(3), 359-381.
- ALEA - *Ação Local de Estatística Aplicada*. (s.d.). Obtido em Janeiro de 2012, de <http://www.alea.pt/html/nocoes/html/nocoes.html>
- Aoyama, K. (2006). Investigating a hierarchy of students' graph interpretation. In A. Rossman, & B. Chance (Ed.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Brasil: International Statistical Institute.
- Aoyama, K. (2007). Investigating hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Educations*, 2(3), pp. 298-318.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., & Contreras, J. (2013). Prospective primary school teachers' errors in building statistical graphs. *Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*. Antalya - Turquia.
- Atlas.ti. (2013). Berlin: Atlas.ti/mbh.
- Bardin, L. (1995). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: edições 70.
- Barros, P. (2004). Os futuros professores do 2.º ciclo e a estocástica: dificuldades sentidas e o ensino do tema. *Dissertação de Mestrado*. Universidade do Minho.
- Batanero, C. (2000). *¿Hacia dónde va la educación estadística?* Obtido em 08 de 2012, de Educacion estadística: <http://www.ugr.es/~batanero/didactica%20de%20la%20estadistica.htm>
- Batanero, C. (2001). *Didáctica da Estatística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho, & P. F. Correia (Ed.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 7-21). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C., Arteaga, P., & Ruiz, B. (2009). Statistical graphs produced by prospective teachers in comparing two distributions. In V. Duran_Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Ed.), *Proceedings of the Sixth Conference of European in Mathematics Educations (CERME 6)* (p. 10). Lyon: ERME.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1).
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R., & Holmes, P. (2012). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Educations in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Baxter, B., & Jack, S. (2008). Qualitative Case Study Methodology: Study Design and Implementation for Novice Researchers. *The Qualitative Report*, 13(4).
- Begg, A. (2005). Statistics curriculum and development: New ways of working. In G. Burrill, & M. Camden, *Curricular development in statistics education: International Association for Statistical Education 2004 Roundtable* (pp. 10-20). Voorburg, Holanda: International Statistical Institute.
- Ben-Zvi, D., & Friedlander, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. In J. Garfield, & G. Burrill, *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics* (pp. 45-55). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Portugal: Porto Editora.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125-153.
- Bruno, A., & Espinel, M. C. (2009). Construction and evaluation of histograms in teacher training. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(4), 473-493.
- Burgess, T. (2006). A framework for examining teacher knowledge as used in action while teaching statistics. In A. Rossman, & B. Chance (Ed.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Statistical Institute. Salvador, Brazil: International.
- Canavarro, A. P., & Santos, L. (2012). Explorar tarefas matemáticas. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira, *Investigação em Educação Matemática - Práticas de ensino da Matemática* (pp. 99-104).
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Munoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. *Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*. Antalya - Turquia.
- Carrillo, X., Climent, Y., Contreras, W., & Munoz-Catalán, Z. (2013).
- Carvalho, C. (2001). *Interacção entre pares: Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM.
- Carvalho, C. (2009). Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da Estatística. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho, & P. F. Correia (Ed.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na escola*, (pp. 22-36). Braga, Portugal.
- Carvalho, C. (2004). Um olhar da Psicologia pelas dificuldades dos alunos em conceitos estatísticos. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa, & S. A. Ribeiro (Ed.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística - Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 85-102). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Carvalho, C., & César, M. (2001). Interações entre Pares e Estatística: Contributos para o estudo do conhecimento instrumental e relacional. *Quadrante*, 10(1).
- Caseiro, A. (2010). *Conhecimento dos professores de 1.º ciclo sobre educação estatística*. Lisboa: Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação.
- Cavalcanti, M., Natrielli, K., & Guimarães, G. (2010). Gráficos na Mídia Impressa. *Boletim de Educação Matemática*, 23(36), pp. 733-751.
- Chance, B., & Garfield, J. (2002). New approaches to gathering data on student learning for research on statistics education. *Statistical Education Research Journal*, 1(2), 38-41.
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The role of technology in improving student learning of statistics. *Technology Innovations in Statistics Education Journal*, 1(1).
- Chick, H., & Pierce, R. (2008). Teaching statistics at the primary school level: beliefs, affordances, and pedagogical content knowledge. In C. Batanero, G. Burril, C. Reading, & A. Rossman (Ed.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE.
- Conceição, A., & Almeida, M. (2010). *Matematicamente falando (manual escolar)*. Areal editores.
- Costa, B., & Rodrigues, E. (2010). *Novo Espaço, matemática 7.º ano, Parte 2*. Porto: Porto Editora.
- Cramer, J. C. (2013). Possible language barriers in processes of mathematical reasoning. *Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*. Antalya - Turkey.

- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education* , 18(5), 382-393.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing Graph Comprehension*. National Council of Teachers of Mathematics.
- delMas, R. C. (2002). *Statistical Literacy, Reasoning, and Learning: A commentary*. Obtido em 06 de 2012, de Journal of Statistics Education: http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/delmas_intro.html
- Dias, S., & Santos, L. (2008). Porque razão é importante identificar e analisar os erros e dificuldades dos alunos? O feedback regulador. In *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios*. Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Doig, B., & Groves, S. (1999). Putting meaning behind bars: Children's interpretations of bar graphs. *Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education*. Melbourne, Australia.
- Dolores, C., & Cuevas, I. (2007). Lectura e interpretación de gráficas socialmente compartidas. *Relime* , 10(1), pp. 69-96.
- Eichler, A. (2008). Teachers' classroom practice and students' learning. *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Eichler, A. (2010). The transformation process from written curricula to students' learning.
- Espinel, M. C., Bruno, A., & Plasencia, I. (2008). Statistical graphs in the training of teachers. *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI e IASE.
- Espinel, M. C., González, M. T., Bruno, A., & Pinto, J. (2009). Las Gráficas Estadísticas. In L. S. R., & L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en Educación Estadística* (pp. 133-155). Granada, Espanha: Universidad de Granada.
- Faux, R. (2000). A Description of the Uses of Content Analyses and Interviews in Educational/Psychological Research . *Technology Innovations in Statistics Education* , 1(1).
- Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. *Noesis* , 18, pp. 64-66.
- Fernandes, J. A. (2009). Ensino e aprendizagem da estatística: realidades e desafios. In C. Costa, E. Mamede, & F. Guimarães (Ed.), *Números e estatística: reflectindo no presente, perspectivando o futuro: actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática*. Vila Real: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciência da Educação.
- Fernandes, J. A., Alves, M. P., Machado, E. A., Correia, P. F., & Rosário, M. A. (2009). Ensino e avaliação das aprendizagens em Estatística. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho, F. Viseu, & P. F. Correia (Ed.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 52-71). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C., & Ribeiro, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de estatística: Um estudo no 7º ano de escolaridade. *Zetetiké* , 15(2), pp. 27-41.
- Fernandes, J. A., Morais, P. C., & Lacaz, T. V. (2011). Representação de dados através de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Recife.
- Figueiredo. (2010). *O Conhecimento do Professor entendido à luz da sua Exemplificação*. Tese de Doutoramento, Universidade de Salamanca.
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. *Journal of Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- GAISE (2005). *College Report - Guidelines for assessment and instruction in statistics education*. American Statistical Association.

- Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review* , 70(1), 1-25.
- Gal, I. (2003). Expanding conceptions of statistical literacy: An analysis of products from statistics agencies. *Statistics Education Research Journal* , 2, 3-21.
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education* , 10(3).
- Garfield, J., delMas, B., & Chance, B. (2003). The web-based ARTIST: Assessment Resource for Improving Statistical Thinking. *Symposium: Assessment of Statistical Reasoning to Enhance Educational Quality of AERA Annual Meeting*. Chicago.
- Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (2007). Assessing students' conceptual understanding after a first course in statistics. *Statistics Education Research Journal* , 6(2), 28-58.
- Gonzalez, M. T., & Pinto, J. (2008). Conceptions of our preservice teachers on graphical representation. In C. Batanero, G. Burril, C. Reading, & A. Rossman.
- González, M. T., & Pinto, J. (2011). Instrutional representations in the teaching of statistical graphs. *Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME7)*. Rzeszów, Poland.
- González, T., Espinel, M. C., & Ainley, J. (2011). Teachers' graphical competence. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Edits.), *Teaching Statistics in School Mathematics*. Springer.
- Goodlab, J. I. (1979). *Curriculum inquiry: The study of curriculum practice*. New York: McGraw-Hill.
- Herbel-Eisenmann. (2007). Examining the "voice" of a mathematics textbook: How does it construct the reader and portray mathematical knowledge? *Journal for Research in Mathematics Education* , 38(4), 344-369.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education* , 39(4), 372-400.
- Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education* , 39(4), 29.
- Hill, M., & Vicente, P. (2011). Sondagens e Censos. *Boletim, SPE* , pp. 9-13.
- Hilton, G., Hilton, A., Dole, S., Goss, M., & O'Brien, M. (2012). Proportional Reasoning and The Visually Impaired. *Mathematics Teaching in the Midlle School* , 18(5).
- Kilpatrick, J. (1999). Investigação em educação matemática e desenvolvimento curricular em Portugal: 1986 - 1996. (M. V. Pires, Ed.) *Caminhos para a educação matemática* , pp. 9-25.
- Konold, C., & Higgins, T. L. (2003). Reasoning about data. In W. G. J. Kilpatrick, *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 193-215). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lee, C., & Meletiou, M. (2003). *Some difficulties of learning histograms in introductory statistics*. Obtido em 12 de 2012, de <http://www.statlit.org/PDF/2003LeeASA.pdf>
- Li, D. y., & Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* , 14(1), 2-8.
- Manrique, A. M., & Pineda, J. (2009). La técnica de grupo de discusión en la investigación cualitativa. *Revista Iberoamericana de Educación* .
- Martinho, M., & Ponte, J. (2005). A comunicação na sala de aula de matemática: Um campo de desenvolvimento profissional do professor. *Actas do V CIBEM*. Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.
- Martins, M. E. (2006). *Introdução à Inferência Estatística*. Departamento de Estatística e Investigação Operacional, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

- Martins, M. E., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: Ministério da Educação e Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Monteiro, C., & Ainley, J. (2003). Developing Critical Sense in Graphing. *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. 1-10). Bellaria, Itália.
- Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. APM.
- Monteiro, C., Pinto, H., & Figueiredo, N. (2005). As frações e o desenvolvimento do sentido do número racional. *Educação e Matemática*, 84, pp. 47-51.
- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), pp. 123-165.
- Moore, D., & Cobb, G. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, pp. 801-823.
- Morais, P., & Fernandes, J. A. (2012). Sentido de gráfico: um exemplo com um gráfico circular. *Educação e Matemática*, 120, pp. 69-73.
- NCTM (2000). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. APM (Tradução de 2007 de *Principles and standards for school mathematics*).
- Neves, M. A., Leite, A., Silva, A. P., & Silva, J. N. (2010). *Matemática 7.º Ano*. Porto Editora.
- Niss, M. (2010). What is quality in a PhD in mathematics education? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 15(1), pp. 5-23.
- Nunes, C., & Ponte, J. P. (2010). O professor e o desenvolvimento curricular: Que desafios? Que mudanças? In G. Trabalho de Investigação, *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp. 61-88). Associação de Professores de Matemática.
- Oliveira, E. (2012). Os desafios do ALEA. *Educação e Matemática*, 120, pp. 20-25.
- Pestana, D. P., & Velosa, S. F. (2010). *Introdução à Probabilidade e à Estatística* (4ª Edição ed., Vol. I). Fundação Calouste Gulbenkian.
- Pfannkuch, M. (2006). Comparing box plot distributions: A teacher's reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 5 (2), 27-45.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257-315). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Pinto, J. (2010). *Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación*. Salamanca: Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales.
- PISA - OECD. (2003). Obtido de PISA 2003: <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2003/>
- Polya, G. (1977). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Editora Interciência.
- Ponte, J. P. (1991). Ciências de Educação, mudança educacional, formação de professores e novas tecnologias. In A. Nóvoa, & outros, *Ciências da educação e Mudança*. Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. *Actas do ProfMat 98* (pp. 27-44). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2012). Estudando o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In N. Planas, *Educación matemática: Teoría, crítica e práctica*. Barcelona: Graó.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Ed.), *Reflexir e Investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Associação de Professores de Matemática.

- Ponte, J. P. (2001). Investigating in mathematics and in learning to teach mathematics. In F. L. Lin, & T. J. Cooney, *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 53-72). Dordrecht: Kluwer.
- Ponte, J. P. (1994). Mathematics teachers' professional knowledge. In J. P. Ponte, & J. F. Matos (Ed.), *Actas da 18ª Conferência Internacional do PME*, (pp. 195-210). Lisboa, Portugal.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez, & P. Boero, *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Ponte, J. P., & Nunes, C. (2010). O professor e o desenvolvimento curricular: Que desafios? Que mudanças? In GTI, *O Programa e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp. 61-88). Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P., & Oliveira, H. (2002). Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista de Educação*, 11, 145.
- Ponte, J. P., & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do Ensino Básico. In *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp. 11-41). Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P., Boavida, A. M., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). *Didáctica da Matemática: Ensino Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário.
- Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, Ministério da Educação.
- Ponte, J. P., Branco, N., Quaresma, M., Velez, I., & Mata-Pereira, J. (2012). Perspectivas teóricas no estudo das práticas profissionais dos professores de Matemática. *Práticas de Ensino da Matemática: Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 267-277). Lisboa: SPIEM.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2006). *investigações Matemáticas na sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., et al. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Obtido de Novo Programa de Matemática do Ensino Básico: http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/028_ProgramaMatematicaEnsinoBasico.pdf
- Ribeiro, S. A. (2005). *O ensino da estatística no 7.º ano de escolaridade : caracterização e dificuldades sentidas pelos professores*. Braga: Universidade do Minho.
- Rouan, O. (2002). Secondary school math teachers' conceptions of the statistical graphics' functions, reading and interpretation. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings os the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education.
- Rowland, T. (2003). The knowledge Quartet. *BSRLM Day Conference*. University of Birmingham.
- Rowland, T. (2008). The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 149-163.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2011). Secondary mathematics teachers' content knowledge: the case of Heidi. In M. Pytlak, & T. R. Swoboda (Ed.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2827-2837). Rzeszow, Poland: University of Rzeszow.
- Rowland, T., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2003). Elementary Teachers' Mathematics Content Knowledge and Choice of Examples. *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education CERME3*. Bellaria, Itália.
- Rowland, T., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2005). Elementary Teacher's Mathematics Subject Knowledge: The Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 255-281.

- Ruiz, B., Arteaga, P., & Batanero, C. (2009). Comparación de distribuciones. Una actividad sencilla para los futuros profesores? *II Encontro de Probabilidade e Estatística na Escola, Universidade do Minho*. Braga, Portugal.
- Rumsey, D. (2002). Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Courses. *Journal of Statistics Education* , 10(3).
- Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Santos, H. Gomes, & C. Rodrigues, *Avaliação em matemática: Problemas e desafios* (pp. 11-35). Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- Saraiva, M. (2001). O conhecimento e o desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Um trabalho colaborativo. *(Tese de Doutoramento: Universidade de Lisboa)* . Lisboa: APM.
- Schoenfeld, A. (2008). Research methods in (mathematics) education. In L. D. English, *Handbook of International Research in Mathematics Educations* (pp. 467-519). New-York: Routledge.
- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner: How Professionals Think in Action*. New York: Basic Books.
- Shaugnessy. (2007). Research on Statistics learning and reasoning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957-1006). Greenwich: NCTM.
- Shield, M. (2006). Statistical Literacy Survey Analysis: Reading graphs and Tables of rates and percentages. In A. Rossman, & B. Chance (Ed.), *Proceedings of International Conference on Teaching Statistics (ICOTS7)*. Salvador, Bahia - Brasil.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundation of the New Reform FNR. *Harvard Educational Review* , 57 (1), 1-22.
- Shulman, L. (1993). Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject specific conceptions of teaching. In L. Moreno, & J. M. Vez, *Las didácticas específicas en la formación de profesores* (pp. 53-69). Santiago de Compostela: Tórculo Edicions.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* , 15 (2), 4-14.
- Silva, A. A. (2003). *IX-Representações Gráficas*. Obtido em setembro de 2013, de ALEA: <http://www.alea.pt/html/statofic/html/dossier/doc/dossier9.pdf>
- Sproesser, U., & Kuntze, S. (2013). Statistical Thinking and Language - A Qualitative Analysis. *Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*. Antalya: Turquia.
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 319-370). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Tarr, J. E., & Shaugnessy, J. M. (2007). Data analysis, statistics, and probability. In F. Lester, & P. Kloosterman, *Results from the 2003 National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Tuckman, B. W. (2000). *Manual de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Vale, L., Ferreira, R., & Santos, L. (2011). O erro como ponte para a aprendizagem das equações: o caso da Maria. *Ensino e aprendizagem da álgebra : actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática*. Póvoa do Varzim.
- Verschut, A., & Bakker, A. (2011). Implementing a more coherent statistics curriculum. *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. 915-924). Rzeszów, Polónia.
- Verschut, A., & Bakker, A. (2010). Towards evaluation criteria for coherence of a data-based statistics curriculum. *Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8)*. Ljubljana, Slovenia: In C. Reading (Ed.).

Wild, & Pfannkuch. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry (with discussion). *International Statistical Review* , 67(3), pp. 223-265.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. In D. Ben-Zvi, & J. Garfield, *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 17-46). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Wu, Y. (2004). Singapore Secondary School Students' Understanding of Statistical Graphs. *Proceedings of the 10th International Congress on Mathematica Education*. Copenhagen, Dinamarca.

Yin, R. (2003). *Case study research: Design and methods*. Londres: Sage.

Anexo A

Entrevista inicial

A.1. Guião

PROCEDIMENTO PARA ELABORAR O GUIÃO DE ENTREVISTA

I. Como instrumentos de recolha de informação foram utilizados, entre outros, o programa de Matemática do ensino básico, cuja análise relativa à representação gráfica em estatística foi já apresentada, e um guião para uma primeira entrevista em profundidade que visava o contexto, a biografia e as crenças e conceções das participantes sobre a Estatística e o seu ensino e aprendizagem.

Esta entrevista foi semiestruturada e realizada antes das professoras participantes introduzirem o tema *organização e tratamento de dados* nas aulas. No desenho do guião da entrevista, foram tomadas como referências as análises e resultados da investigação em educação e em educação estatística.

Apresenta-se de seguida a definição e análise de cada uma das etapas que constituíram a elaboração do guião da primeira entrevista:

- Objetivos da entrevista: Conhecer a biografia das participantes relativa ao seu percurso como estudante e como professora de Matemática; explorar a sua experiência em Estatística, a interpretação que fazem do programa de matemática do ensino básico, como pensam implementar o tópico representações gráficas do tema *organização e tratamento de dados*; descrever as crenças e as conceções que as professoras têm sobre a estatística, o seu ensino e aprendizagem e as fontes de conhecimento sobre como aprender e como aprender a ensinar.
- A quem se dirige: Duas professoras de Matemática do ensino Básico e Secundário que lecionam em Escolas distintas do Distrito de Castelo Branco.
- Categorias a explorar na entrevista:

Categorias
I. Conceções sobre a Estatística/ Representação de dados
II. Conceções de ensino e aprendizagem da Estatística
III. Fontes de conhecimento
IV. PMEB (2007) e Orientações Curriculares e Metodológicas

- Marcos de referência:

- Segundo Goodlab (1979), os tipos de currículo mais observados são: o pretendido, o implementado e o atingido. Numa versão refinada da tipologia do currículo, o currículo pretendido contém o currículo ideal (a visão ou a filosofia de base subjacente um currículo) e o currículo escrito (intenções, conforme especificado nos documentos de currículo e/ou nos materiais de ensino). O currículo implementado inclui tanto o currículo percebido (interpretações do currículo feitas pelos usuários, em especial os professores) e do curriculum operacional (atividades de ensino e a aprendizagem efetivamente implementada em sala de

aula). O currículo atingido é representado por experiências de aprendizagem dos alunos e resultados de aprendizagem (Verschut & Bakker, Implementing a more coherent statistics curriculum, 2011).

- Os professores têm um impacto considerável sobre o processo de transformação do currículo escrito para o currículo atingido uma vez que são eles que decidem como interpretar o currículo escrito. Os professores pretendem cumprir o currículo escrito sobre o conteúdo curricular mas as suas predisposições não coincidem com as metas de inovação (Eichler, 2010). As diferenças entre o currículo escrito, a sua interpretação pelo professor e o que de fato é implementado pelo professor na prática letiva resultam das atitudes e das suas crenças sobre a Estatística, os seus conhecimentos de Estatística, e sua identidade profissional.

- Segundo Shulman (1987), o processo docente propriamente dito inicia com uma planificação reflexiva do professor sobre a sua atividade docente, desde as finalidades até ao contexto educativo, e a percepção profunda do que deve ser compreendido pelos seus alunos. De seguida, reflete como deve ensinar, seleciona e organiza os materiais a usar, bem como as analogias, as metáforas, os exemplos, demonstrações, explicações, tomando em consideração as melhores formas de representação do conteúdo e as características do raciocínio dos seus alunos e de modo a tornar mais compreensível o conteúdo a lecionar.

- O estudo é enquadrado pelo Quarteto de Conhecimento (QC) que tem por base a distinção feita no modelo teórico Shulman (1986) - conhecimento do conteúdo, conhecimento do currículo e conhecimento pedagógico do conteúdo. As dimensões do modelo adotado foram usadas como um quadro para a observação das aulas e reflexão. Inclui quatro dimensões - Fundamentação, Transformação, Conexão e Contingência - e a conceitualização de cada uma das quatro dimensões é a síntese de um conjunto de códigos que surgiram a partir da análise fundamentada das matemáticas elementares dadas em sala de aula (Rowland, 2011). Até ao momento da sua opção, não havia registo de aplicação do modelo ao conhecimento de estatística para ensinar de um professor.

Tabela A.1: Dimensões e categorias definidas no modelo teórico adaptado

Dimensões	Categorias
Fundamentação (F)	F1 - Consciência dos objetivos F2 - Recurso a material didático F3 - Conhecimento procedimental F4 - Identificação de erros e dificuldades F5 - Mostra evidente conhecimento do assunto F6 - Base teórica de pedagogia F7 - Uso de terminologia e notação adequada
Transformação (T)	T1 - Escolha de exemplo adequado T2 - Escolha de representação T3 - Material de ensino usado
Conexão (C)	C1 - Antecipação da complexidade C2 - Decisões sobre a sequencialidade C3 - Conexões entre procedimentos C4 - Conexões entre conceitos C5 - Reconhecimento de adequação concetual
Contingência (Ct)	Ct1 - Responder a ideias do aluno Ct2 - Desvio do plano de trabalho

	Ct3 - Uso de oportunidade Ct4 - Percepção do professor durante a aula
--	--------------------------------------------------------------------------

- Tipo de entrevista: semiestruturada porque se planejaram e organizaram previamente determinados aspectos mas sem que isso determinasse de forma fixa a sequência pela qual se apresentaram, os aspectos a explorar nem a sua profundidade.
- Dimensões do roteiro da entrevista: A entrevista está organizada em oito dimensões, mencionadas e descritas brevemente a seguir.
 - a. Informações gerais - criar um clima de confiança.
 - b. Percepção da posição - caracterizar o contexto profissional do professor.
 - c. Antecedentes de ensino e formação sobre Estatística - obter informações sobre sua experiência e formação em estatística.
 - d. Ideal de sala de aula - primeiras perguntas, indutivas, para iniciar a exploração as concepções do professor sobre a Estatísticas e o seu ensino e aprendizagem.
 - e. Concepções - um eixo central da entrevista, para explorar os conceitos que o professor tem da Matemática, da Estatística e também do ensino e da aprendizagem de estatística, como planifica, como seleciona o conteúdo, como seleciona, modifica e utiliza os materiais disponíveis e analisar o conhecimento do professor sobre as dificuldades do ensino de estatística e o papel da tecnologia na sala de aula.
 - f. Programa de matemáticas e orientações curriculares - outro eixo central da entrevista, para recolher informações sobre o conhecimento que o Professor tem sobre o programa de matemática do ensino básico e sobre as orientações curriculares no que respeita ao tema da Estatística e do material curricular disponibilizado.
 - g. Formação inicial e contínua - obter informação sobre as estratégias e recursos de formação e atualização da formação de professor sobre as tendências da Educação e ensino da Estatística.
- Classificação do tipo de pergunta definida no seguinte quadro:

Tabela A.2: Tipologia das perguntas da primeira entrevista

Tipologia das perguntas	Código
<i>Descritivo.</i> Perguntas que visam reconhecer a linguagem do entrevistado, bem como conhecer a forma particular com que descreve um acontecimento, as suas decisões, o seu trabalho.	D
<i>Estruturais.</i> Perguntas que visam identificar o modo como os entrevistados organizaram e estruturaram o seu conhecimento.	E
<i>De contraste.</i> Perguntas que servem para conhecer o que pretende dizer o entrevistado quando emprega determinados termos durante as explicações ou respostas.	C
<i>Opinião/avaliação.</i> Perguntas para entender quais as opiniões dos entrevistados sobre acontecimentos, ações e decisões próprias ou de outras e como as avaliam.	O
<i>De sentimentos.</i> Perguntas que incentivam o entrevistado a expressar as suas emoções sobre a experiência vivida.	S
<i>Demográficas ou identificação.</i> Perguntas que identificam as características pessoais, sociais e profissionais do entrevistado.	I

- Apresenta-se um excerto do documento uma vez que o guião da entrevista semiestruturada figura em anexo.

O desenho do guião desta primeira entrevista, onde se inclui as diversas etapas e a estrutura, foi baseado no estudo de Pinto (2010) que desenhou e utilizou a entrevista como instrumento de recolha de informação na elaboração da sua tese de doutoramento.

A.2. Guião de entrevista

Tabela A.3: Estrutura e questões da primeira entrevista

Perguntas	Classificação do tipo de pergunta	Categorias Objetivo/questão de estudo	Objetivo/Propósito	Dim. / Categoria do modelo
1. Qual a sua situação profissional na escola onde leciona?	D, I		Caracterizar a situação profissional do professor na escola onde leciona.	
2. Quais as opções da escola/Grupo em relação ao ensino básico da Matemática?	D, O, I	II	Explorar o contexto escolar e pedagógico que prevalece na escola/grupo.	
3. Como trabalham dentro do Grupo de Matemática por nível de escolaridade?	D, O, I	II	Explorar o contexto escolar e pedagógico que prevalece no grupo.	
4. Como descreve a sua experiência como professor?	D, O, I	III	Analisar, valorizar e descrever a experiência e conhecimento pedagógico do professor (em geral). Aspectos fortes. O que sabe e domina.	F2 F6
5. Como descreve a sua experiência e formação em Estatística?	D,O,I	III	Caracterizar a experiência e conhecimentos do professor especificamente na área da Estatística.	F5 F6
6. Qual o papel que atribui à reflexão na sua prática docente?	E	II, III	Conhecer a importância dada pelo professor à reflexão na sua prática docente; quando reflete e quais os alvos dessa reflexão.	F6
7. Diga seis coisas em que pensa quando pensa em Matemática.	E	I	Analisar a sua conceção sobre a Matemática.	F5
8. Se pensar em Estatística, pensa em coisas diferentes? Em quais?	E	I	Analisar a sua conceção de Estatística e contrasta com a pergunta 7.	F5

9. Quais os objetivos e importância da Estatística?	E	I e III	Averiguar a sua conceção sobre a Estatística.	F1
10. Indique alguns aspetos que considera essenciais no raciocínio estatístico.	E	I	Averiguar o grau de conhecimento sobre os níveis cognitivos básicos do raciocínio estatístico e explorar a relação destes com a sua conceção da Estatística.	F5
11. Que Estatística considera importante ensinar aos alunos do ensino básico?	E	I e II	Explorar a sua conceção sobre o ensino e aprendizagem da estatística e a sua postura sobre os conteúdos que enfatiza.	F5 F6
12. Qual a importância e o o papel que atribui à tecnologia nas suas aulas de Estatística, mais especificamente de RG?	E	II	Averiguar o conhecimento do professor sobre o papel da tecnologia em Estatística e a sua relação com o ensino na sala de aula.	T3
13. Descreva, de modo mais detalhado possível, a dinâmica habitual da sala de aula quando ensina o tema Estatística.	E	II	Explorar a conceção do professor sobre a lida numa sala de aula quando ensina Estatística. Explora também o seu conhecimento didático da Estatística.	F6 T3 O
14. Como completaria a seguinte frase: “A minha estratégia ou método de ensino da Estatística consiste em...”	E,C	II	Pergunta de síntese e confrontação da conceção de ensino da Estatística.	F6 T3 O
15. Cite algumas funções que o aluno deveria assumir no processo de aprendizagem.	E	II	Obter matrizes relacionadas com a opinião do professor sobre o papel do aluno no processo de aprendizagem. Explora a conceção do professor sobre a aprendizagem da estatística.	F6
16. Qual considera que é o melhor caminho para o aluno se aproximar do conhecimento estatístico?	E, O	I	Extrair mais informação sobre a conceção do professor sobre a aprendizagem da Estatística.	F2 F6 T C
17. Quais as dificuldades que espera encontrar nos alunos relativamente à estatística e mais especificamente à RG? A que se devem essas dificuldades? O que faria para ajudar o aluno a ver o erro?	E	II	Explorar o conhecimento que tem sobre as preconcepções, concepções e dificuldades do aluno em estatística e sobre os problemas do seu ensino. Explorar também a conceção do professor sobre a aprendizagem da estatística e da representação de dados.	F4
18. Como sabe se os alunos compreenderam algo? Exemplos	E	I	Conhecer a opinião do professor sobre a aprendizagem e as estratégias a que recorre para saber se os alunos aprenderam.	O4
19. Observa os seus alunos quando aplicam ou aprendem algum conceito estatístico? O que observa? O que normalmente fazem os	E	I	Analisar a sua conceção de aprendizagem da Estatística e conhecimento sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Contrasta com a 13.	F4 O4

alunos nas aulas?				
20. O que pensa sobre o PMEB relativamente ao tema OTD? Quais os aspectos que distingue do programa anterior para este programa?	E	O, IV	Averiguar o conhecimento que o professor tem das finalidades estabelecidas no NPMEB e dos objetivos específicos do Tema OTD.	F1
21. No que respeita à representação gráfica estatística, considera que o programa vai de encontro com o que pensa ser importante trabalhar com os alunos do ensino básico?	E	II, IV	Averiguar se o professor se revê no Programa relativamente ao que pensa importante desenvolver no tópico da representação gráfica estatística. Complemento das perguntas 10 e 11.	F1 F5
22. Considera que os materiais de ensino divulgados estão de acordo com o que se define no Programa?	E	O, IV	Averiguar se o professor entende que existe fio condutor no que é apresentado nos materiais de ensino entre finalidades do programa, objetivos gerais e específicos, conteúdos e orientações curriculares e metodológicas para o ensino da estatística.	F1 F2
23. Como pensa que seria sala de aula ideal para ensinar RG? (número de alunos da turma, ambiente de trabalho, aquisição de conhecimento, interação, uso de tecnologia?)	E,D,O	II	Explorar a primeira abordagem à conceção do professor sobre os cenários de ensino e aprendizagem da estatística, mais especificamente, da RG. Permitirá fundamentar aspetos pedagógicos gerais e específicos do ensino e aprendizagem da RG. Comparar com a questão 13.	F1 T O4
24. O que pensa fazer para desenvolver nos alunos o que considera importante que aprendam na Estatística?	E	II e IV	Explorar de outra forma a sua conceção sobre o ensino e aprendizagem da estatística e a sua relação e congruência com os seus objetivos. Pretende-se abordar o conhecimento da didática estatística - planificação, estratégias e materiais.	F1 T C
25. Que actividades considera mais significativas para ensinar Estatística? Exemplos	E	II e IV	Pretende-se abordar os conhecimentos de didática em relação ao método de ensino.	F3 T
26. Que materiais e livros utiliza na planificação das aulas? Porquê esses? Quais os critérios de selecção?	E	II e IV	Analisar o conhecimento que o professor tem dos materiais e recursos de apoio para o ensino e aprendizagem da Estatística.	F2 T
27. Quando prepara material de trabalho para usar na aula, quais são os passos que segue habitualmente? 1º...2º...	E	II e III	Analisar o conhecimento que o professor tem sobre o uso, seleção e modificação de materiais específicos para ensinar Estatística.	F1 F2 T
28. Que características procura que tenham os exercícios ou tarefas que utiliza com os alunos? Qual o seu papel? Exemplos	E	II e IV	Saber quais os aspetos cognitivos (relacionados com o ensino e aprendizagem) considera o professor no momento de seleccionar, modificar ou usar um exercício. Pergunta complementar à 26.	F1 F3 T
29. Como avalia a aprendizagem que os alunos vão desenvolvendo na RG?	E	II e IV	Analisar os seus conhecimentos sobre a avaliação da aprendizagem em estatística, os seus critérios gerais de avaliação da estatística e da RG. Contrastar com a 18.	O4
30. Como pensa que evoluiu o	E, O	II e III	Saber se o professor conhece as	F5

ensino da estatística ao longo da história? O que faz hoje em dia evoluir o conhecimento estatístico?			últimas atualizações do ensino da estatística.	
31. Pode descrever algumas das estratégias que o ajudam quando tem de leccionar o tema da estatística?	E	III	Analisar como o Professor aprende a ensinar, ou seja, quais as estratégias e recursos usados para estudar sobre conhecimento didático da estatística.	F1 F2
32. O que pode dizer sobre a Estatística que estudou como aluno?	E	III	Explorar experiências relativas à Estatística como aluno.	
33. Considera que a sua experiência como aluno condiciona de algum modo no ensino que pratica?	E	O, II	Averiguar crenças do professor sobre a influência de experiências anteriores na sua prática letiva.	T O4
34. Fez alguma formação na área da Estatística depois de concluídos os seus estudos?	E	III	Conhecer as características, pontos fortes e fracos da formação de professores e da formação contínua de professores.	

A.3. Transcrição das respostas da professora Maria na entrevista inicial

Entrevista inicial à professora MARIA, realizada antes de iniciar o tema OTD

Entrevistadora: Em relação à tua situação profissional na escola, qual é?

MARIA: Sou PQND.

Entrevistadora: Quais as opções da escola/Grupo em relação ao ensino básico da Matemática? Se há alguma opção que a escola tenha tomado em termos do Grupo ou da disciplina de matemática.

MARIA: Opção do género ter apoiado a participação da escola no projeto PAM?

Entrevistadora: Por exemplo... e que tem a parte das assessorias ...

MARIA: Exatamente ...e o Estudo Acompanhado ser para a Matemática.

Entrevistadora: Penso que só isso já é uma grande vantagem em relação a escolas que nem sequer têm PAM, não é?

MARIA: Sim, sim.

Entrevistadora: Como trabalham dentro do Grupo de Matemática por nível de escolaridade?

MARIA: Então fazemos uma reunião... Todas as semanas, reunião de nível e partilhamos os materiais e ...preparamos as aulas, preparamos os testes.

Entrevistadora: Como descreve a sua experiência como professor? Positiva? Negativa?

MARIA: É positiva, neste momento está um bocadinho ...(risos) já estive mais ascendente mas neste momento está um bocadinho descendente. Mas o saldo é bastante positivo no saldo final principalmente porque os primeiros anos foram muito bons.

Entrevistadora: Exato. E há quantos anos?

MARIA: Há 20 anos. Acho que este é o vigésimo, contando com o ano de estágio, este é o vigésimo.

Entrevistadora: Como descreve a sua experiência e formação em Estatística? São duas coisas diferentes, uma coisa é a formação que tiveste e que vai ser reforçado mais tarde; outra coisa é a experiência em Estatística, que se dá a nível do básico e depois a nível do secundário. Em termos gerais, como definias essa experiência?

MARIA: Eu como aluna, não tive Estatística nenhuma, pelo menos não me recordo nada de ter Estatística. Na Universidade, tive duas cadeiras muito práticas que eu achei engraçado mas que eu acho que não me preparou em nada para o curso. Aquilo que aprendi, aquilo que sei de Estatística basicamente foi o que aprendi para dar, para trabalhar com os alunos. E vem em crescendo, porque eu sinto que nos primeiros anos eram ... Também não se dava tanta importância porque os programas do 3º Ciclo por vezes, como não tinha exame trabalhava-se mais uma parte do que outra portanto tenho a sensação que foi em crescendo. Ou seja, todos os anos nos empenhamos mais na parte estatística do que nos anos anteriores, inclusive no secundário.

Entrevistadora: Era isso, que eu ia perguntar, se a nível de 10º ...

MARIA: A nível de 10º... praticamente, tenho estado sempre na escola, tirando três anos, logo no início e temos dado sempre a matéria toda mas eu acho que nos últimos os anos eu própria tenho feito por trabalhar mais Estatística, com projetos... já elaborámos o trabalho de projeto... e basicamente tem sido isso. O trabalho pode variar de ano para ano mas temos dado peso, tem tido peso na parte Estatística.

Entrevistadora: Qual o papel que atribui à reflexão na sua prática docente? Isto é, a reflexão é algo que faz antes, durante, após ou se tem algum sítio específico.

MARIA: Depende, da matéria, depende dos níveis e depende do trabalho, às vezes queremos conversar com colegas do mesmo ano mas depois há sempre qualquer coisa para preparar à frente e acaba-se por não se conseguir. Normalmente, a reflexão pessoal é pensar, no outro ano, no ano anterior quando eu trabalhei isto, o que é que correu bem, o que correu mal, posso usar a ideia, não uso, altero, ponho-a de parte completamente... Depois no final, na reflexão posterior, acho que depende também dos colegas com que estou a trabalhar, há colegas com os quais eu faço, há outros que provavelmente não é tão fácil.

Entrevistadora: Em relação à Matemática, diga seis coisas que te aparecem na cabeça, que te surgem quando pensa em Matemática.

MARIA: Não tem a ver com aulas? Matemática...

Entrevistadora: Não, Matemática em geral.

MARIA: Raciocínio, notação, descodificação, cálculo (não tanto, porque é mais aritmética), calculadora gráfica, e agora talvez porque trabalhamos muito, em Sketchpad ou Geometria, ou seja, desenho, desenho ... software dinâmico.

Entrevistadora: E quando pensas em Estatística, pensas em coisas distintas dessas? Ou pensas exatamente no mesmo?

MARIA: Quer dizer, se pensar em interpretação ... Penso em Estatística, penso em gráficos, a primeira coisa que me vem à cabeça de estatística, gráficos. Gráficos tem a ver com interpretação, para a matemática a interpretação, leitura, talvez pensasse ... tirando a geometria dinâmica, mas aparece o computador, não é geometria dinâmica mas é computador na mesma. Portanto, acho que sim, pensava nas mesmas.

Entrevistadora: Quais os objetivos e importância que atribuis à Estatística? Em geral, não propriamente à Estatística que vais ensinar agora mas em termos gerais, se é de atribuir ou não o peso que tem, qual a importância que lhe dás.

MARIA: Eu acho que... talvez nos miúdos mais pequenos, não sei se a importância que atribuo nos mais velhos é a mesma, quando se trabalha com eles, não é? No início, um foco de importância é a interpretação de gráficos, a leitura de gráficos, saber ler bem porque aparece todos os dias ou quase todos os dias aparece informações que tem a ver com estatística na televisão, nos jornais, mesmo as pessoas não ligando muito a essas informações, e todos os dias somos enganados e acho que não tivermos noção de estatística, de leitura de gráficos e interpretação...

Entrevistadora: E tivemos agora há pouco tempo até uma prova disso, em papéis da escola, em relação a resultados da escola muitas vezes são errados [tinha-se analisado na escola resultados escolares apresentados de uma forma pouco correta].

MARIA: Eu nem estava a pensar nisso, no pormenor das médias, por exemplo. Estava a pensar é: um gráfico ou notícias da televisão como ouvi há alguns anos e que dou sempre como exemplo aos alunos, mesmo aos mais pequenitos, penso sempre nessa notícia: no hospital X do Norte, tinha aumentado 100% a mortalidade infantil e eu pensei que catástrofe é que aconteceu para isso se verificar. Estive o tempo todo à espera e no final, para aí uma hora e meia depois apareceu a notícia e então tinha sido: imagina, num ano tinham morrido 2 crianças e no ano a seguir tinham morrido 4, era assim uma coisa, parecia um drama. E eu chamo a atenção disso aos alunos, acho que só por isso já vale a pena estudar estatística, para eles terem uma aprendizagem,...

Entrevistadora: E achas que isso se faz em sala de aula, ou seja, a estatística que damos em sala de aula, não a que planeamos dar, a que temos dado até agora, tem reflexo nessa leitura, nessa interpretação,...?

MARIA: Pois, não sei, não sei. Eu gostava que tivesse. E foco nisso, mas não tenho a certeza porque depois a estatística é trabalhada no 7º ano e no 8º. No 9º ... o peso que tem no exame é muito pouco, portanto não sei se consigo ver. Nos mais velhos, no 10º ano não é trabalhada, depois não sai no exame, não sei, ficam ali dois anos. Também tenho dúvidas. Eu tento focar isso e acho que é importante mas não sei.

Entrevistadora: Quais os aspetos que considera essenciais no raciocínio estatístico?

MARIA: Aspetos do género, conseguir olhar para um gráfico e dele interpretar, fazer uma leitura correta?

Entrevistadora: Desde o início, desde a sua construção... tu podes ter um exercício em que basicamente o que se pretende é a construção do gráfico, já consideras isso raciocínio ou tens de ir mais além ou fica-se por ali...?

MARIA: Acho que não. Se for só desenhar o gráfico, podemos pôr no Excel e fazer.

Entrevistadora: Ou numa calculadora.

MARIA: Ou numa calculadora. Têm que ir mais além, eles têm que ter sentido crítico para ver se aquilo que estão a fazer..., não serem meros copistas, estarem a copiar basicamente o que têm num tipo de papel, num tipo de dados para outro.

Entrevistadora: Também depende um pouco, porque uma coisa é se lhes dizes o gráfico que deve ser feito, outra coisa é se tem de ser ele a escolher.

MARIA: Ah, sim, sim. Por exemplo, qual o melhor gráfico para dar aquela informação, qual o de mais fácil leitura. Sim, aí também, aí já têm de discutir.

Entrevistadora: Há também outras questões, como a da variabilidade. Quando se estuda a variação numa distribuição, é também raciocínio. Naquele exemplo que estivemos a trabalhar, o poderem ter numa distribuição as medidas iguais mas a distribuição que têm é diferente.

MARIA: Sim, o terem de comparar, de confrontar.

Entrevistadora: Que Estatística considera importante ensinar aos alunos do ensino básico, remetendo e direcionando já para aquilo que interessa que é o que iremos de fazer já em termos do novo programa? No ensino básico, a estatística que consideras importante é a mesma do ensino secundário, fazes alguma distinção...? Ou seja, qual a estatística que escolhas, se fosses tu a escolher, dar no ensino básico?

MARIA: Acho que escolhia aquela que estava no programa antigo [mais tarde questiono a distinção entre os dois programas]. Penso que para os alunos do 7º ano era suficiente.

Entrevistadora: Estamos a falar do ensino básico mas é essencialmente do 7º ano de escolaridade.

Entrevistadora: Qual a importância e o papel que atribuis à tecnologia nas suas aulas de Estatística, mais especificamente na RG?

MARIA: Acho que no início... eles têm de saber construir um gráfico, depois de saber construir o gráfico - bom, depende, o circular também não acho que seja necessário - depois de saber construir o gráfico, porque aí penso que conseguem interpretar melhor, acho que o Excel por exemplo ou a folha de cálculo da calculadora são importantes.

Entrevistadora: Até porque evitam cálculos rotineiros.

MARIA: E estar a fazer 10 gráficos de barras ... eu não faço os gráficos de barras dos dados que tenho, por exemplo, da interpretação de um teste, vou ao Excel e faço.

Entrevistadora: Descreve, de modo mais detalhado possível, a dinâmica habitual da sala de aula quando ensinas o tema Estatística, se consideras se a dinâmica de uma aula de estatística é diferente de uma outra aula ou não.

MARIA: Á partida é ligeiramente diferente, porque se pode enveredar por trabalhos de projetos e nós vamos fazer isso, na aula de estudo acompanhado e na aula de matemática e portanto acaba por ser diferente. Para já, não é o caso, não é o nosso caso, porque vamos usar dados já dados, tirados, da Educação Física, mas podíamos ter que os pôr a fazer medições, a fazer flexões, coisas do género, portanto é diferente.

Entrevistadora: Como completaria a seguinte frase: “A minha estratégia ou método de ensino da Estatística consiste em...”

MARIA: Estava a pensar, tenho alguma dificuldade em completar.

Entrevistadora: Pensa no que fazes em termos de uma aula de estatística.

MARIA: Mas pode ser, por exemplo, para o início da unidade?

Entrevistadora: Uma aula qualquer, qual a estratégia quando pensas em ir dar um aula de estatística.

MARIA: Por exemplo, dar a conhecer porquê, o porquê da necessidade da estatística ou para que é que serve ou porque é que tão importante ou por é que é tão usada no dia-a-dia. Acaba por ser uma coisa que os miúdos gostam, no geral, porque é tão usado. Agora como completar a frase toda, é que já está mais atrapalhada, completar “A minha estratégia ou método de ensino ...”

Entrevistadora: “A minha estratégia ou método de ensino da Estatística consiste em ...”. Ao fim e ao cabo, é para ter uma ideia da conceção do ensino da estatística, considerando que diferes um pouco do ensino da matemática.

MARIA: Pode ser apelar ao sentido crítico. E eu volto sempre à mesma história, quando olho para um gráfico, acho que como cidadã tenho que saber ler um gráfico para não ser tão enganada. [risos] Sim, porque os nossos políticos mostram-nos às vezes gráficos meio torcidos.

Entrevistadora: Cite algumas funções que o aluno deveria assumir no processo de aprendizagem. O aluno ideal, não a falar nos alunos que temos, mas o que para nós seria o aluno ideal.

MARIA: Devia ser empenhado, ter espírito crítico, ser persistente, trabalhador, ...

Entrevistadora: Tudo aquilo que muitos deles não têm hoje em dia mas nós não desistimos.

MARIA: Eu acho que primeiro, primeiro punha a persistência no topo, eles têm de ser persistentes.

Entrevistadora: E saber ouvir, não é?

MARIA: Sim, também e não serem teimosos. [risos]

Entrevistadora: Qual considera que é o melhor caminho para o aluno se aproximar do conhecimento estatístico? Em termos do aluno, o que deveria fazer... nisto é um trabalho um pouco diferente, se optas por um trabalho de investigação, de pesquisa, um trabalho de

projeto, não é um tipo de trabalho como nas equações em que levamos um tempo e agora vamos para casa e fazemos muitas equações, não será exatamente a mesma coisa. O que é que o aluno poderia fazer para se aproximar o mais possível do conhecimento estatístico, para ficar mais seguro em termos de literacia estatística?

MARIA: Talvez, ser mais autónomo e curioso. Porque algumas das coisas da estatística, eles já ouviram muitas coisas, não é? Quando chegaram ao 7º ano, já deveriam saber fazer uma média porque desde o 5º ano ou do 4º ano, não sei exatamente, fazem médias de testes porque é que depois, quando se fala em média, aquilo é uma baralhação? Eu acho que se há matéria que está sempre a aparecer e que parece que nem tem a ver com a matemática, é a estatística. Portanto, eles deviam ser autónomos, ... autónomos, pronto, acho que resumíamos por aí ... e curioso também.

Entrevistadora: Quais as dificuldades que esperas encontrar nos alunos relativamente à estatística e mais especificamente à RG? A que se devem essas dificuldades? O que farias, ou o que é que fazes, para ajudar o aluno a ver o erro? Por isso, se há ou não dificuldades que achas que já consegues detetar antes de ...

MARIA: Uma já de certeza, é a representação nos eixos, o que colocar no eixo vertical e no eixo horizontal, é a primeira, outra é a escala, eles têm sempre muita dificuldade e não prevejo que alguns alunos tenham dificuldades na marcação dos pontos, outra é quando estão na representação gráfica é a teimosia, nós emendamos a situação e eles voltam a fazer porque acham que é mais bonito ou mais simpático, essa já é a que eu prevejo. Depois, como eles não sabem ouvir, há alguns conceitos que vão ficar repetidamente errados no consciente deles.

Entrevistadora: Mas achas que tens alguma estratégia para evitar ... é difícil evitar porque estes erros acabam sempre por aparecer, por mais que chamamos a atenção.

MARIA: A estratégia que eu costumo usar é com exemplos. Às vezes não resulta mas com exemplos, se agarrarmos em dois ou três exemplos, ou seja pela RG ou seja por cálculos, se mostrarmos por $a+b$ que o que está a fazer está errado é uma estratégia, nem sempre resulta mas é uma estratégia.

Entrevistadora: E o chamar constantemente a atenção, tanto discute com eles, no sentido de tentar fazê-los ver o porquê de estar errados, o que está errado. Eles estão tão convencidos que estão certos,...

MARIA: ...que temos de mostrar que estão errados também de uma forma muito convincente.

Entrevistadora: Exatamente, convencê-los de que de facto há ali um erro e qual é o erro e tentar que eles vejam de forma mais clara possível esse erro.

Entrevistadora: Como sabes se os alunos compreenderam algo? Entramos numa aula, inicias a aula, ensinas o conceito. Consegues ter a perceção se aquele conceito ficou adquirido ou não?

MARIA: Eu acho que há alunos que eu nunca consigo, há dois ou três que eu tenho à minha frente são tão inexpressivos na cara que eu nunca consigo perceber. Acho que não me estão a

perceber mas por outro lado há aqueles que colocam muitas questões e pelo tipo de questões que estão a colocar, percebemos se eles estão a perceber ou não. Acho que é uma maneira. Outra é pelos erros que eles fazem nos exercícios e às vezes realmente percebemos que não perceberam nada do que nós dissemos.

Entrevistadora: Aquilo que pensámos que está completamente adquirido...

MARIA: Nada, nada. Mas eu acho que se consegue perceber, a não ser em turmas especiais em que ninguém fala, mas já é raro, mas quando fazem aquelas perguntas, e porquê assim ou porque assado, conseguimos ter uma noção...

Entrevistadora: É das partes importantes, é exatamente as questões, as dúvidas que colocam. [...]

MARIA: Eu acho que é por experiência porque nos primeiros anos provavelmente as mesmas perguntas não me levariam a achar as mesmas coisas de agora porque as pessoas com a experiência ganha. E às vezes somos nós próprios a fazer as perguntas porque já estamos tão experientes que já estamos à espera que eles... se este erro foi cometido tantas vezes que não são estes agora que de repente não cometem. E a pessoa consegue às vezes levantar essa questão: e se for assim e se fosse não sei que mais. E por aí também percebemos se estão a entender ou não.

Entrevistadora: E essa é uma maneira de combater um pouco as dificuldades que nós já sabemos que eles vão ter, vamos questionando e tanto se questiona que alturas tantas conseguem perceber...

MARIA: Se eles não fazem as perguntas, fazemos nós.

Entrevistadora: Conseguimos perceber como é que as coisas rodam.

Entrevistadora: Observa os seus alunos quando aplicam ou aprendem algum conceito estatístico? O que observa? O que normalmente fazem os alunos nas aulas? O decorrer da aula normal, numa aula de estatística e mais especificamente numa aula em que eles trabalham a RG, tens por norma a regra de os observar e quando observas, o que observas ... tentar pormenorizar.

MARIA: Quando se tenta dar alguma autonomia aos alunos, se estiverem a trabalhar em grupos de dois ou de quatro, às vezes é difícil estar a observar no momento o que estão a fazer porque se um grupo nos chama quando nós chegamos ao outro já está feito e está ... ou tudo certo ou tudo errado. Às vezes, estar assim tipo mosquinha em cima a ver, era o ideal mas não se vê. Portanto, essa parte a resposta é difícil, é difícil fazer essa observação mas em todo o caso quando se chega, ou porque eles nos chamam ou porque nós vamos lá, e se deteta o erro eles têm que voltar a fazer tudo de novo.

Entrevistadora: Mas aí não é propriamente observação, aí já estás a interagir com eles. O que pergunto é, imagina uma turma que está a fazer um trabalho de projeto ...

MARIA: Mas eu não me consigo ... A não ser que nenhum grupo chame e aí eu consigo observar. Caso contrário ... ou eu decido: chamam e eu fico aqui parada e observo. Se me chamam, eu já deixei de observar.

Entrevistadora: Mas achas que essa observação é importante? Ou seja, quando observas e quando olhas para os alunos a trabalhar estás também a aprender alguma coisa?

MARIA: Estou, estou, eu acho que não consigo é fazer essa observação como eu gostava. Nós temos aquelas grelhas de observação mas eu nunca as consigo preencher na aula, por exemplo, porque com tanta solicitação...

Entrevistadora: A pessoa acaba por não conseguir ...

MARIA: Às vezes, até nem são solicitações porque os miúdos até nem são tão autónomos que nos chamem para esclarecer dúvidas. Nós é que vamos vendo que eles não estão a fazer e depois dirigimo-nos a um grupo para ajudar e quando estamos a ajudar num, não estamos a ver o que se está a passar nos outros, dentro de um limite, se aquilo estiver a dar para o torto percebemos.

Entrevistadora: Agora em relação ao programa. O que pensas sobre o PMEB relativamente ao tema OTD? Quais os aspetos que distingues do programa anterior para este programa, se é que achas que há pontos a distinguir?

MARIA: Eu acho que esta parte do programa é muito pesado para os miúdos do 7º ano. Também é verdade que eles já trabalharam no 6º, há uma parte de estatística que já trabalharam no 6º ...

Entrevistadora: Ou deveriam ter trabalhado porque os nossos não.

MARIA: Os nossos não mas os próximos que chegarem ao 7º ano já trabalharam. Portanto, também há alguns conhecimentos já os têm mas eu acho que trabalhar diagramas de caule e folhas, diagramas de extremos e quartis, esses pormenores, e tudo o que vem de arrasto com isso, acho que eles são muito pequenos.

Entrevistadora: Mas consideras que a construção desses diagramas é complicada?

MARIA: Até não, acho é que depois a interpretação... Até porque no 10º ano eles falam nisso e se no 10º ano já é complicado para alguns, são três anos mais velhos, quer dizer, a maturidade três anos depois é um bocadinho maior portanto acho que é muito cedo. Agora, se eles mudarem o programa de 10º ano e meterem outras coisas senão também não faz muito sentido estar a trabalhar no 7º e no 10º quase a mesma matéria. Porque no 10º ano, pouco mais é que o de 7º agora, não é?

Entrevistadora: É, os dados bivariados.

MARIA: Só, só e a nuvem de pontos, sim, por causa dos dados bivariados.

Entrevistadora: Mas de resto, praticamente o programa do 10º ano está quase todo no 7º ano e eu acho que é muito, muito.

Entrevistadora: E a nível de exigência? Achas que o que se exige, em termos não só da construção, mas da interpretação, ...

MARIA: É muito, muito exigente.

Entrevistadora: ...do ligar ao contexto, do ir um bocadinho mais além do que a simples leitura do gráfico.

MARIA: É muito exigente, principalmente, nesses do diagramas de extremos e quartis, da correspondência entre os dados e o gráfico acho é muito exigente, muito mesmo. E não é só muito exigente nessa unidade, é exigente nas outras, portanto, estes miúdos são muito pequenos para tanta exigência, eu acho. Mas esta questão tinha duas perguntas e eu acho que só respondi a uma.

Entrevistadora: Basicamente em termos do que pensas em relação ao tema e os pontos ou os aspetos que distingues do programa anterior para este programa.

MARIA: Eu acho que o programa anterior, na estatística, eu estava bem, para mim não precisava de levar mais uns acrescentos.

Entrevistadora: E a sequência em termos de programa? Nós alterámos esta sequência mas terá sido benéfica esta alteração?

MARIA: Eu acho que sim, o estar agora no final, acho que sim. Sim porque os miúdos já estão cansados e esta é uma unidade que, apesar de exigente, é airosa e eles gostam.

Entrevistadora: No que respeita à representação gráfica estatística, considera que o programa vai de encontro com o que pensa ser importante trabalhar com os alunos do ensino básico? Penso que já respondeste nas respostas anteriores.

MARIA: Sim, acho que sim.

Entrevistadora: Consideras que os materiais de ensino divulgados estão de acordo com o Programa? Isto é, achas que há coerência entre aquilo que o programa pede, aquilo que o programa exige e nomeadamente as metas que estão definidas e o que aparece no programa quer em termos de tarefas quer em termos de divulgação científica...

MARIA: Acho que sim, acho. Aliás, nunca houve um programa com tanto material mesmo nas questões científicas. Portanto, acho que sim.

Entrevistadora: Mas às vezes pode ter material e não estar de acordo exatamente com a filosofia ...

MARIA: Mas também é assim, o material foi feito pelas pessoas ou que o estiveram a aplicar ou que fizeram o programa. Portanto, era estranho não ter. Mas acho que sim.

Entrevistadora: Como pensas que seria sala de aula ideal para ensinar RG? Tem a ver com o número de alunos da turma (é evidente que é algo que não podemos mudar mas estamos a falar em termos de uma turma ideal e de uma sala de aula ideal, com uma turma ideal para trabalhar, como é que seria?), em termos de ambiente de trabalho, em termos da aquisição de conhecimento, interação, uso ou não de tecnologia?) Como é que idealizas uma sala de aula ideal?

MARIA: Na estatística?

Entrevistadora: Sim, na estatística.

MARIA: Aqui talvez, para mim o número ideal de alunos nunca para cima dos 20 (eu tenho 19, não anda longe), uma sala do tipo da sala 10 sem as mesas redondas, entenda-se (é bom para

o Estudo Acompanhado, mas para o resto...), um computador por dois alunos, eu penso que sim. Eventualmente ... mas as calculadoras não são uma ferramenta muito prática para os miúdos mais pequenos. Portanto, um computador para dois, se tiver acesso ao computador, à projeção, eu penso que é o ideal. Também muito mais não porque também se perdem.

Entrevistadora: O que pensa fazer para desenvolver nos alunos o que considera importante que aprendam na Estatística? Em termos dos materiais, ou seja, começando na planificação, passando pelas estratégias, os materiais, o tipo de atividades... Eu penso que tens vindo a responder ao longo da entrevista a esta questão. Mas agora mais especificamente, o que fazer para de facto desenvolver nos nossos alunos aquele conhecimento que nós achamos importante que eles, no fim da unidade, tenham adquirido?

MARIA: Bem, uma das coisas, ainda mais nesta unidade, é usar exemplos que tenham a ver com eles, dados característicos deles, a altura, o peso (bem, o peso é um bocado complicado por causa de algum gordinho ou magrinho), mas a altura, a cor dos olhos, o número de irmãos que são coisas soft, ninguém se vai zangar se tiver dois irmãos e outro só tiver um, essas características. Entretanto, alguns exercícios, por exemplo, do manual que têm a ver com situações muito próximas, aquelas que temos no manual, da alimentação, dos desportos, em algumas situações já usei as equipas do futebol, por exemplo, quando foi do Euro, coisas que estão muito próximas, agora as eleições, já falámos na hipótese de usar uma sondagem, coisas do dia-a-dia. Essa é uma estratégia. E usando esses exemplos, a matéria acaba por entrar porque as perguntas são feitas de acordo com o que se pretende e a parte teórica da matéria acaba por entrar dessa forma e pouca é aquela que é dada como caída do céu.

Entrevistadora: O que estás a dizer, leva-me a concluir que tens sempre em conta quer o que os alunos já sabem quer aquilo que se pretende que fiquem a saber no final. A matéria teórica vai consolidando quer aquela que eles já têm quer aquela que nós queremos que eles aprendam.

MARIA: Mas se há matérias em que nós conseguimos fazer aquilo que o programa e que se pretende que é: os alunos aprendam por si, esta é uma delas. Claro que há umas informações que têm de ser dadas, não aprendem pormenores como sondagem e censos, se forem ler, às tantas são capazes de ficar na mesma, porque são palavras muito ... bem, agora como foram os censos, talvez não. Mas se há matérias em que podemos aplicar, essa é uma delas.

Entrevistadora: Deixá-los um pouco...

MARIA: O problema é que eles não são autónomos e ficam muito perros e não avançam. Mas esta é uma daquelas unidades em que nós podemos fazer isso.

Entrevistadora: Mas se calhar, é isso mesmo, é uma unidade boa para eles começarem a ganhar alguma autonomia.

MARIA: Ou pelo menos, a começar não deveria ser...deveria ser...

Entrevistadora: 7º ano é sempre uma boa altura para começar.

MARIA: Mas já deveriam ter começado.

Entrevistadora: Mas se não começaram é uma boa altura para começar [risos], quer autonomia, quer imaginação, que acabam por ser bastante imaginativos e criativos,...

MARIA: E é uma matéria boa para eles poderem expor aos colegas porque os gráficos são bonitos, os dados também são bonitos, é uma matéria facilmente eles explicam. Mesmo os alunos com mais dificuldades, mais tímidos provavelmente vão conseguir explicar melhor uma situação que tenha a ver com a cor dos olhos, um gráfico que tenha a ver com a cor dos olhos do que a congruência dos triângulos.

Entrevistadora: Exato. [risos]

Entrevistadora: Que tipo de atividades consideras mais significativas para ensinar Estatística? Exercícios, problemas, coisas de partir pedra, calcula a média, calcula ...

MARIA: Não, não, problemas. Se pensarmos em problemas que tenham de ler o enunciado, interpretar, não exercícios rotineiros. Claro que têm de fazer dois ou três para calcular a média. Sim mas mais problemas.

Entrevistadora: Que materiais e livros utilizas na planificação das aulas? Porquê esses? Quais os critérios que usas para selecionar esses e não outros?

MARIA: Primeiro, é que materiais: programa e as brochuras; os livros: o adotado, claro, e depois há aqueles três ou quatro do conjunto de manuais que nós gostamos que habitualmente usamos já há alguns anos porque são autores que nós gostamos. Esta parte está respondida. A outra parte...

Entrevistadora: São os critérios. Porque é que usas esses?

MARIA: Uso estes manuais e os outros porque às vezes gosto destes autores e inspiram-me confiança. E estes exercícios e não aqueles porque depois de lido este é mais engraçado do que o outro, às vezes o tema até é o mesmo mas este é mais engraçado do que o outro ou este já está no manual e já é uma rotina.

Entrevistadora: Mas recorres também a computador, a sites.

MARIA: Sim, principalmente nesta unidade que temos pouco material disponível em português deste tipo e o site do ALEA é um bom site. Já agora, ainda não pensei para a estatística, ainda não fui lá, mas o site das atividades da APM.

Entrevistadora: Estava a pensar na necessidade porque às vezes os manuais, isto é o que me acontece, muitas vezes o que temos disponível não chega.

MARIA: No manual adotado ou nos outros?

Entrevistadora: Em todos. Às vezes há necessidade de ir procurar noutros lados, noutros sites até em livros científicos. Aqui na estatística, é uma necessidade que não sentes, de ir procurar?

MARIA: Não, não porque há muito material, nos manuais todos, e então agora com as brochuras acaba por ter muito material. Mas há material suficiente.

Entrevistadora: Ou seja, está de facto de acordo com aquilo que está definido no programa. Se não sentes necessidade de ir procurar noutros lados, é porque o que está definido e já elaborado vai de encontro ao que achas.

MARIA: Apesar de haver alguns pormenores que estão num sítio e não estão noutra mas isso às vezes também tem a ver com a interpretação dos autores.

Entrevistadora: Quando preparas material de trabalho para usar na aula, quais são os passos que segues habitualmente? Numa planificação de aula, primeiro o que é que fazes?

MARIA: Primeiro, penso o que se vai trabalhar naquela aula, naquele momento, depois depende da aula, mas depois pensar no material que gostava de trabalhar de acordo com o tema que tenho de trabalhar, naquela aula. Depois decidir se é um trabalho autónomo, estruturar, elaborar. AH, esqueci-me de tirar fotocópias para os alunos do 9º ano, este seria o último passo [risos].

Entrevistadora: Que característica procuras que tenham os exercícios ou tarefas que utiliza com os alunos? Qual o papel desses materiais que tu elaboras na aula?

MARIA: Bem, tem de ser agradável aos alunos, dentro do possível, neste caso, nesta matéria, porque há outras que não tem de ser agradável porque é aquilo e assim, os triângulos não têm de ser mais bonitos ou menos bonitos. Aqui tem de ser apelativo e os alunos têm de sentir que está próximo deles, alguma coisa que é deles.

Entrevistadora: Basicamente penso que já foste respondendo a esta questão. O que perguntava é quais as características que procuras que tenham o material didático que elaboras para usar numa aula. E o papel que eles têm na própria aula.

MARIA: Penso que já respondi.

Entrevistadora: Como avalias a aprendizagem que os alunos vão desenvolvendo na RG?

MARIA: Como avalio, no sentido de saber se está a correr bem? Pelo tipo de perguntas que fazem.

Entrevistadora: Também na representação gráfica?

MARIA: Sim, alguns não fazem perguntas mas a gente chega ao pé deles e percebeu que não fizeram e pela observação. Mas eu acho que a maior parte das vezes é pelas perguntas que eles vão fazendo.

Entrevistadora: Como pensa que evoluiu o ensino da estatística ao longo da história? O que faz hoje em dia evoluir o conhecimento estatístico?

MARIA: Estás a pensar ao longo da história ou desde de que dou aulas?

Entrevistadora: Ao longo da tua história.

MARIA: Evoluiu mesmo. Eu não dei estatística. Que eu me lembre, nunca dei nada de estatística no 3º ciclo, nunca dei nada de estatística no secundário, não me lembro. Portanto, quando começo a trabalhar e me aparece a estatística, era assim qualquer coisa que eu nem

sabia muito... quer dizer, eu sabia o que era a estatística mas não sentia a utilidade como sentia noutras coisas, equações, geometria, o que tinha percebido quando era aluna para que é que aquilo servia, na estatística eu acho que fui aprendendo. Depois também as pessoas com quem trabalhava na escola, eu acho que não davam muita importância à estatística, só aquela que era obrigada a dar porque faz parte do programa, tem de se dar. E também, foi evoluindo talvez porque ganhei mais gosto, porque também há muitos mais materiais apelativos que se podem usar, porque cada vez mais aparecem montes de informação na televisão que as pessoas não sabem usar. Eu acho que até foi mais por aí. Eu senti necessidade de eu própria saber algumas coisas mais. Quer dizer, não sei se sei muito, às tantas nem sei quase nada mas eu senti, nos primeiros anos era um bocado mais aquilo que vem no manual, o que vem no outro manual porque se tinha de cumprir o programa. Eu acho que agora é com algum gosto, por exemplo, quando faço um trabalho de projeto para os alunos fazerem é com algum gosto que eles fiquem com conhecimentos para o futuro. Se não levarem mais nada de matemática, pelo menos levem de estatística, que pelo menos saibam olhar para uma informação que lhes aparece e a saibam interpretar.

Entrevistadora: É de facto uma grande evolução. Também acho que, no início, a estatística estava voltada para uns objetivos que era essencialmente a construção...

MARIA: Era, e só cálculos basicamente. Não me lembro de pôr os alunos a interpretar tantos gráficos como agora.

Entrevistadora: E consideras isso positivo.

MARIA: Muito, muito.

Entrevistadora: Foi uma evolução positiva. E sentes-te confiante e segura em ti, nos teus conhecimentos nessa evolução, nesse sentido?

MARIA: Que sei mais, sei. Agora, se cometo erros porque ... há matérias em que eu aprendi durante os anos todos que andei no secundário e na universidade (na universidade mais aprofundado), os anos de aprendizagem foram muito mais espaçados, esta é mais recente. E portanto alguns pormenores a que se dão importância agora neste novo programa e que não se deram antes, eu não sei se estou a 100%. Mas que dou com gosto, isso dou.

Entrevistadora: A 100% é sempre muito complicado, a pessoa sentir-se a 100% ...

MARIA: Mas, por exemplo, há alguns pormenores agora do programa, que não são assim tão transcendentais, mas há pormenores de gráficos, aqueles gráficos de pontos, não é nada transcendente, mas nunca os trabalhámos. Eles aparecem e nós nunca os trabalhámos. Às vezes, esses pequenos pormenores.

Entrevistadora: A pergunta era no sentido de: nós estamos sempre à espera e penso que fazes isso nas aulas, que estimulas os alunos a colocar dúvidas, a questionar, a ir mais além do que a simples leitura do que lá está, do que a simples leitura do que é um gráfico mas quando à partida há essa abertura para os alunos fica-se sem rede, trabalha-se um pouco mais sem rede.

MARIA: Sim, eles fazem perguntas que posso não conseguir responder. Mas também não tenho problema.

Entrevistadora: E a tua segurança em relação a isso, é maior, em relação à estatística, sentes maior ou menor do que noutros temas, nomeadamente em relação ao tema de álgebra?

MARIA: Eu acho que não, sinto na mesma forma. Também, é assim, talvez por feitio: se eu não souber responder, o mais que posso dizer, é desculpa vou pensar, vou perguntar e amanhã conversamos ou daqui a um bocado. Mas isso acontece em todas as matérias, se eu não souber responder logo na hora, porque há miúdos que fazem perguntas muito diferentes e há outras então que pensamos que estamos num caminho muito direitinho, muito certinho até achamos que aquilo é muito verdade e eles fazem uma pergunta que nos balança mas eu não tenho problema nenhum em dizer: olha, desculpa, amanhã falamos. Nunca tive. Portanto, a minha segurança é idêntica por tenho sempre essa salva-guarda.

Entrevistadora: Onde vem essa segurança? Já disseste que formação, não tiveste. Por isso, a segurança vem do que tu foste lendo, ...

MARIA: E também do gosto, porque é uma parte que eu gosto, acho engraçada, acho útil e acho que os miúdos gostam, no geral. E portanto, vem daí.

Entrevistadora: E na escola, as reuniões de que falaste, discute-se ou não, há discussão das dúvidas dos alunos, das dúvidas que podem vir a ser colocadas, das dúvidas que foram efectivamente colocadas pelos alunos? Isso cria-te segurança, o que tens presentemente na escola, em termos dessas reuniões, cria-te segurança? Ajuda-te a criar segurança?

MARIA: Cria. E no caso do 7º ano, são bem discutidos, os assuntos. Nos outros anos que tenho, já são mais ou menos, depende também porque as pessoas não são todas iguais e portanto há conversas que se conseguem ter entre duas, três pessoas que depois não se conseguem ter com outros. Mas eu acho que sim, que, no geral, essa discussão e essa partilha funciona bem. Por isso, eu acabo por ...

Entrevistadora: Ou seja, é bom.

MARIA: É muito bom e não é recente. Eu acho que é benéfico e espero que a gente não perca essa possibilidade das reuniões.

Entrevistadora: Isso é algo que há ali e que não há em muitas escolas e que penso é de facto de aproveitar. Ter a hipótese de ter um momento definido no horário em que o que se pretende discutir o que se vai dar é algo de bom que encontrei nesta escola e não encontrei na maior parte delas.

MARIA: Sim mas lá está, funciona com algumas pessoas mas não funciona tão bem com outras. Eu acho que tem funcionado sempre bem, não funciona tão bem com outras. Porque se há reuniões de nível em que nós conseguimos fazer tudo, desde o teste, desde a ficha, desde o trabalho, desde a questão, ou seja quase tudo, não replicamos porque somos pessoas diferentes mas isso funciona nuns anos, nos outros pode não funcionar.

Entrevistadora: São pessoas.

MARIA: Mas sim e acho que temos mesmo de não deixar que isso caia. A gente reunia-se na mesma, mas era em trabalho nosso, em tempo nosso e assim estamos na escola.

Entrevistadora: E é um espaço para discussão e por isso as pessoas é o devem fazer, é discutir. É evidente que nas outras escolas também reunia, também planificava, também

discutia mas nunca tive no horário, é obrigatório naquele sítio, naquela hora, naquele tempo é para discutir. Isso é mesmo muito bom.

MARIA: E olha que nós sempre fizemos ... já há alguns anos que eu faço teste com os outros colegas do nível, nalguns níveis mas desde que temos este tempo, parece que a pessoa sente-se mais na obrigação de fazer nem que depois partilhe por mail, não é, mas está ali, tem de fazer. Eu acho que sim, por acaso espero que aquilo não caia.

Entrevistadora: O que pode dizer sobre a Estatística que estudaste como aluna, eu penso que já foste respondendo.

MARIA: Acho que foi zero. E acho que foi zero por uma razão, a ti aconteceu a mesma coisa de certeza, não era obrigado a dar o programa todo, desses ou não desses aquilo ...

Entrevistadora: Também não me recordo como aluna de ter ...

MARIA: E eu como professora, nem toda a gente dava o programa que eu lembro-me que não dava e eu, como professora, dei sempre o programa todo mas lembraste-te que só quando houve exames é que começaram, em todas as escolas, a cumprir o programa.

Entrevistadora: E a parte da estatística, não sei se se cumpre.

MARIA: A maior parte dos alunos, chegava ao secundário, nunca tinha falado em trigonometria, por exemplo, geometria, ui, geometria. E esta era a do 9º ano, porque, para trás, a gente não ia perguntar se tinham dado a estatística, não é?

Entrevistadora: Esta questão também tem a ver exactamente com o que estávamos a falar há pouco. Nunca tivemos estatística, nunca fizemos um trabalho de investigação estatística. Quer dizer, enquanto que noutros temas é-nos fácil colocar na pele do aluno e tentar perceber...

MARIA: Exatamente, porque eu fazia assim e agora é capaz de ser.

Entrevistadora: Aqui as dificuldades maiores que vão ter ou não vão ter, é um feed-back que temos do aluno mas não o temos como alunas.

MARIA: É com os anos de prática.

Entrevistadora: E daqui que acho que a observação dos alunos é importante. A observação que fazemos quando estão perante um trabalho, e tu fazes isso quando comentamos, “o trabalho funcionou bem porque os alunos estavam empenhadíssimos”, “no trabalho de Excel em que os alunos fizeram bem”,...

MARIA: Mas falha porque nessa observação eu não consigo dizer ao ponto, eu sei o geral, não consigo fazer ao pormenor, olha, ele falhou aqui a não ser quando vejo a parte escrita.

Entrevistadora: Mas há algo que motiva o aluno e em termos de motivação, eu penso que se consegue tirar pela observação. Observando um grupo a trabalhar, tu consegues perceber se de fato aquele trabalho...

MARIA:.., está a correr bem ou não está ou se eles estão com vontade de o fazer. Agora estava-me a lembrar, é uma das coisas que eu há uns anos que penso nisso: é eu gostava de fazer essa observação mais ... pormenorizada. Eu tenho uma grelha mas depois acabo por esconder a grelha, não consigo andar com a grelha atrás de mim. Eu posso andar mas depois...

Entrevistadora: E se calhar as categorias que tens na grelha, teriam de ser discutidas, teriam de passar por uma discussão.

MARIA: Eu acho que ... é a próxima.

Entrevistadora: Em relação à Estatística, tens feito ou já fizeste alguma formação depois de concluídos os seus estudos?

MARIA: Fiz pequenas coisas no ProfMat mas fiz uma formação de estatística e probabilidades mais para o secundário, quando foi do acompanhamento. Foi uma semana que trabalhámos estatística e probabilidades, talvez mais probabilidades do que estatística, mas foi uma semana...

Entrevistadora: Mas tendo em conta estes objetivos, os objetivos que estão definidos, não só aqueles que são muito claros mas também aqueles que estão subjacentes ou aquelas finalidades grandes do programa, do raciocínio, da interpretação, da leitura, tudo isso, achavas que era pertinente ou não haver mais formação na área da estatística?

MARIA: Sim. Neste momento, não a sinto mas penso que também não perdia nada. Não a sinto porque discutimos muito. Eu se estivesse sozinha a preparar isto era capaz de andar aí à nora mas tendo com quem discutir, acabamos por estar a falar. Agora, neste momento, não sinto.

Entrevistadora: Mas, por exemplo, ainda há pouco dizíamos que nunca fizemos nenhum trabalho de investigação estatística. Será que uma formação que nos obrigasse a fazer um trabalho de estatística, achas que em termos de ganho próprio, como profissional, era ou não era...

MARIA: Ah, sim, tínhamos, tínhamos a ganhar. Eu fiz, no acompanhamento, fiz, numa das semanas de formação, foi sobre projeto e eu tive a ganhar com isso. Eu nunca tinha feito um projeto, como aluna, nunca fiz, eu nunca tinha feito e fizemos o projeto, tinha a ver com umas constrições na zona de Viseu, por exemplo, que geometria tinha a igreja mas fizemos o projeto todo desde a fotografia, desde encaixar a geometria nas fotografias, tudo, o pormenor todo do projeto. Eu acho que sim, aí tivemos a ganhar.

Entrevistadora: Até porque um trabalho de projeto tem esses passos definidos.

MARIA: Era daquelas coisas que se podia num círculo de estudos na escola mas depois não se junta um grupo àquela hora para fazer porque um não pode às cinco, outro não pode às quatro e outro não pode às três. Porque era uma coisa gira.

Entrevistadora: Mesmo em termos científicos, é claro que me vi obrigada a ler, feita a minha leitura antes e depois de ler o que já li, acho que muitas das coisas, não tudo evidentemente, mas algumas das coisas que li eu acho que os professores tinham a ganhar se lessem e não são coisas complicadas, não são difíceis, são até bastante intuitivas mas que de facto não vêm no material que temos disponível.

MARIA: E eu estive a ver até na brochura, os pormenores.

Entrevistadora: É, a brochura está bem.

MARIA: E eu estou a falar da mais pequena, que apesar de ser para um público que necessita de uma informação mais soft, acho que está bem conseguida.

Entrevistadora: Mas há alguns detalhes que não estão.

MARIA: Mas eu tenho na pen na imprimir, se necessitar vou ao computador consultar.

Entrevistadora: Mas tu falas com colegas de outras escolas, tens a ideia que essas brochuras são lidas, usadas, trabalhadas?

MARIA: Não, não até tenho a sensação de que há colegas que nem sabem que elas existem. Quer dizer, tenho a sensação, não tenho a certeza. Pelo menos, no início do ano não conheciam, agora, já não sei, já passou quase um ano inteiro. Mas no início do ano, nem sequer sabiam que existiam.

Entrevistadora: É pena porque sendo material que está disponível e bom material.

MARIA: Que nós consideramos bom.

Entrevistadora: É pena porque perde toda a gente, perde o professor e perde o aluno, em última estância, perde o aluno.

[agradecimentos]

A.4. Transcrição das respostas da professora Maria na entrevista inicial

Entrevista inicial à professora MARIA, realizada antes de iniciar o tema OTD

Entrevistadora: Qual a tua situação profissional na escola onde lecionas?

ANA: Sou professora do quadro da escola secundária com 3º ciclo do fundão.

Entrevistadora: Quais as opções da escola em relação ao ensino básico da Matemática? Em relação ao plano [Plano da Matemática], vocês este ano acabaram por...

ANA: O ano passado, já foi o ano passado, já há dois anos que não estamos no plano da matemática.

Entrevistadora: Não estão no plano e isso implica não ter assessor, ...

ANA: Nada, não temos nada.

Entrevistadora: Mas aulas de apoio continuam a ter?

ANA: Continuamos a ter na componente não letiva. Temos o horário cheiinho, todos os elementos do grupo, com aulas de apoio. Não temos horas para planificar, nada.

Entrevistadora: Que é de facto uma das coisas que faz falta.

Entrevistadora: Como trabalham dentro do Grupo de Matemática por nível de escolaridade? Tu estás numa situação mais complicada.

ANA: Eu estou sozinha a lecionar o 7º ano, no 12º ano não, estou com outro colega e aí vamos falando mas só falando e eu faço uma ficha e envio para o colega, o colega faz uma ficha e envia para mim, mas só assim neste aspeto, combinamos os testes e a matriz dos testes e tudo isso, isso é combinado. Em relação ao 7º ano, é tudo comigo, sozinha.

Entrevistadora: E não tens colegas da outra escola, ligação com mais ninguém do Fundão?

ANA: Só contigo, de vez em quando, mais nada.

Entrevistadora: Como descreve a sua experiência como professora? Isto é, consideras que a tua experiência tem sido positiva, tem correspondido ao longo dos anos àquilo que tu pensaste ser? Ou ... já foi mais do que é agora? Começas a estar desiludida? A mim, não me parece nada, mas...

ANA: Não, não estou desiludida. Pronto, há anos em que ando um bocadinho mais desiludida do que outros, não é? Também depende dos alunos. Agora, não, não estou nada desiludida e gosto muito de dar aulas e gosto muito de estar dentro da sala de aula. Essencialmente, gosto muito de estar dentro da sala da aula e de interagir com os alunos, gosto de planificar as aulas, gosto de dar aulas, a parte burocrática não gosto tanto, tudo para além disso é que não muito apreciadora, agora não estou nada desiludida com o ensino e tornaria a entrar na carreira, se possível.

[no entanto, pertence a comissões da escola, de avaliação interna, por exemplo, e é coordenadora do secretariado, já foi coordenadora de grupo]

Entrevistadora: A tua experiência e formação em Estatística? Tiveste, quando te andavas a preparar para professora tiveste alguma coisa específica em Estatística?

ANA: Tive, eu tive estatística no 2º ano e no 3º ano.

Entrevistadora: Já é mais do que eu e a Guida.

ANA: Tive, tive estatística.

Entrevistadora: E era assim algo que tu até gostavas?

ANA: Ah! Muito, sempre gostei muito da parte de estatística. Se eu bem me recordo havia uma disciplina no último ano em que nós tínhamos opção e eu escolhi estatística. Sempre gostei muito da estatística.

Entrevistadora: Nós nunca tivemos, em termos de formação, não.

Entrevistadora: E a experiência como professora em Estatística? Por isso, A estatística dá-se essencialmente no 10º ano,...

ANA: ...no 10º ano. Sim, No início, algum tempo, dava-se logo no primeiro período. Eu ainda me lembro de dar estatística no início do 10º ano, depois passou para o final do ano mas sempre no 10º ano. No 3º ciclo, não me recordo bem, mas...dava, também dava estatística. A última vez que tive, ainda era gestão flexível do currículo, tínhamos estatística logo no 7º ano.

Entrevistadora: dava-se no 7º e 8º ano e juntava-se tudo no 8º ano.

ANA: Não, eu juntei e dei tudo no 7º ano. Optei por dar a estatística logo no 7º ano. Os miúdos tinham de fazer uns trabalhos, que tínhamos combinado em Conselho de Turma e eu optei por dar no 7º ano.

Entrevistadora: E no 10º ano, agora, deste programa, o 3º período, a grosso modo, é dedicado à estatística.

ANA: Mas eu acho que há uma parte que acabamos por dar mais no 12º ano. Faz-se uma revisão e dar no 12º ano.

Entrevistadora: No 12º ano, pega-se também na normal, na distribuição normal.

ANA: Eu penso que essa parte da matéria nunca a consegui dar toda, nunca dei a estatística toda no 10º ano.

Entrevistadora: É o que habitualmente acontece, ou é dada muito a correr, é dada como receita, não é? Dá-se as coisas como uma receita mas é trabalhada porque nem sequer há tempo.

ANA: Sim, sim, é.

Entrevistadora: Qual o papel que atribui à reflexão na sua prática docente? O que pretendo saber é, quando planificas, obviamente está a reflectir sobre aquilo que vais dar e habitualmente mesmo em grupo há uma parte de reflexão própria que a pessoa faz. Depois disso, reflectes, ou seja, chegas ao final da aula e tens por hábito reflectir em termos do que podia ter corrido melhor, para a próxima faria assim,...? Por exemplo, uma ficha que tu dás, nem sempre as coisas funcionam da mesma maneira, como nós prevemos, tens por hábito fazer essa reflexão à posterior?

ANA: Oh, Cristina, é assim, eu ... Acabo sempre ... Por exemplo, imagina, 12º ano, agora estou a pensar no 12º ano porque estou mais habituada ao ensino secundário. Já tenho ouvido, por exemplo, dizer à Maria João, logo a seguir a acabar o ano, que modifica e eu acho que ela faz muito bem. Mas eu, apesar de pensar nisso, eu confesso que nunca fiz mas eu acho que é uma boa prática, acho que há coisas que eu devia anotar...

Entrevistadora: ...para o próximo ano porque são coisas que acabam por esquecer.

ANA: Porque também eu sei que para o ano não vou dar 7º ano e sei que não vou dar 12º ano e isso condiciona-me um bocado. Depois logo se vê, quando tornara a dar, logo se vê, entretanto até o programa pode mudar mas eu acho que é uma boa prática. Eu acho que ela tem muita razão quando faz isso.

Entrevistadora: Também é o género de coisas que é mais fácil se trabalhas a par, com outra colega.

ANA: Exatamente.

Entrevistadora: Só o “Como é que correu”,...

ANA: Só que seja umas anotações, não empatar tanto aqui, dar esta matéria de outra maneira, entenderiam melhor se fosse assim, eu acho que isso é muito importante. Confesso, não faço muito.

Entrevistadora: Antes de passar a esta parte, a turma de 7º ano, aquela que vai ser assistida, como classificas o desempenho deles? Para já, quantos são?

ANA: São 27 alunos, não há nenhum aluno com necessidades educativas especiais mas são 27 alunos, nesta turma. Na outra turma são 24 alunos mas são dois alunos com necessidades educativas especiais. Entretanto, a um agora fizemos-lhe um currículo alternativo e entretanto, já não tem matemática. Portanto ainda lá tenho um aluno que é quase surdo. Nesta turma, é uma turma boa, é uma turma empenhada, são trabalhadores, barulhentos, eles vêm desde a escola primária, aquele núcleo vem quase todo desde a escola primária e desde o jardim de infância. Então são mesmo muito, muito unidos e são reguilas, são barulhentos, tem que se dar sempre tarefas porque senão aquilo é ...

Entrevistadora: Têm que estar sempre ocupados.

ANA: Sempre, sempre ocupados senão há conversa. E são um bocadinho infantis ainda. Mas pronto, têm 12 ou 13 anitos é natural. O que é, por exemplo, se mando um trabalho de casa, aí são miúdos que fazem. No entanto, tenho cerca de 6 níveis dois, 6 negativas.

Entrevistadora: Em 27? É bom.

ANA: Em 27. São bons alunos. Aliás, é uma turma que nas reuniões de avaliação 5,5,5,5...Têm imensos cincos e o Conselho de Turma e um Conselho de Turma exigente. São muito bons alunos. Há ali alunos que têm 5 a todas as disciplinas.

Entrevistadora: Ok, em relação à matemática, se eu te pedisse seis coisas que te vêm à cabeça em relação à Matemática, 6 palavras que tu ligués à matemática.

ANA: A sério?! Probabilidades, números complexos, ... vamos para o 7º ano, números racionais, que também gosto, equações, que ainda estou a dar, que é fundamental ... já vamos em quantas? 4?

Entrevistadora: Não tem que ser em termos de áreas da matemática. Podes pensar em termos coisas necessárias para que eles sejam bons a matemática ou ...Áreas é de facto o que a pessoa se lembra de imediato, eu também me lembro logo da análise, das funções mas não tem de ser.

ANA: Então, persistência e estudo.

Entrevistadora: Se te pedisse para pensares em 6 coisas da Estatística, seriam completamente diferentes? Das 6 que disseste anteriormente. Claro que algumas são, equações, números racionais.

ANA: As equações também, ainda agora no teste intermédio do 8º ano havia um exercício, o da média, que eu não sei até que ponto eles reagiram e que tem a ver com equações. E era um exercício engraçado.

Entrevistadora: Era do género que tens em alguns manuais, por exemplo na Porto Editora tens um exercício igualzinho.

ANA: No novo programa? O problema é que aqui na escola nós ainda estamos com o programa antigo. Eu acho que aquele teste era muito virado para o novo programa. Acho aqueles exercícios, aqueles três exercícios, esse, o do volume e o das sequências é nitidamente novo programa.

Entrevistadora: Também se dá sequências a nível do 8º ano, para introdução das funções.

ANA: Mas está muito mais focado neste novo programa do que no antigo, eles insistem muito nas sequências. E então o que estava a responder? As 6 coisas ligadas à estatística. Essa vai ser difícil. Então mantemos a equação, para ser esquisito, a média, gráficos, a pesquisa, acho que é interessante, ...não sei mais.

Entrevistadora: Achas que é muito diferente do que pensas em matemática ou não? Por exemplo, a questão do estudo, a questão do trabalho, a questão da persistência, a questão da interpretação, ...

ANA: Acho que é, acho que é um bocadinho diferente. Acho que há matérias da matemática que envolvem mais estudo e mais persistência que a estatística.

Entrevistadora: É talvez mais interpretação, mais contexto, ...

ANA: Tem mais contexto, os miúdos acho que gostam mais desta parte do que de algumas partes da matéria.

Entrevistadora: Quando os alunos têm um saber mais geral, acabam por resolver melhor algumas questões do que outros, em termos de cultura geral.

ANA: Eu acho que há miúdos, especialmente naquela primeira parte, acho que há miúdos que acham que aquilo faz parte da cultura geral, mesmo calcular uma média ou... há até miúdos que perguntam: mas para que é a moda e a mediana, qual é o efeito, para que isso interessa? Porque realmente aquilo para eles não é nada assim de muito novo, não é?

Entrevistadora: Não, não é novo. Por exemplo, os gráficos, eles estão habituadíssimos a ver os gráficos em tudo quanto é lado e não têm, é a ideia que tenho, não têm de facto dificuldade em ler o que lá está. Interpretar o que lá está, já é uma coisa diferente, agora é leitura dos dados, acho que não há grandes dificuldades.

ANA: Até porque eles na Geografia estão habituados a ler gráficos, penso eu.

Entrevistadora: E nas Ciências.

ANA: E até na história, se calhar.

Entrevistadora: Sim, gráficos de linhas na história aparecem de certeza. Ok, quais os objectivos e importância da Estatística? Achas que é importante dar estatística aos alunos ou não?

ANA: Eu acho que sim. É importante eles saberem calcular uma média, é importante eles lerem gráficos, é importante ...

Entrevistadora: ...as medidas de dispersão, de localização mas é essencialmente os gráficos, a leitura e interpretação.

ANA: Eu acho que sim, acho que é muito importante, então não é?

Entrevistadora: Indique alguns aspetos que considera essenciais no raciocínio estatístico.

ANA: É o ler os gráficos, o cálculo, ...

Entrevistadora: Pronto, e é essa a Estatística que consideras importante ensinar aos alunos do ensino básico?

ANA: Sim.

Entrevistadora: Qual a importância e o papel que atribui à tecnologia nas suas aulas de Estatística, mais especificamente nas aulas de RG? Trabalhas com Excel, com calculadora,...

ANA: Sim, sim. Eu penso fazer um bocadinho das duas coisas. O Excel é muito importante, os meus miúdos, acho que, em relação ao Excel, que ainda não estão grandemente habituados a trabalhar.

Entrevistadora: É mais que intuitivo, o Excel tem isso de bom, não é?

ANA: Exatamente, portanto vamos trabalhar um bocadinho com o Excel, calculadora gráfica, depende, depende da disponibilidade da escola, porque eles ainda não têm, alguns já têm porque têm irmãos mais velhos ... vamos ver.

Entrevistadora: A minha experiência com calculadora de 7º ano foi completamente desastrosa.

ANA: Eu já no 10º ano, eles têm grande dificuldade...São sempre aulas em que eu fico muito nervosa com a máquina de calcular gráfica, aquilo depois é um burburinho, depois uns vão à frente, outros vão atrás, aquela turma também é muito grande, vou ver. Mas mesmo no 10º ano, custa-me sempre muito introduzir a máquina de calcular. Aquelas primeiras aulas...

Entrevistadora: Então no 7º, imagina. Foi mesmo complicado. Eu fiz no estudo acompanhado e fiz também o Excel no estudo acompanhado e notei que eles no Excel desembaraçaram-se muito bem, embora a ficha estava dirigida, mas desembaraçaram-se muito bem. Com a calculadora, foi desastroso.

ANA: Eu utilizei o GeoGebra na proporcionalidade direta. É engraçado, nesta turma que são mais, tive mais dificuldades. É certo que na outra turma também são 24 mas achei-os mais compenetrados e com mais facilidade de trabalho do que nesta turma, não sei porquê, devia ser, se calhar, por serem mais, mas de qualquer forma eles gostaram e aderiram muito bem. Também era um problema muito intuitivo, gostei imenso de trabalhar com o Geogebra e sempre que puder vou utilizar também porque acho que os garotos, disponibilizaram-se para trazer os computadores portáteis de casa e trouxeram por isso agora ... vamos ver como reagem com o Excel.

Entrevistadora: Descreve, de modo mais detalhado possível, a dinâmica habitual da sala de aula quando ensinas o tema Estatística. Se calhar não é diferente mas como é habitualmente, comesas por ditar o sumário, se é uma ficha, trabalhas a ficha, ...

ANA: Sim, sim. Trabalham a ficha mas eu penso que a estatística é uma altura em que eles podem começar a trabalhar...porque eu ainda não fiz muito trabalho de grupo com eles porque eu só tenho dois blocos por semana, não tenho mais nada.

Entrevistadora: Pois, não tens o estudo acompanhado, não tens mais nada, pois.

ANA: Não. Por exemplo, para a semana, eles vão ter teste e eu já pedi à colega para me deixar ir ao estudo acompanhado mas isso acontece de vez em quando e é preciso ela não ter mais nada programado. Isso acontece de vez em quando. Eu só tenho dois blocos de 90 minutos por semana.

Entrevistadora: É muito apertado, acho eu.

ANA: Por isso eu vou um bocadinho atrasada na matéria eu só vou começar a estatística no final do mês. Vou ficar com o mês de Junho para dar a estatística. Perdi-me.

Entrevistadora: Falávamos na dinâmica da aula.

ANA: Ah, penso podermos fazer finalmente um trabalhinho de grupo, não muitos no máximo dois, três alunos, mas penso que é uma altura em que se pode começar a adotar essa metodologia que ainda não adotei com eles.

Entrevistadora: Mas, por exemplo, o trabalho a pares, costumás pô-los a trabalhar a pares na resolução das tarefas, o manual tem uma data delas?

ANA: Sim, sim.

Entrevistadora: O trabalho a pares já faz com que eles discutam as coisas, argumentem, não é?

ANA: Sim mas também não pode ser durante muito tempo, porque eles são... a conversa começa logo a ir para outro...

Entrevistadora: ...a descambar.

Entrevistadora: Como completaria a seguinte frase: “A minha estratégia ou método de ensino da Estatística consiste em...”

ANA: Difícil...

Entrevistadora: Pensa em termos de método expositivo, método...

ANA: Não, muito pouco.

Entrevistadora: ... método a pedir mais a argumentação dos alunos

ANA: Sim, eles procurarem, aquela primeira parte eles procurarem em revistas, jornais ...

Entrevistadora: Ou seja, os alunos trabalham com dados que eles próprios procuram?

ANA: Sim, e depois em conjunto, vou-os levando aonde eu quero, à matéria, essencialmente isso.

Entrevistadora: Vais conduzindo, por questões, ...?

ANA: Sim, sim.

Entrevistadora: Cite algumas funções que o aluno deveria assumir no processo de aprendizagem. É mais ou menos o que acabaste de dizer, ser o aluno, ele próprio procurar os dados com que vai trabalhar.

ANA: E a estatística parece-me que se proporciona, que se propicia a esse género de trabalho e de ensino.

Entrevistadora: Qual consideras que é o melhor caminho para o aluno se aproximar do conhecimento estatístico?

ANA: Há coisas que eles têm de saber. Eu costumo dizer-lhes que, na matemática, há coisas que têm de saber, eles têm de saber os passos numa equação, eles têm de decorar quais são os passos que devem seguir numa equação, eles têm de saber como calculam uma média, como é que encontram a mediana, como é que vêm qual é a moda, há coisas que eles têm de saber. Mas depois também há a leitura de um gráfico acaba por ser um bocado ... intuitivo, penso eu, e acho que aquela turma se presta muito a este tipo de ensino.

Entrevistadora: Quais as dificuldades que espera encontrar nos alunos relativamente à estatística e mais especificamente à RG? Já prevês algum tipo de dificuldades, relativo aos gráficos, imagina, sei lá, um gráfico de barras, há alguma dificuldade que tu de antemão estejas à espera de encontrar ou não prevês e aquilo que fores encontrando vais combatendo na altura?

ANA: Não, não estou cética em relação a isso, logo vejo.

Entrevistadora: Também depende muito da reação e dos alunos que tens à frente.

Entrevistadora: Como sabe se os alunos compreenderam algo? Isto é, imagina que dás uma determinada tarefa para que eles adquiram determinado conceito, como é que consegues ter a perceção se esse conceito ficou ou não adquirido?

ANA: Na matemática, nós estamos sempre a colocar exercícios e então dá perfeitamente para ver se eles já estão dentro da matéria, se não estão, se eles já captaram ou não captaram.

Entrevistadora: E questões que eles vão fazendo, pelas questões que tu própria vais colocando, não é?

ANA: Exatamente, então não é? Eles dizem. Eu acho que os alunos cada vez estão mais à vontade, e dizem. Mesmo bons alunos, eu tenho reparado nisto nesta turma, mesmo bons alunos não têm vergonha de dizer “não percebi esta matéria”. É engraçado, acho que têm mais vergonha ... eu estou-me a recordar ontem na aula, tive um aluno de quatro, de um quatro bom que me disse: “Professora, eu não estou a perceber esta matéria”. Eles estão à vontade para dizer isso.

Entrevistadora: Apesar de serem bons alunos, não têm ...

ANA: ...não têm qualquer tipo de problema para dizerem.

Entrevistadora: Eu acho que isso faz parte ... tem a ver com a maneira como te caracterizo como professora, acho que pões os alunos de tal forma à vontade que eles de facto fazem isso.

ANA: Eu tento.

Entrevistadora: Não terão a mesma reação com todos os professores. Mas acho que tens essa característica de os pôr suficientemente à vontade para fazerem qualquer tipo de questão.

ANA: Eu tento, eu tento que isso aconteça. Claro que também tenho lá alunos que eu não sei bem o que ... eu tenho lá dois casos, estou-me a lembrar de uma miúda que eu não sei bem o que lhe posso fazer. Eu não sei o que posso fazer àquela garota.

Entrevistadora. Mas não participa, não questiona?

ANA: Não mas depois diz-me, eu estudo, estudo, estudo, e eu desta vez vou tirar uma boa nota. Mas depois, basta fazer uma pergunta ... a ideia da garota é mudar para um CEF,...

Entrevistadora: Não consolida, deixa as coisas no ar?

ANA: É esquisito mas a garota está ali mas aquilo não entra, não percebe. E depois não é só numa matéria, é em todas. Aquilo é mesmo complicado.

Entrevistadora: Se calhar, decora as coisas ou tenta decorar.

ANA: Eu acho que nem decorar as coisas consegue, é muito complicado. Portanto, tem esses extremos a turma, tem alunos muito bons e depois tem estes casos ... esta aluna é o pior caso que eu lá tenho. É mesmo só esta miúda, porque os outros, mesmo os mais fraquitos, querem ir ao quadro, querem participar, ficam aborrecidos se não vão todos na mesma aula ao quadro. Eles estão muito à vontade, com exceção dessa miúda, que não consegue, pronto. A matemática para ela é uma coisa estranhíssima.

Entrevistadora: Observas os teus alunos quando aplicam ou aprendem algum conceito estatístico? O que observas? O que normalmente fazem os alunos nas aulas? Pela observação dos alunos, quando eles estão a trabalhar, ganhas tu alguma coisa? Eu acho que por observação dos alunos, acabamos de por aprender algumas coisas. Quando estás com eles, sem ser na situação de quadro, na situação em que estás tu a falar, mas na situação em que tu estás ao pé deles e eles estão a trabalhar entre eles, essa observação dá-nos ganho porque acabamos por ouvir coisas ... que não tínhamos pensado ouvir.

ANA: Até mesmo na situação de quadro, pode acontecer, eles podem sempre dizer “e se fosse resolvêsemos assim?” e nós não tínhamos pensado nisso. Por mais que tenhamos planificado a aula, já me aconteceu, não ter pensado naquela maneira que por vezes é bem engraçada.

Entrevistadora: Sim, isso acontece também nos testes, há resposta em que a nossa primeira tendência é riscar tudo mas depois... deixa cá ver com mais calma e afinal até está bem, com outro tipo de raciocínio. Mas isso são participações da parte deles, eu digo aquela observação que nós fazemos enquanto eles estão a trabalhar porque têm com os colegas um tipo de discurso que não têm contigo e, de facto, acabamos por, em termos de linguagem, em termos de rigor, acabamos por aprender alguma coisa. Em termos de alguns termos matemáticos, que não usam, só nos apercebemos se de facto, os observámos.

ANA: É provável. Está bem, nunca tinha pensado nisso [risos]. Está giro.

Entrevistadora: Em relação ao programa, a estatística no programa antigo e no programa novo tem, quanto a mim, filosofias diferentes, tem coisas diferentes, nota-se a nível, por exemplo, nos gráficos, vamos até aos diagrama de caule e folha.

ANA: Que só se dava no 10º ano, não era?

Entrevistadora: Dava-se no 10º ano mas não se aprofundava. Mas a nível de básico nunca se deu.

ANA: Eu pelo menos nunca dei.

Entrevistadora: E a caixa de bigodes, também se dá agora no 7º ano. Achas que é simples para um aluno olhar para um diagrama de extremos e quartis e conseguir interpretá-lo tal como deve ser?

ANA: Não sei, tenho dúvidas que todos consigam. É claro que vão haver alguns que conseguem mas olha que eu não sei como é que eles vão reagir

Entrevistadora: Tens ideia como é que reagem os teus alunos de 10º ano?

ANA: Os meus alunos de 10º ano ... já estávamos no final do ano quando se dava essa parte da matéria, muito a correr, provavelmente já teriam feito o último teste, portanto não como é que ... ou melhor, se calhar, ouviam-me mas depois não ligariam muito.

Entrevistadora: Não tens ideia como reagem em termos de interpretação, dado um diagrama como interpretar aquilo que ele nos transmite?

ANA: Não sei.

Entrevistadora: Eu estou na expectativa para ver como é que os meninos do 7º ano vão reagir, pelo menos ao diagrama...ao diagrama de caule e folhas acho que não vai haver problema, é muito parecido com o de barras.

ANA: Com o outro, não sei. Falamos depois no final.

Entrevistadora: Vamos falando, não é? [risos]

Entrevistadora: Em relação à representação gráfica estatística, achas que o programa vai de encontro com o que pensas ser importante trabalhar com os alunos do ensino básico?

ANA: Penso que sim, vai, sim.

Entrevistadora: Consideras que os materiais de ensino divulgados estão de acordo com o que se define no Programa? Por exemplo, no teu manual, em termos gerais, o manual vai de encontro...

ANA: O meu manual é o da Porto Editora.

Entrevistadora: É o da Porto Editora? Não é o do Belmiro?

ANA: Sim, mas o Belmiro é da Porto Editora. Há outro mas o meu é o do Belmiro. Eu penso que só peca um pouquinho porque fala muito pouco, por exemplo, no Excel, no Geogebra, penso que nesse aspeto peca um pouquinho. Em termos de exercícios, tem, tem imensos exercícios e o caderno de atividades, tem imensos exercícios. Nesse aspeto, acho que não ...

Entrevistadora: E exercícios diferentes, não são só exercícios rotineiros, não é partir pedra?

ANA: Tem, tem exercícios diferentes relacionados com o que diz o programa. Penso que falha um bocadinho nesse sentido.

Entrevistadora: Como é que achas que era a sala de aula ideal para ensinar RG? Em termos de tudo: número de alunos da turma, por exemplo, 27 é muito, com garotos de 12 anos...

ANA: Com 27 terá de ser com 1 computador em cada carteira e mesmo assim vai ser complicado porque eles não vão trazer todos e a escola não tem suficientes, ou então tenho de andar a mudar de sala, o que é complicado porque nesta altura começa a vir muitos testes, tudo isso vai ser complicado. Como é que seria? Então, pouquinhos alunos, não é? Uma sala que tivesse computadores, revistas e jornais, isso eles trazem, agora, menos alunos 15 ou 16 alunos.

Entrevistadora: Isso já facilitaria muito a vida em todos os aspetos.

ANA: Claro, só que eu tivesse a turma dividida num bloco, já seria muito melhor...

E: E nestas aulas, se calhar, a assessoria também era bem-vinda.

ANA: Era, era mas nós não temos assessorias já desde o ano passado. Neste momento não há assessorias nesta escola.

Entrevistadora: Mas para este tipo de ensino que se pretende, é bom, é uma ajuda, é dividir por dois o trabalho de uma só.

ANA: E os miúdos ficavam muito melhor porque o tempo que têm de estar à espera que eu chegue lá quando me colocam uma dúvida ou quando precisam de alguma coisa é muito maior.

Entrevistadora: O que pensa fazer para desenvolver nos alunos o que considera importante que aprendam na Estatística? Em termos de tipo de atividades, que tipo de atividades estás a pensar propor, estás a pensar seguir fundamentalmente o manual uma vez eu consideras que é um manual bom excetuando essa questão da tecnologia ...?

ANA: Sim, estou. Eu acho que se eles têm o manual, têm de utilizar o manual. Os manuais são muito caros, as escolas também não estão nos melhores momentos... Tivemos de adotar um manual, ainda por isso foi a primeira vez que foi adotado este ano, não é? Nem sequer é um manual antigo. Portanto, eu acho que se deve seguir sempre o manual. Eventualmente...por exemplo, para os motivar, posso-lhes pedir, como trabalho de casa, trazerem de casa revistas, jornais com gráficos, tudo isso e eles gostam de fazer mas consolidação da matéria sempre com o manual.

Entrevistadora: Que atividades considera mais significativas para ensinar Estatística? Penso que já explicaste...

ANA: A análise de gráficos que depois eles arranjam e depois a parte de consolidação com o manual e com os exercícios do manual.

Entrevistadora: Que materiais e livros utilizas na planificação das aulas? Porquê esses? Quais os critérios de seleção? Materiais, acabaste de dizer o programa e o manual.

ANA: Mas não só, na planificação das aulas também vou ver como é que os outros manuais estão, como é que abordam a temática.

Entrevistadora: Mas imagina, para introduzir um determinado tema, este em que estamos a pensar, a estatística, a organização e tratamento de dados, quando optas por uma atividade, vamos supor de introdução, quais são os critérios, porque é que escolhes uma e não escolhes a outra?

ANA: Essencialmente para motivar os miúdos e para depois dar continuidade àquilo que o programa me obriga, a tarefa que eu acho mais interessante nesses dois sentidos.

Entrevistadora: ou seja, tens também em vista a sequência das coisas que vais dar.

ANA: Claro, fundamental e ao mesmo tempo a motivação dos alunos.

Entrevistadora: Quando preparar material de trabalho para usar na aula, quais são os passos que segue habitualmente? Imagina que agora, depois da nossa conversa, vais preparar uma aula, qual é o teu primeiro passo quando pensas em preparar uma aula na qual ainda não pensaste? Sabes o tema mas ainda não pensaste no que vais dar.

ANA: Sim, quais são os passos que eu dou? Então, imagina, ontem estive a preparar uma aula de 7º ano.

Entrevistadora: Ok, os passos que deste para preparar essa aula.

ANA: Primeiro, tenho que ver o que tenho que dar na aula, o que é que o programa quer que eu dê.

Entrevistadora: Primeiro, consulta do programa.

ANA: Exatamente, depois consolidação da matéria que já dei nas outras aulas, acho que isso é importante, começar sempre aula com uma revisão da matéria que dei nas outras aulas, se possível, estou a pensar nas equações, tornar a repetir os passos que eles devem seguir nas equações, tornar a repetir a classificação de equações, resolver algumas equações, tornar a dizer o que é o primeiro membro, o que é o segundo membro, os princípios de equivalência. Depois a seguir é que eu parto para a parte da matéria nova, aí tento sempre, às vezes não consigo, tento sempre modificar, alterar qualquer coisa para as coisas não serem rotineiras. Por exemplo, o que é que vou dar nessa aula? Tenho de introduzir os problemas, traduzir para linguagem matemática um problema da vida corrente. O que é que eu fiz? Comecei com um exercíciuzinho deste género, atenção este exercício está no manual, nas atividades finais do manual: uma loja vende motas, motas de duas rodas e de 4 rodas, o que é que significa a expressão $2x$, o que é que significa a expressão $4x$, para depois eles me comecem a traduzir para linguagem matemática a linguagem corrente e depois desta vez não gostei muito dos exercícios do meu manual, depois fui procurar noutro manual, lá está, alguns exercícios que tenham a ver com a matéria, o programa, por exemplo, aponta para nós resolvermos exercícios da vida corrente mas também exercícios relacionados com a geometria e foi isso que eu fiz. Fiz depois uma fichinha, porque desta vez não gostei muito dos exercícios do manual.

Entrevistadora: Então, para além de teres cuidado com a sequência, que também penso que é fundamental, depois procuras noutros materiais exercícios e actividades que consideras mais motivadoras.

ANA: E que estão mais de acordo com o programa. No final da aula, tento sempre fazer uma síntese e dou-lhes depois uns exercícios de consolidação para eles fazerem.

Entrevistadora: E eles não se zangam com os trabalhos de casa? Tens mais sorte do que eu.

ANA: Não, não se zangam. Quer dizer, já os tenho apanhado a copiar os trabalhos de casa do colega mas trabalhos de casa são trabalhos de casa. Eu também não sei quem os fez ao colega. [risos]

Entrevistadora: Temos que lhe dar o peso respectivo.

Entrevistadora: Que características procura que tenham os exercícios ou tarefas que utiliza com os alunos? Qual o seu papel na aula? Tu própria disseste que não gostaste dos exercícios do manual e foste à procura, essencialmente, o que procuravas nesses exercícios, porque é que não gostaste dos do manual e que encontraste nos outros que depois propuseste?

ANA: Porque têm que ter aquilo que o programa diz, não é? Têm que ter as várias vertentes do programa, e também acho que tenho de começar com uns exercícios muito...conhecendo aqueles alunos, aqueles exercícios eram muito maçudos, muito pesados, tenho de começar

com uns exercícios mais fáceis e se calhar mais apelativos porque não é das partes mais fáceis da matéria, o que eu estive a preparar ontem, a tradução da linguagem corrente para linguagem matemática, não é logo à primeira. Por exemplo, a soma de três números pares, se eu começo a matéria com “a soma de três números pares é não sei quanto, quais são os números?” é um exercício que, para começar não é muito fácil.

Não é muito motivador. Tenho de procurar algo que seja do agrado dos alunos, que os motive e que sirva também o programa.

Entrevistadora: Como avalias a aprendizagem que os alunos vão desenvolvendo na RG? Como avalias no sentido de... a avaliação, não a avaliação escrita, não é a avaliação formal ... mas, como tu própria dizes, comesças com um tipo de problemas e depois o nível de exigência vai aumentando, quer na estatística como noutro tema qualquer, à medida que tu vais dando e vais exigindo um bocadinho mais na representação gráfica estatística como é que vais fazendo essa avaliação, isto é, quando é que chegas a um ponto em que achas que já podes avançar para outro tipo de questão mais aprofundada, em que já não é só a leitura do gráfico mas já passas um bocadinho mais para interpretação, em que já podes pedir para eles terem uma ideia do que virá a acontecer ainda que não esteja no gráfico, com aquela evolução?

ANA: Oh, Cristina eu acho que isso é muito ... nós já damos aulas há tantos anos que isso já é muito intuitivo. Eu vejo pelas respostas deles e pela maneira como eles reagem às situações, se tenho alguma coisa prática, não sei, nem sequer sei se vou fazer. Logo vejo mas acho que é um bocado a parte intuitiva, então eu não sei quando é que os alunos já estão a perceber, quais é que já estão a perceber? Claro que sei. É com as respostas que eles me dão e com as perguntas que eles me fazem.

Entrevistadora: Mais uma vez vai de encontro ao teu papel de professora que, com a experiência, acabamos por ganhar essa intuição, começamos a ler os alunos de uma maneira muito natural.

ANA: Às vezes, até os olhares deles, até as caras deles não dizem se eles estão a perceber ou se não estão a perceber.

Entrevistadora: É exatamente como considero também. [risos]

Entrevistadora: Como pensas que evoluiu o ensino da estatística ao longo da história? O que faz hoje em dia evoluir o conhecimento estatístico? Não está na mesma, não é?

ANA: Pois mas em tudo, estatística está anexada em tudo, desde os políticos, às sondagens, aos produtos que se colocam no mercado, qualquer tipo de produto, duvido que haja algum produto que se coloque no mercado sem ser sujeito a um estudo, duvido muito que haja qualquer empresa que tenha coragem de lançar um produto no mercado sem primeiro recorrer à estatística. Eu penso que a estatística está em franco desenvolvimento.

Entrevistadora: Eu acho que isso é uma coisa que nós temos de passar para os nossos alunos. Eu penso que eles já têm um pouco essa ideia.

ANA: Eu penso que sim porque qualquer coisa eles agora já ouvem, foi feita pela respetiva agência e o grau de confiança é de não sei quanto, qualquer coisa que passe na televisão e mais agora nesta época de eleições.

Entrevistadora: E estão curiosos, questionam muito, os meus são alunos com algumas dificuldades mas quiseram logo saber o que são as sondagens, para que é que se fazem sondagens, os censos, ... este ano até estamos num ano bom para leccionar a estatística.

Entrevistadora: Pode descrever algumas das estratégias que o ajudam quando tem de leccionar o tema da estatística? Estratégias que adotas e penso que já falaste.

ANA: Eu penso que já falámos: trabalhos, trabalhos de pesquisa, gráficos que me vão procurar, interpretação desses gráficos, acho que é importante mostra-lhes que os gráficos são enganadores, acho que essa parte é muito importante, e depois mostrar-lhes, aquilo que acabámos de falar, que este ano é um ano rico em factos estatísticos.

Entrevistadora: Ou seja, uma das tuas estratégias passa por ir buscar dados reais, que eles conhecem do dia a dia.

ANA: Claro, o estudo da estatística proporciona e temos de aproveitar a estatística para aproximar da realidade.

Entrevistadora: E é bom ter alguém com quem discutir estas coisas.

ANA: Pois isso é que é o pior de tudo, é estar sozinha, também a escola só tem duas turmas, não é? A escola esta mais vocacionada para o ensino secundário e ensino profissional. Temos duas turmas de 7º, duas de 8º e duas de 9º. Em termos de horário, é capaz de ser mais fácil gerir e de fazer o horário.

Entrevistadora: Eu acho que é um programa exigente.

ANA: Eu acho que é muito exigente e eu acho que já começaram a demonstrar no teste intermédio do 8º ano que as coisas vão ser um pouquinho diferentes e que o tipo de questões é ... questões de mais raciocínio em que eles têm de pensar um bocadito antes de... também tinha questões que não, tinha questões que era aplicar propriedades das potências. Agora acho já começaram a demonstrar que os alunos têm de saber resolver problemas, de raciocinar.

Entrevistadora: Então, o que se espera é que a estatística esteja lá porque eu acho que houve um investimento grande, é capaz até de ter sido o tema em que eu noto mais diferença, em relação aos anteriores, ao programa anterior, é na parte da estatística, aprofundou muito, não só a nível de conceitos, de diagramas que nunca se falava em termos do básico e agora passa-se a falar quer a nível de profundidade com que das as coisas, quer dizer, a média não é só aquele cálculo, é mais do que isso...

ANA: É eles entenderem no fundo o que é fórmula da média.

Entrevistadora: É verem um conjunto de dados, não como um conjunto de dados mas pela sua distribuição, como é que eles estão distribuídos. Eu acho que é muito mais exigente.

ANA: Este programa é bem aprofundado. Nós damos coisas no 7º ano em que é preciso algum grau de maturidade da parte dos alunos.

Entrevistadora: Mesmo a nível das sequências, por exemplo. Também houve coisas ao nível das sequências, alguns exercícios propostos que eram... Mas é bom porque há sempre alunos que acompanham e que a partir dali fazem outras ligações, andarmos sempre cá por baixo também não era ...

Ã: E desenvolve-os, desenvolve a capacidade de raciocínio dos miúdos, eu acho que isso é muito importante.

Entrevistadora: É fundamental, de raciocínio, de comunicação, daquelas finalidades todas do programa que são fundamentais.

Entrevistadora: O que pode dizer sobre a Estatística que estudaste como aluna? Eu penso que já disseste no início mas em termos da formação mas como aluna antes de entrares na formação específica como professora.

ANA: Eu não me lembro, eu não me lembro de ter estatística como aluna.

Entrevistadora: De ter estatística como aluna, eu também não.

ANA: Não me lembro mas provavelmente aprendemos a calcular uma média, quanto mais não seja a média das notas, seja em que disciplina fosse, devemos ter aprendido a calcular a média mas eu não me lembro de ter estatística.

Entrevistadora: Também nunca fizeste, como eu, nenhum trabalho de investigação estatístico, em que se está à espera que os alunos vão à procura dos dados que depois trabalhem os dados no sentido de os representarem de uma maneira e de outra e depois interpretem, este foi o tipo de trabalho que nós acabámos por nunca fazer.

ANA: Pois não, mas também não se ouvia falar de estatística. Estávamos a falar que este ano estamos sempre a ouvir falar em estatística. Nós, quando tínhamos a idade dos nossos miúdos, o que é que ouvíamos falar de estatística? Nada, não ouvíamos falar de estatística.

Entrevistadora: Lá está, tem a ver com a evolução da estatística e de como ela tem sido tratada quer por nós quer pela sociedade em geral.

ANA: Por todos, pelas empresas, pelos políticos, por tudo.

Entrevistadora: E consideras que essa tua falta de experiência como aluna em relação à estatística, que não tiveste, te condiciona de algum modo no ensino que pratica?

ANA: Não, acho que não porque entretanto já lecionei. Simplesmente, acho que não.

Entrevistadora: Fizeste alguma formação na área da Estatística depois de concluídos os seus estudos? Alguma formação mesmo, para além da preparação para as aulas, fizeste alguma formação específica em estatística?

ANA: Não, não.

Entrevistadora: E sentes falta de ter feito?

ANA: Por acaso, agora estava aqui a pensar nisso. Era uma ideia engraçada, uma ideia gira.

Entrevistadora: Eu não conheço...

ANA: Eu nunca reparei naqueles programas de formação que afixam lá na escola dos diversos centros de formação, não me recordo.

Entrevistadora: Eu também não, nunca vi. Fiz uma sobre probabilidades mas sobre estatística propriamente nunca fiz.

ANA: Nem sobre probabilidades, nunca fiz.

Entrevistadora. Eu fiz uma em Aveiro e achei bastante interessante e aproveitei-a bem. Acabaste por responder ao que te ia perguntar, que era, se achas que seria bom ou não, seria proveitoso?

ANA: É sempre bom, a formação é sempre importante e é sempre bom, aprende-se sempre, outras formas ou debater um bocadinho a forma, e já que eu estou sempre tão sozinha e me sinto só em relação a ter um colega com quem falar, eu acho que devia ser muito, muito interessante.

Entrevistadora: Tem a ver com o que falei há pouco, nunca termos feito um trabalho de estatística. Ou seja, nós vamos avaliar nos alunos algo pelo qual nunca passámos.

ANA: É verdade.

Entrevistadora: Agora na formação que tive, no doutoramento, houve muitos momentos em que me questionei “realmente, isto é que é ser aluno” e, pensei na postura de aluna, questionei muitas coisas da minha postura de professora [risos], será que faço o mesmo que aquela professora me está a fazer a mim, sei lá, não me deu tempo para pensar no problema e eu queria resolver o problema e ela ou ele não me deu tempo para pensar no problema, será que eu faço isso com os meus alunos? E eu sei que faço isso e às vezes faço-o conscientemente.

ANA: Eu faço-o e os meus alunos dizem-me. Nós, na matemática, estamos sempre um bocado condicionados com o tempo e estamos sempre ansiosos. Eu acho que os professores de matemática faltam muito pouco e os outros professores também. Eu sempre faltei muito pouco.

Entrevistadora: Agora, os professores, em geral, já faltam pouco e os de matemática também têm ideia...

ANA: Eu não notei diferença, agora há as aulas de substituição mas como sempre faltei tão pouco isso não me atingiu muito. Agora, eu passo a minha vida ansiosa. Se eu guardo matéria para o próximo ano, o problema do próximo ano, apesar disto ser um ciclo, o programa do próximo ano também é longo, e portanto como é que eu me vou arranjar no próximo ano? Mas por outro lado, tenho ali aqueles alunos que precisavam um bocadinho mais de tempo, depois arranjo estratégias, faço mais umas fichinhas para o colega dar no estudo acompanhado e depois eu corrijo e tudo isso. Mas nós estamos sempre numa correria. E realmente já me aconteceu este ano, não no 7º ano mas já aconteceu no 12º ano, os alunos dizerem-me “mas não nos dá tempo sequer para pensar”. Porque aquilo é automático, coloca-se um exercício e tens que se resolver, não podemos estar ali a empatar muito tempo e depois lá em casa...também já são mais crescido, já têm mais capacidade de trabalho autónoma mas já me aconteceu este ano os alunos dizerem-me isso.

Entrevistadora: E depois quando se começa a discussão com estes alunos tem de haver um travão com estes alunos porque o poder de argumentação ainda tem de ser ensinado, de

ser trabalhado porque ainda não argumentam de forma clara, ainda é tudo muito eu, “porque eu conheço alguém que fez assim”, estamos a falar no geral, sei lá, vamos supor que vamos estudar o número de irmãos dos alunos de uma turma, “eu tenho 3”, é logo a resposta que se ouve “eu tenho 2”, quer dizer, não se perguntou nada ainda, está-se a falar na base das hipóteses mas isto é uma constante e acaba-se por perder muito tempo com este tipo de coisas porque eles ainda não argumentam como deve ser, ainda não ouvem, não percebem que há comentários desnecessários, que é hora de ouvir não é hora de falar mas ...

ANA: ... vai-se ensinando.

Entrevistadora: ... mas eu acho que é tudo uma aprendizagem até a esse nível, eles vão aprendendo cada um a seu ritmo.

[agradecimentos]

Anexo B

Planificação da professora Maria - Organização e Tratamento de Dados - 7º ano

Blocos prev	Tópico	Objectivos específicos	Notas	Tarefas	Instrumentos
1	Representação e interpretação de dados <ul style="list-style-type: none"> Natureza dos dados Organização, análise e interpretação de dados. 	<ul style="list-style-type: none"> Ler, explorar e interpretar informação apresentada por diversas representações gráficas. Formular questões e recolher dados registando-os através de esquemas de contagem gráfica (<i>tally charts</i>) ...). 	<ul style="list-style-type: none"> Utilizar diversas representações gráficas: <ul style="list-style-type: none"> gráfico de barras para dados qualitativos; gráfico de barras para dados discretos; pictogramas; gráficos circulares 	Introdução do tema Tarefa 01 Brochura TPC- Tarefa 01 Manual	Calculadora Projectos vídeo (ALEA)
1	<ul style="list-style-type: none"> Medidas de localização e dispersão Discussão de resultados, interpretar os resultados que decorrem da organização e representação de dados e formular conjecturas Utilizar informação estatística - nomeadamente a comparação as distribuições de vários conjuntos de dados - para resolver problemas e tomar decisões. 	<ul style="list-style-type: none"> Ler, explorar e interpretar informação apresentada por diversas representações gráficas. Formular questões e recolher dados registando-os através de esquemas de contagem gráfica (<i>tally charts</i>) ...). Compreender e determinar os extremos, a amplitude da distribuição. 	<ul style="list-style-type: none"> Utilizar gráficos de linha para registo de observações que evoluem com o tempo (por exemplo, a temperatura numa sala ao longo do dia). Chamar a atenção ao uso das escalas. Utilizar diversas representações gráficas: <ul style="list-style-type: none"> gráfico de barras; diagramas de caule-e-folhas gráficos circulares 	(Manual pequeno) Tarefa 2 p.36 Exer. 2 p.38 Tarefa 3 p.40 (1.2.) Exerc.2 e 4. p.42 TPC- ex.1 p.38 Ex.1 p.42	Calculadora Transferidor e régua
2		<ul style="list-style-type: none"> Distinguir dados de natureza qualitativa de dados de natureza quantitativa, discreta ou contínua. Recolher, classificar em categorias ou classes, e organizar dados de natureza diversa. Construir, analisar e interpretar representações de dados (histograma) e tirar conclusões. 	<ul style="list-style-type: none"> Chamar a atenção de que os gráficos de pontos podem evoluir para gráficos de barras. Utilizar diversas representações gráficas: <ul style="list-style-type: none"> gráfico de barras para dados qualitativos; gráfico de barras para dados discretos; histograma para dados contínuos. 	Tarefa 2 p.136 (referir extremos e amplitude, média, moda e mediana) Lisboa Editora p.28 Tarefa das laranjas (brochura) TPC- ex.2 p.138 Ex.1 p.139	Calculadora
2		<ul style="list-style-type: none"> Compreender e determinar os extremos, a 	<ul style="list-style-type: none"> Compreender e determinar medidas de 	Após um exemplo simples, sem	Calculadora Projector de

Anexo B

		<p>amplitude da distribuição, a mediana e utilizar algumas destas estatísticas na sua interpretação.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escolher as medidas de localização mais adequadas para resumir a informação contida nos dados. • Compreender e determinar os quartis e amplitude interquartis de um conjunto de dados. 	<p>localização e dispersão (mostrar ALEA)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Usar situações que evidenciem vantagens e desvantagens da média e da mediana. • Diagrama de extremos e quartis, para dados discretos ou contínuos. 	<p>contexto, fazer:</p> <p>Tarefa 3 p.140</p> <p>Tarefa 4 p. 142</p> <p>Ex. 79 PE (média)</p> <p>Exemplo 7 p. 86 PE (amplitude e variabilidade)</p> <p>Act. 56 p.51 p. 89, 100 e 101 PE (Diagrama de extremos e quartis)</p>	<p>vídeo</p>
1		<ul style="list-style-type: none"> • Ler, explorar e interpretar informação apresentada de diversas formas. • Comparar as distribuições de vários conjuntos de dados e tirar conclusões. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar semelhanças e diferenças entre as distribuições atendendo às suas formas (simetria e enviesamento) e medidas de localização e de dispersão. 		Calculadora
1					

1 Questão Aula - recolha de um gráfico de uma revista ou jornal e fazer a leitura e interpretação dos dados presentes no gráfico escolhido.

ETAC - Trabalho de Grupo (Numa tabela, registam-se os resultados da recolha de dados sobre o número de letras do nome completo, cor preferida, altura, número de irmãos, número de horas de sono, desporto praticado, resultados da milha e número de abdominais referentes aos alunos desta turma. Com este trabalho, pretende-se fazer um resumo estatístico da caracterização da turma em algumas das variáveis consideradas.)

Anexo C

Pedidos de autorização para a realização do trabalho de campo

C.1 Ao Diretor da escola

Assunto: *Tese de doutoramento*

Matemática/Faculdade de Ciências da Universidade da Beira Interior

3º Ciclo em Didáctica da Matemática

Ana Cristina da Costa Leiria

Data: Abril de 2011

Ex.mo Senhor _____

Director da Escola _____

A professora Ana Cristina Leiria pretende investigar e descrever como está a ser implementado nas aulas o novo programa de matemática do ensino básico e as orientações curriculares no Tema Organização e Tratamento de Dados, mais especificamente, a representação gráfica em Estatística. O desenvolvimento deste projecto visa a elaboração da Tese de Doutoramento, que conta com a supervisão e orientação da Professora Dra. Maria Teresa González Astudillo, da Universidade de Salamanca.

Segundo diversos autores (Fernandes (2009), Ponte e Nunes (2010)), a introdução de novas temáticas e o aprofundamento de outras na reformulação do programa de Matemática do ensino básico justificam a necessidade da realização de estudos que contribuam para um melhor conhecimento acerca da aprendizagem e do ensino dessas temáticas. Referem também que o programa e as orientações curriculares para o ensino da Matemática vigentes apontam para mudanças importantes na actuação por parte do professor, o que também implica mudanças nas perspectivas sobre o seu conhecimento profissional. A experiência de ensino e a prática profissional constituem elementos fundamentais para a construção do conhecimento do professor, sendo igualmente importantes outras vivências.

Neste estudo, pretende-se descrever atitudes, concepções e crenças de duas professoras sobre a educação estatística; estudar o conhecimento estatístico das professoras, especialmente no que respeita à representação gráfica; compreender como interpretam o Novo Programa do Ensino Básico, especialmente o tema Organização e Tratamento Dados, e os materiais curriculares e como articulam a prática lectiva com os novos parâmetros; promover uma reflexão conjunta entre a investigadora e as professoras sobre os conhecimentos matemáticos envolvidos e a prática desenvolvida na planificação e gestão de aula, alertando para aspectos não contemplados no ensino e que sejam susceptíveis de discussão.

Tendo em conta os objectivos, torna-se necessária a observação de aulas, que permitirá realçar pormenores que possam passar despercebidos nos registos de outro tipo, e gravações de vídeo, pela oportunidade que oferece de se poder rever, possibilitando focar a atenção num determinado aspecto ou actividade.

A investigadora pretende assistir e gravar as aulas de uma turma de 7º ano de escolaridade onde o tópico de representação gráfica estatística seja abordado. Será pedida autorização aos Encarregados de Educação dos alunos que constituem a turma para as gravações, ainda que o alvo seja a professora.

Todos os dados assim recolhidos serão guardados nos arquivos da investigadora e tratados como documentos confidenciais. Serão usados pseudónimos para os participantes no estudo para manter o anonimato tanto no material docente criado como em qualquer dos resultados escritos deste estudo. A participação da professora participante no estudo é voluntária e pode retirar o seu consentimento em qualquer momento.

A investigadora vem, por este meio, solicitar autorização para observar e/ou gravar as aulas da professora ----- leccionadas a uma turma do 7º ano de escolaridade da Escola Secundária -----, em que o conteúdo matemático a trabalhar seja relativo ao Tema Organização e Tratamento de Dados.

A sua autorização é fundamental para a concretização do estudo que pretende realizar.

Desde já, os meus sinceros agradecimentos

C.2 Ao Encarregado de Educação

Tese de doutoramento

Matemática/Faculdade de Ciências da

Universidade da Beira Interior

3º Ciclo em Didáctica da Matemática

Ana Cristina da Costa Leiria

Ex.mo Senhor Encarregado de Educação

A professora Ana Cristina Leiria pretende investigar e descrever como está a ser implementado nas aulas o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico e as orientações curriculares no Tema Organização e Tratamento de Dados, mais especificamente, a representação gráfica em Estatística. O desenvolvimento deste projecto visa a elaboração da Tese de Doutoramento, que conta com a supervisão e orientação da Professora Dra. Maria Teresa González Astudillo, da Universidade de Salamanca.

Para a concretização do estudo torna-se necessária a observação de aulas e gravações em vídeo das mesmas. A investigadora pretende assistir e gravar as aulas da turma B do 7º ano de escolaridade onde o tópico de representação gráfica estatística esteja presente. Todos os dados assim recolhidos serão guardados nos arquivos da investigadora e tratados como documentos confidenciais.

A investigadora vem, assim, solicitar autorização para a observação e gravação das aulas da turma a que o seu educando pertence, ainda que o alvo seja a professora.

A sua autorização é fundamental para a concretização do estudo que pretende realizar.

Desde já, os mais sinceros agradecimentos

✂-----

Eu, _____, Encarregado(a) de Educação
do(a) aluno(a) _____, número _____, da turma
--- do 7º ano de escolaridade da Escola Secundária -----, autorizo a observação e a
gravação das aulas de Matemática em que se trabalhe o Tema Organização e
Tratamento de Dados na turma a que o meu(minha) educando(a) pertence.

Data: _____

Assinatura: _____

C.3 À Professora Participante

Tese de Doutoramento
Matemática/Faculdade de Ciências da
Universidade da Beira Interior
3º Ciclo em Didáctica da Matemática
Ana Cristina da Costa Leiria

Documento de Autorização

Eu, _____, concordo em participar no Projecto de Investigação realizado por Ana Cristina da Costa Leiria, professora da Escola Secundária Campos Melo, Covilhã e aluna do 3º Ciclo em Didáctica da Matemática da Universidade da Beira Interior.

Compreendo que, neste estudo, se pretende investigar e descrever como está a ser implementado nas aulas o novo programa de matemática do ensino básico e as orientações curriculares no Tema Organização e Tratamento de Dados, mais especificamente, a representação gráfica em Estatística.

Tomei também conhecimento que o desenvolvimento deste projecto visa a elaboração da Tese de Doutoramento de Ana Cristina Leiria, que conta com a supervisão e orientação da Professora Dra. Maria Teresa González Astudillo, da Universidade de Salamanca.

Autorizo que as aulas relativas ao Tópico Organização e Tratamento de Dados sejam filmadas e gravadas em áudio e que os dados recolhidos neste projecto sejam publicados de uma forma que não me identifique de nenhum modo.

Durante as entrevistas darei oportunidade para questionar e discutir qualquer dificuldade relacionada com a planificação e organização do ensino do Tema Organização e Tratamento de Dados, mais especificamente, a representação gráfica em Estatística.

Compreendo que o estudo de investigação é estritamente confidencial e que posso retirar-me em qualquer momento e sem dar alguma razão.

Livremente, opto por participar no estudo.

Participante: _____

Data: _____

Investigadora: _____